Λύσεις κριτηρίου 17

ΘΕΜΑ Α

Α1. (β) **Α**2. (β) **Α**3. (δ) **Α**4. (γ) **Α**5. α. Σ β. Σ γ. Σ δ. Λ ε. Σ

ΘΕΜΑ Β

Β1. (**ii**)

Η φάση της ταλάντωσης την t_1 είναι: $\varphi_1 = \frac{2\pi t_1}{T} - \frac{2\pi x}{\lambda}$

Για x=0, ϕ_1=2π rad παίρνουμε: $2\pi = \frac{2\pi t_1}{T} \Rightarrow t_1 = T$

Για x=0,5m, ϕ_1=0 έχουμε: $0 = \frac{2\pi T}{T} - \frac{2\pi \cdot 0,5}{\lambda} \Rightarrow \lambda = 0,5\text{m}$

Η φάση της ταλάντωσης την t_2 είναι: $\varphi_2 = \frac{2\pi t_2}{T} - \frac{2\pi x}{\lambda}$

Για x=0, ϕ_2=3π rad παίρνουμε: $3\pi = \frac{2\pi t_2}{T} \rightarrow t_2 = \frac{3T}{2}$

Για x=x_2, ϕ_2=0 έχουμε: $0 = \frac{2\pi \frac{3T}{2}}{T} - \frac{2\pi\, x_2}{0,5} \Rightarrow x_2 = 0,75\text{m}$

Β2. (**iii**)

Η διαφορά φάσης της ταλάντωσης των δύο σημείων είναι ίση με: $\Delta\varphi = \frac{2\pi\Delta t}{T} = \frac{2\pi}{T}\frac{T}{8} = \frac{\pi}{4}\text{rad}$

ενώ προηγείται η ταλάντωση του σημείου Κ. Τη χρονική στιγμή t το σημείο Κ έχει μέγιστη κινητική ενέργεια και θετική ταχύτητα, άρα βρίσκεται στη θέση ισορροπίας του και επειδή έχει εκτελέσει ακέραιο αριθμό ταλαντώσεων έχει φάση ταλάντωσης της μορφής: $\varphi_\kappa = 2\kappa\pi,\ \kappa = 1,2,\dots$

Άρα, η φάση ταλάντωσης του σημείου Λ την ίδια στιγμή t είναι ίση με: $\varphi_\Lambda = 2\kappa\pi - \frac{\pi}{4}$

και η απομάκρυνσή του δίνεται από τη σχέση

$$y = A\,\eta\mu\left(2\kappa\pi - \frac{\pi}{4}\right) = -\frac{A\sqrt{2}}{2},$$

Άρα, η δυναμική του ενέργεια είναι ίση με $U = \frac{1}{2}D\left(-\frac{A\sqrt{2}}{2}\right)^2 \Rightarrow U = \frac{D\,A^2}{4}$

Β3. (i)

Στο σημείο Θ έχουμε ενισχυτική συμβολή. Για το πρώτο σημείο δεξιά της μεσοκαθέτου για το οποίο έχουμε ενισχυτική συμβολή ισχύει ότι $r_1 - r_2 = N\lambda$ με $N = 1$, άρα θα έχουμε:

$$r_1 - r_2 = \lambda \Rightarrow r_1 = r_2 + \lambda \quad (1)$$

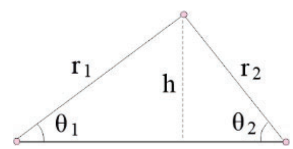
Επειδή το σημείο Θ βρίσκεται πάνω στην περιφέρεια κύκλου το εγγεγραμμένο τρίγωνο που δημιουργείται από της πηγές και το σημείο Θ είναι ορθογώνιο, άρα θα έχουμε για την απόσταση των δύο πηγών d=2R:

$$d^2 = r_1^2 + r_2^2 \Rightarrow 25\lambda^2 = r_1^2 + r_2^2 \quad (2)$$

Λύνουμε το σύστημα των εξισώσεων (1) και (2) και έχουμε:

$$r_2 = \frac{-\lambda \pm 7\lambda}{2} = 3\lambda \quad \text{και} \quad r_1 = 4\lambda$$

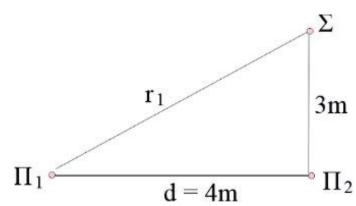
Με βάση το διπλανό σχήμα ο λόγος των ημιτόνων είναι:



$$\frac{\eta\mu\theta_1}{\eta\mu\theta_2} = \frac{\frac{h}{r_1}}{\frac{h}{r_2}} = \frac{r_2}{r_1} = \frac{3}{4} \Rightarrow \eta\mu\theta_1 = \frac{3}{4}\eta\mu\theta_2$$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Από το διάγραμμα συμπεραίνουμε ότι στο σημείο Σ συμβαίνει απόσβεση μετά τη συμβολή των δύο κυμάτων. Για να απέχει το Σ από τη μεσοκάθετο απόσταση 2m σημαίνει ότι το Σ βρίσκεται πάνω σε ευθύγραμμο τμήμα που είναι κάθετο στο $\Pi_1\Pi_2$ και ακριβώς πάνω από τη πηγή Π_2.



Από το πυθαγόρειο βρίσκουμε την r_1: $r_1 = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5m$

Επειδή από το σημείο Σ διέρχεται η δεύτερη αποσβεστική υπερβολή δεξιά από τη μεσοκάθετο θα έχουμε N=1, οπότε για το μήκος κύματος έχουμε:

$$r_1 - r_2 = \frac{(2N+1)\lambda}{2} = \frac{(2 \cdot 1 + 1)\lambda}{2} \Rightarrow \lambda = \frac{4}{3}m$$

Γ2. Από το διάγραμμα έχουμε ότι $\upsilon = \frac{r_1}{t_1} = 10m/s$.

Άρα, το κύμα από την Π_2 φθάνει την στιγμή $t_2 = \frac{r_2}{\upsilon} = 0,3s$.

Η περίοδος των κυμάτων άρα και της ταλάντωσης του Σ είναι: $T = \frac{\lambda}{\upsilon} = \frac{2}{15}s$.

Ο αριθμός των ταλαντώσεων του Σ είναι $N = \frac{\Delta t}{T} = \frac{0,5 - 0,3}{\frac{2}{15}} \Rightarrow N = 1,5$

Σε μιάμιση ταλάντωση το μήκος διαδρομής είναι $S = 6A = 1,8m$

Γ3. Έστω x η απόσταση από την $Π_1$ ενός σημείου που έχουμε ενισχυτική συμβολή. Θα ισχύει:

$$x-(d-x)=N\lambda \Rightarrow x=\frac{N\lambda+d}{2} \quad (1)$$

Όμως $0<x<d \Rightarrow -3<N<3$

Άρα το N= -2, -1, 0, 1, 2 οπότε από (1) έχουμε πέντε σημεία ενισχυτικής συμβολής που βρίσκονται στις θέσεις

$x=\frac{N\frac{4}{3}+4}{2}=\frac{2N}{3}+2$, δηλαδή στις θέσεις $\frac{2}{3}m,\ \frac{4}{3}m,\ 2m,\ \frac{8}{3}m,\ \frac{10}{3}m$

Γ4. Για να έχουμε ενισχυτική συμβολή θα πρέπει

$$r_1-r_2=N\,\lambda' \Rightarrow \lambda'=\frac{2}{N}(S.I.) \quad (2)$$

$$\frac{1}{2}m \le \lambda' \le 1m \Rightarrow 4 \ge N \ge 2$$

Άρα το N παίρνει τιμές N=2, 3, 4. Από την (2) έχουμε:

για N=2, λ'=1m

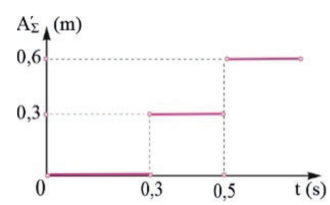
για N=3, λ'=2/3m

για N=4, λ'=0,5m

Από αυτές τις τιμές την μικρότερη επί τοις εκατό μεταβολή, την έχουμε για N=2, οπότε

$$\frac{\lambda'-\lambda}{\lambda}100\%=\frac{1m-\frac{4}{3}m}{\frac{4}{3}m}100\%=-\frac{\frac{1}{3}m}{\frac{4}{3}m}100\% \Rightarrow \frac{\lambda'-\lambda}{\lambda}100\%=-25\%$$

Γ5. Η νέα γραφική παράσταση πλάτους - χρόνου κατά την ενισχυτική συμβολή είναι:



ΘΕΜΑ Δ

Δ1.

$$y=2A\sigma\upsilon\nu\frac{2\pi x}{\lambda}\cdot\ \eta\mu\frac{2\pi t}{T} \Rightarrow y=0,04\ \ \sigma\upsilon\nu\frac{2\pi x}{0,8}\cdot\ \eta\mu 40\pi t\ (S.I.)$$

Η ταχύτητα διάδοσης του κύματος είναι: $\upsilon=\lambda f=16\frac{m}{s}$

Το χρονικό διάστημα το οποίο απαιτείται για να δημιουργηθεί στάσιμο κύμα σε όλη την χορδή είναι:

$$\Delta t=\frac{2L}{\upsilon}=\frac{2}{16}s=0,125s$$

Δ2. Σε ένα στάσιμο κύμα οι θέσεις των κοιλιών και των δεσμών είναι:

$$x_{\kappa o\iota\lambda\iota\omega\nu}=\frac{K\lambda}{2}=0,4K \Rightarrow \quad x_1=0m,\ \ x_2=0,4m,\ \ x_3=0,8m$$

$$x_{\delta\varepsilon\sigma\mu\omega\nu} = \frac{(2K+1)\lambda}{4} = 0,4K + 0,2 \quad \Rightarrow \quad x_1 = 0,2m, \quad x_2 = 0,6m, \quad x_3 = 1m$$

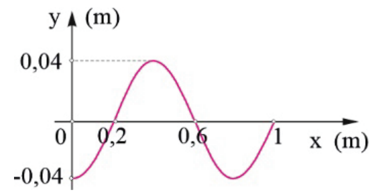
Βρίσκουμε τη χρονική στιγμή t_1 την απομάκρυνση της κοιλίας που βρίσκεται στη θέση x=0:

$$y = 0,04\ \sigma\upsilon\nu(2,5\pi\cdot 0)\cdot \eta\mu\left(40\pi\cdot\frac{3}{80}\right) \Rightarrow$$

$$y = 0,04\eta\mu\frac{3\pi}{2} = -0,04m$$

Ο αριθμός των κυματικών εικόνων είναι $N = \frac{L}{\lambda} = 1 + \frac{1}{4}$

Το στιγμιότυπο δείχνεται στο διπλανό σχήμα.



Δ3. Η σταθερά επαναφοράς είναι:

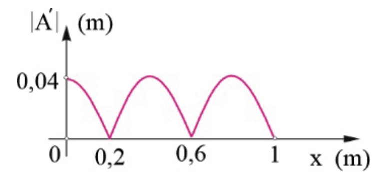
$$D = m\omega^2 = 10^{-3}\cdot 1600\pi^2\frac{N}{m} = 16\frac{N}{m}$$

Η ενέργεια ταλάντωσης των διαφόρων σημείων της χορδής είναι:

$$E = \frac{1}{2}D\left(2A\ \sigma\upsilon\nu\frac{2\pi x}{0,8}\right)^2 \Rightarrow E = 1,28\cdot 10^{-2}\ \sigma\upsilon\nu^2 2,5\pi x \quad (S.I.)$$

$$A' = 0,04\ \left|\sigma\upsilon\nu\frac{2\pi x}{0,8}\right|\ (SI)\ \ 0m \le x \le 1m$$

Η γραφική παράσταση πλάτους σε συνάρτηση με τη θέση x είναι:



Δ4. Βρίσκουμε τις εξισώσεις απομάκρυνσης - χρόνου για τα δύο σημεία του μέσου:

$$y_1 = 0,04\sigma\upsilon\nu\frac{\pi}{4}\ \eta\mu 40\pi t \Rightarrow y_1 = 0,02\sqrt{2}\ \eta\mu 40\pi t \quad (1)$$

$$y_2 = 0,04\sigma\upsilon\nu\frac{3\pi}{4}\ \eta\mu 40\pi t = -0,02\sqrt{2}\ \eta\mu 40\pi t \Rightarrow y_2 = 0,02\sqrt{2}\ \eta\mu(40\pi t + \pi) \quad (2)$$

Εάν αφαιρέσουμε της φάσεις των δύο ταλαντώσεων έχουμε:

$$\varphi_2 - \varphi_1 = (40\pi t + \pi) - 40\pi t = \pi\ rad$$

Τα δύο σημεία βρίσκονται σε αντίθεση φάσης

Η ελάχιστη απόσταση μεταξύ των δύο σημείων είναι: $d_{min} = 0,3m - 0,1m \Rightarrow d_{min} = 0,2m$.

Η μέγιστη απόσταση μεταξύ των δύο σημείων είναι:

$$d_{max} = \sqrt{\left(2\cdot 0,02\sqrt{2}\right)^2 + 0,2^2}\,m \Rightarrow d_{max} = 0,1\sqrt{4,32}\ m$$

Δ5. Αρχικά η χορδή έχει μήκος που αντιστοιχεί σε $L = \frac{5\lambda}{4}$, ενώ τελικά αντιστοιχεί σε $L = \frac{9\lambda'}{4}$, άρα:

$$\frac{5\lambda}{4} = \frac{9\lambda'}{4} \Rightarrow \frac{5\upsilon}{f} = \frac{9\upsilon}{f'} \Rightarrow f' = \frac{9f}{5}$$

Η επί τοις εκατό μεταβολή στη συχνότητα είναι:

$$\frac{f'-f}{f}100\% = \frac{\frac{9f}{5}-f}{f}100\% = \frac{4f}{5f}100\% \Rightarrow \frac{f'-f}{f}100\% = 80\%$$