Λύσεις κριτηρίου 16

ΘΕΜΑ Α

Α1. (δ) **Α**2. (δ) **Α**3. (δ) **Α**4. (α) **Α5**. α. Λ β. Σ γ. Σ δ. Λ ε. Λ

ΘΕΜΑ Β

Β1. (ii)

Από την κλίση της γραφ. παράστασης $\varphi=f(t)$ βρίσκουμε τα ω και Τ.

$$\omega_1 = \frac{\Delta\varphi_1}{\Delta t} = \frac{4\pi - 0}{2-1}\text{rad/s} \Rightarrow \omega_1 = 4\pi\ \text{rad/s}\ ,\ \omega_2 = \frac{\Delta\varphi_2}{\Delta t} = \frac{2\pi - 0}{2-1}\text{rad/s} \Rightarrow \omega_2 = 2\pi\ \text{rad/s}$$

$$T_1 = \frac{2\pi}{\omega_1} = 0,5\text{s}\ ,\ T_2 = \frac{2\pi}{\omega_2} = 1\text{s}\ ,\quad T_2 = 2T_1$$

Επειδή πρόκειται για το ίδιο μέσο, η ταχύτητα διάδοσης είναι ίδια, άρα σύμφωνα με τη σχέση $\lambda=\upsilon T$, προκύπτει $\lambda_2=2\lambda_1$.
Από τη σχέση $x=\upsilon t$, αφού το υ είναι κοινό, προκύπτει ότι στο κύμα 1 η απόσταση x αντιστοιχεί σε $2\lambda_1$, ενώ στο κύμα 2 σε λ_2. Η σχέση αυτή υπάρχει μόνο στο σχήμα (β).

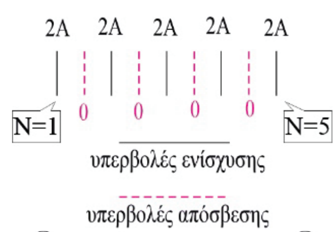
Β2. (iii)

Όταν $x=x_1=0,5\lambda$, η συνθήκη για ενίσχυση δίνει

$$(\text{ΑΒΓ}) + 2x_1 - (\text{ΕΖΗ}) = N\lambda \ \Rightarrow\ 2x_1 = N\lambda \quad \Rightarrow\ N = 1$$

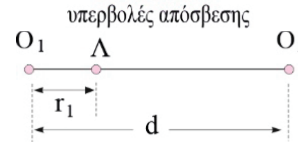
Όταν $x=x_2=2,5\lambda$, η συνθήκη για ενίσχυση δίνει

$$(\text{ΑΒΓ}) + 2x_2 - (\text{ΕΖΗ}) = N\lambda \ \Rightarrow\ 2x_2 = N\lambda \quad \Rightarrow\ N = 5$$



Άρα, μεταξύ των υπερβολών ενίσχυσης από N=1 μέχρι N=5 υπάρχουν 4 υπερβολές απόσβεσης (δες σχήμα).

Β3. (ii)



2^{η} υπερβολή ενίσχυσης αριστερά της μεσοκαθέτου, άρα r_1-r_2=-2λ ή λ=2cm.

Από το ορθογώνιο τρίγωνο έχουμε $(O_1O_2) = d = \sqrt{r_1^2 + r_2^2} = 20\text{cm}$

Για απόσβεση, σε ένα σημείο που απέχει r_1 από την πηγή έχουμε:

$$r_1 - (d - r_1) = (2N+1)\frac{\lambda}{2} \ \Rightarrow\ r_1 = \frac{d}{2} + (2N+1)\frac{\lambda}{4} \ \Rightarrow\ r_1 = 10,5 + N\ ,\ (\text{cm})$$

Ισχύει $0 < r_1 < d \ \Rightarrow\ 0 < 10,5 + N < 20 \ \Rightarrow\ -10,5 < N < 9,5$,

άρα το N παίρνει είκοσι τιμές.

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. $v_{max} = \omega A = 2\pi f A$, $f = 0,5\,Hz$.

Γ2. $\upsilon = \lambda f = 10\ cm/s$

Γ3. Το κύμα προχώρησε κατά $x = \dfrac{7\lambda}{4}$ σε χρόνο $t_o = \dfrac{7T}{4}$, άρα t_o=3,5s.

Γ4. $\left|\dfrac{dp}{dt}\right| = \dfrac{1}{2}\left|\dfrac{dp}{dt}\right|_{max} \Rightarrow |\Sigma F| = \dfrac{1}{2}|\Sigma F|_{max} \Rightarrow \left|m\omega^2 y\right| = \dfrac{1}{2}\left|m\omega^2 A\right| \Rightarrow y = \pm\dfrac{A}{2}$

Για $\dfrac{A}{2} = A \cdot \eta\mu 2\pi\left(1 - \dfrac{x}{20}\right)$ προκύπτουν δύο λύσεις.

$\dfrac{\pi}{6} + 2\kappa\pi = 2\pi - \dfrac{\pi x}{10} \Rightarrow x = \dfrac{110}{6} - 20\kappa$, (1)

$\dfrac{5\pi}{6} + 2\kappa\pi = 2\pi - \dfrac{\pi x}{10} \Rightarrow x = \dfrac{70}{6} - 20\kappa$, (2)

Από τις (1), (2) για κ=0 έχουμε $x = \dfrac{110}{6} cm\ (M_4)$, $x = \dfrac{70}{6} cm\ (M_3)$

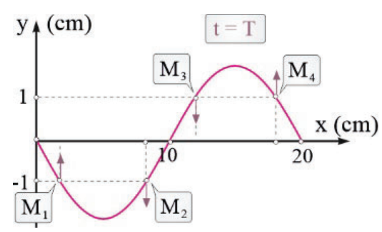
Για $-\dfrac{A}{2} = A \cdot \eta\mu 2\pi\left(1 - \dfrac{x}{20}\right)$ προκύπτουν δύο λύσεις.

$\dfrac{7\pi}{6} + 2\kappa\pi = 2\pi - \dfrac{\pi x}{10} \Rightarrow x = \dfrac{50}{6} - 20\kappa$, (3)

$\dfrac{11\pi}{6} + 2\kappa\pi = 2\pi - \dfrac{\pi x}{10} \Rightarrow x = \dfrac{10}{6} - 20\kappa$, (4)

Από τις (3), (4) για κ=0 έχουμε

$x = \dfrac{50}{6} cm\ (M_2)$, $x = \dfrac{10}{6} cm\ (M_1)$



Γ5. Το στιγμιότυπο περιγράφεται από τη σχέση $y = 0,02 \cdot \eta\mu(2\pi - 10\pi x)$ (SI) , δείχνεται στο σχήμα, καθώς και οι ταχύτητες των 4 σημείων.

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Την t=0 το Λ έχει φάση 2π, άρα διέρχεται από τη θέση ισορροπίας και $\upsilon_{max} = 0,4\pi\, m/s$.

Από την εξίσωση της φάσης για το κύμα 2, $\varphi = 2\pi\left(\dfrac{t}{T} + \dfrac{x}{\lambda}\right)$, με αντικατάσταση για t=0 και x=1m, προκύπτει λ=1m.

Με αντικατάσταση στην ίδια σχέση για x=1,75m, προκύπτει ότι το σημείο Μ, την t=0 έχει φάση $3,5\pi = 2\pi + \dfrac{3\pi}{2}$, άρα βρίσκεται στην ακραία αρνητική θέση και $\alpha_{max} = 4\pi^2 m/s^2$.

$\dfrac{\alpha_{max}}{\upsilon_{max}} = \dfrac{\omega^2 A}{\omega A} = \dfrac{4\pi^2 m/s^2}{0,4\pi\, m/s} \Rightarrow \omega = 10\pi \dfrac{r}{s}$. Άρα, f=5Hz και T=0,2s.

Δ2. $\upsilon_{max} = \omega A \Rightarrow A = \dfrac{0,4\pi}{10\pi} m \Rightarrow A = 0,04m$

$y_1 = 0,04\eta\mu 2\pi(5t - x)(SI)$ και $y_2 = 0,04\eta\mu 2\pi(5t + x)$ (SI)

Δ3. Η στιγμή t_1=0,4s αντιστοιχεί σε δύο περιόδους, τα δύο κύματα έχουν προχωρήσει εκατέρωθεν της x=0 κατά 2λ=2m και έχει αποκατασταθεί στάσιμο στην περιοχή $-2m \le x \le 2m$

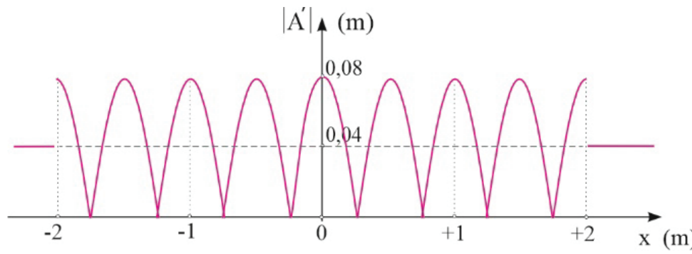
Το πλάτος του στάσιμου είναι

$$|A'| = 2 \cdot A\left|\sigma\upsilon\nu\frac{2\pi x}{\lambda}\right| \Rightarrow$$

$$|A'| = 0,08|\sigma\upsilon\nu 2\pi x|(SI)$$

με $-2m \le x \le 2m$

Άρα η γραφική παράσταση του πλάτους είναι



Δ4. Η ταχύτητα διάδοσης των κυμάτων είναι $\upsilon = \lambda f = 5m/s$.

Στο σημείο P το κύμα που διαδίδεται προς τα δεξιά φθάνει τη στιγμή $t_2 = \frac{2,25m}{5m/s} = \frac{4,5}{10}s = \frac{9}{20}s$,

που αντιστοιχεί σε χρονικό διάστημα 2T+T/4. Άρα, μέχρι τη στιγμή $t_2 = 0,45s$ (2T+T/4) κάνει ταλάντωση πλάτους Α, με εξίσωση απομάκρυνσης:

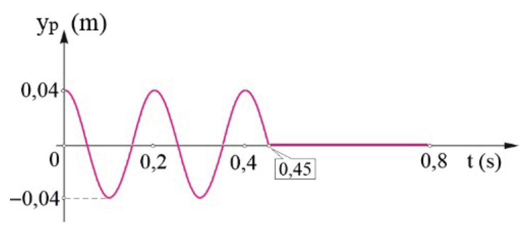
$y_P = 0,04\eta\mu 2\pi(5t + 2,25) \Rightarrow y_P = 0,04\eta\mu(10\pi t + 4,5\pi)(SI)$ για $0 \le t \le 0,45s$

Βρίσκουμε το πλάτος ταλάντωσης του σημείου P μετά την αποκατάσταση του στάσιμου:

$$A'_P = 2 \cdot A\left|\sigma\upsilon\nu\frac{2\pi 2,25}{1}\right| \Rightarrow$$

$$A'_P = 2 \cdot A\left|\sigma\upsilon\nu\frac{4,5\pi}{1}\right| \Rightarrow A'_P = 0$$

Άρα, $y_P = 0$ για $0,45s < t \le 0,8s$



Στο διπλανό σχήμα δείχνεται η γραφική παράσταση $y_P = f(t)$.

Δ5. Τη στιγμή t_2=0,55s το κύμα 1 έχει προχωρήσει κατά $x = \upsilon t = 5 \cdot 0,55m \Rightarrow x = 2,75m$

Άρα το στάσιμο εκτείνεται στην περιοχή $-2,75m \le x \le 2,75m$ και οι απομακρύνσεις των σημείων περιγράφονται από τη σχέση:

$$y = 2A \cdot \sigma\upsilon\nu\frac{2\pi x}{\lambda} \cdot \eta\mu\omega t \Rightarrow y = 0,08 \cdot \sigma\upsilon\nu 2\pi x \cdot \eta\mu(10\pi \cdot 0,55)(SI) \Rightarrow$$

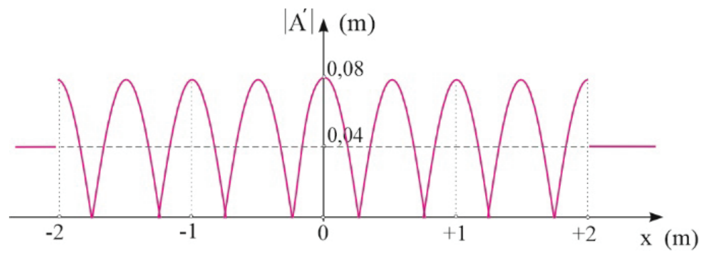
$y = -0,08 \cdot \sigma\upsilon\nu 2\pi x$ (SI) με $-2,75m \le x \le 2,75m$

$\left|A'\right| = 2 \cdot A \left|\sigma\upsilon\nu\frac{2\pi x}{\lambda}\right| \Rightarrow$

$\left|A'\right| = 0,08\left|\sigma\upsilon\nu 2\pi x\right|(SI)$

με $-2m \le x \le 2m$

Άρα η γραφική παράσταση του πλάτους είναι



Δ4. Η ταχύτητα διάδοσης των κυμάτων είναι $\upsilon = \lambda f = 5m/s$.

Στο σημείο P το κύμα που διαδίδεται προς τα δεξιά φθάνει τη στιγμή $t_2 = \frac{2,25m}{5m/s} = \frac{4,5}{10}s = \frac{9}{20}s$,

που αντιστοιχεί σε χρονικό διάστημα 2T+T/4. Άρα, μέχρι τη στιγμή $t_2 = 0,45s$ (2T+T/4) κάνει ταλάντωση πλάτους A, με εξίσωση απομάκρυνσης:

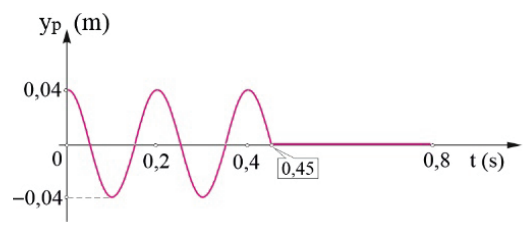
$y_P = 0,04\eta\mu 2\pi(5t + 2,25) \Rightarrow y_P = 0,04\eta\mu(10\pi t + 4,5\pi)(SI)$ για $0 \le t \le 0,45s$

Βρίσκουμε το πλάτος ταλάντωσης του σημείου P μετά την αποκατάσταση του στάσιμου:

$A'_P = 2 \cdot A\left|\sigma\upsilon\nu\frac{2\pi 2,25}{1}\right| \Rightarrow$

$A'_P = 2 \cdot A\left|\sigma\upsilon\nu\frac{4,5\pi}{1}\right| \Rightarrow A'_P = 0$

Άρα, $y_P = 0$ για $0,45s < t \le 0,8s$



Στο διπλανό σχήμα δείχνεται η γραφική παράσταση $y_P = f(t)$.

Δ5. Τη στιγμή t_2=0,55s το κύμα 1 έχει προχωρήσει κατά $x = \upsilon t = 5 \cdot 0,55m \Rightarrow x = 2,75m$

Άρα το στάσιμο εκτείνεται στην περιοχή $-2,75m \le x \le 2,75m$ και οι απομακρύνσεις των σημείων περιγράφονται από τη σχέση:

$y = 2A \cdot \sigma\upsilon\nu\frac{2\pi x}{\lambda} \cdot \eta\mu\omega t \Rightarrow y = 0,08 \cdot \sigma\upsilon\nu 2\pi x \cdot \eta\mu(10\pi \cdot 0,55)(SI) \Rightarrow$

$y = -0,08 \cdot \sigma\upsilon\nu 2\pi x\,(SI)$ με $-2,75m \le x \le 2,75m$