Λύσεις κριτηρίου 18

ΘΕΜΑ Α

Α1. (δ) **Α**2. (β) **Α**3. (δ) **Α**4. (α) **Α5**. α. Σ β. Λ γ. Λ δ. Σ ε. Λ

ΘΕΜΑ Β

Β1. (i)

Για το σημείο Ν που βρίσκεται σε ενισχυτική υπερβολή για Ν=2 ισχύει:

$$\left((\Lambda K)-\frac{\lambda}{4}\right)-\frac{\lambda}{4}=2\lambda \Rightarrow (\Lambda K)=\frac{5\lambda}{2}$$

Για το σημείο Μ επίσης ισχύει $r_2-r_1=2\lambda$

Από το ορθογώνιο τρίγωνο ΚΛΜ έχουμε:

$$r_2^2-r_1^2=\left(K\Lambda\right)^2 \Rightarrow \left(2\lambda+r_1\right)^2-r_1^2=\left(\frac{5\lambda}{2}\right)^2 \Rightarrow r_1=\frac{9}{16}\lambda$$

Β2. (iii)

Στη γενική περίπτωση $U=\frac{1}{2}DA^2\eta\mu^2 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}\right) \Rightarrow U=E_\tau\eta\mu^2 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}\right)$

Το χρονικό διάστημα μεταξύ δύο διαδοχικών μεγιστοποιήσεων της δυναμικής ενέργειας είναι T/2, άρα $T=2t_0$.

Το Μ βρίσκεται στη θέση $x=\lambda+\frac{\lambda}{4}=\frac{5\lambda}{4}$, άρα ξεκινά να ταλαντώνεραι τη στιγμή

$$t_1=\frac{5\lambda/4}{\upsilon}=\frac{5}{4}T \Rightarrow t_1=\frac{10}{4}t_0=\frac{5}{2}t_0$$

Όταν $y=\frac{A}{2}$, τότε $U_1=\frac{1}{2}D\left(\frac{A}{2}\right)^2 \Rightarrow U_1=\frac{E_\tau}{4}$.

$$U_1+K_1=E_\tau \Rightarrow K_1=\frac{3}{4}E_\tau \Rightarrow E_\tau=\frac{4}{3}K_1$$

Με αντικατάσταση στη γενική σχέση παίρνουμε

$$U=\frac{4}{3}K_1\eta\mu^2 2\pi\left(\frac{t}{2t_0}-\frac{5}{4}\right) \text{ για } t\geq\frac{5}{2}t_0 \quad \text{και} \quad U=0 \text{ για } t<\frac{5}{2}t_0,$$

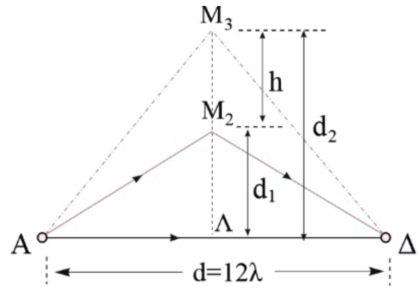
Β3. (iii)

Στη θέση που συμβαίνει ενισχυτική συμβολή για 1η φορά έχουμε

$$\left(\mathrm{AM_2\Delta}\right)-\left(\mathrm{A\Delta}\right)=\lambda \Rightarrow \left(\mathrm{AM_2\Delta}\right)=13\lambda$$

Μετά από μία θέση ενίσχυσης ακολουθεί μία θέση απόσβεσης. Έχουν παρεμβληθεί 7 θέσεις απόσβεσης, άρα όταν ο ανακλαστήρας είναι στη θέση M_3 έχουμε ενίσχυση για 8η φορά, N=8, οπότε

$$\left(\mathrm{AM_3\Delta}\right)-\left(\mathrm{A\Delta}\right)=8\lambda \Rightarrow \left(\mathrm{AM_2\Delta}\right)=20\lambda$$



Από το ορθογώνιο τρίγωνο $ΑΛΜ_2$ έχουμε:

$$d_1^2=\left(\frac{\mathrm{AM_2\Delta}}{2}\right)^2-\left(6\lambda\right)^2=\left(6,5\lambda\right)^2-\left(6\lambda\right)^2 \Rightarrow d_1=2,5\lambda$$

Από το ορθογώνιο τρίγωνο $ΑΛΜ_3$ έχουμε:

$$d_2^2=\left(\frac{\mathrm{AM_3\Delta}}{2}\right)^2-\left(6\lambda\right)^2=\left(10\lambda\right)^2-\left(6\lambda\right)^2 \Rightarrow d_2=8\lambda$$

$$h=d_2-d_1=5,5\lambda$$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Για την κοιλία Ο έχουμε $\dfrac{U}{K}=\dfrac{1}{3}$,

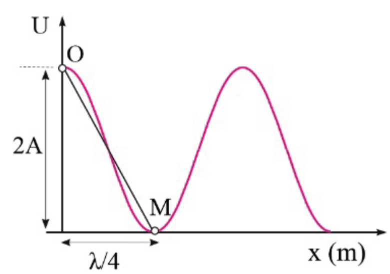
άρα $U=\dfrac{E}{4} \Rightarrow \dfrac{1}{2}Dy^2=\dfrac{1}{4}\dfrac{1}{2}D\left(2A\right)^2 \Rightarrow y=A$

$A=2A\cdot ημ\dfrac{2\pi}{T}t_2 \Rightarrow ημ\dfrac{\pi}{6}=ημ\dfrac{2\pi}{T}t_2$, 1η φορά, άρα $\dfrac{\pi}{6}=\dfrac{2\pi}{T}t_2 \Rightarrow T=2,4s$

Γ2. Από το σχήμα έχουμε:

$$(OM)=\sqrt{(2A)^2+\left(\frac{\lambda}{4}\right)^2} \Rightarrow$$

$$2A=0,4m \Rightarrow A=0,2m$$

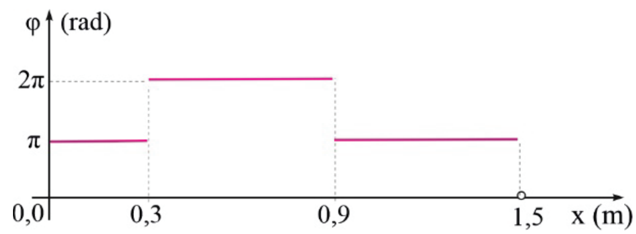


Γ3. Για το σημείο Λ έχουμε:

$$y_\Lambda=2A\cdot συν\frac{2\pi x_\Lambda}{\lambda}ημωt_2=0,4συν\frac{2\pi\cdot 0,8}{1,2}ημ\frac{2\pi}{2,4}0,2 \Rightarrow$$

$$y_\Lambda=-0,1m$$

Γ4. Όλα τα σημεία στη χορδή που είναι στις θέσεις 0 έως 0,3m και 0,9m έως 1,5m έχουν την ίδια φάση που δίνεται από τη σχέση φ=ωt. Τη στιγμή t=1,2s η φάση τους είναι π.



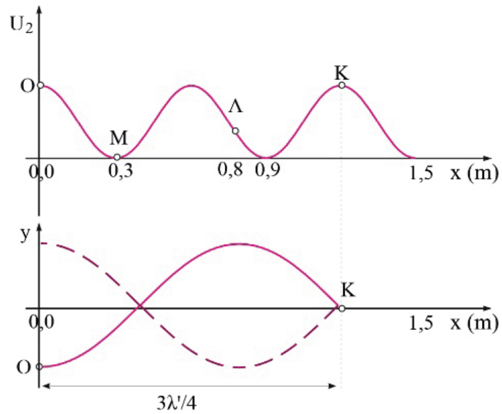
Όλα τα σημεία στη χορδή που είναι στις θέσεις 0,3m έως 0,9m έχουν την ίδια φάση που δίνεται από τη σχέση φ=ωt+π. Τη στιγμή t=1,2s η φάση τους είναι 2π.

Γ5. Από το σχήμα έχουμε:

$$\frac{3\lambda'}{4}=1,2\text{m} \Rightarrow \lambda'=1,6\text{m}$$

Η ταχύτητα διάδοσης δεν αλλάζει, (ίδια χορδή), άρα

$$f'=\frac{\upsilon}{\lambda'}=\frac{\lambda f}{\lambda'} \Rightarrow f'=\frac{5}{16}\text{Hz}$$



ΘΕΜΑ Δ

Δ1. $y=A\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}\right)$, $\alpha_{max}=\omega^2 A \Rightarrow \omega=\sqrt{\frac{\alpha_{max}}{A}} \Rightarrow \omega=10\text{rad/s}$, $T=\frac{2\pi}{\omega}=\frac{\pi}{5}\text{s}$ και $f=\frac{5}{\pi}\text{Hz}$

Το σημείο της θέσης x=4m ξεκινά να ταλαντώνεται τη στιγμή t=1s, άρα υ=4m/s και από $\upsilon=\lambda f$ προκύπτει

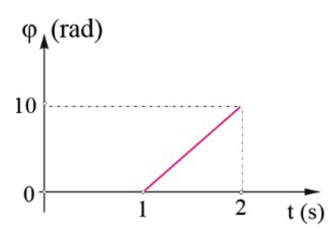
$$\lambda=\frac{\upsilon}{f}=\frac{4\text{m/s}}{\frac{5}{\pi}\text{s}^{-1}} \Rightarrow \lambda=0,8\pi\,\text{m} .$$

Άρα η εξίσωση του κύματος είναι

$$y=0,04\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{\pi/5}-\frac{x}{0,8\pi}\right)(\text{SI}) \Rightarrow y=0,04\eta\mu\left(10t-2,5x\right)\ (\text{SI}) \qquad (1)$$

Δ2. Από τη σχέση (1) για x=4m παίρνουμε

$\varphi=10t-10$ (SI) με $t \geq 1\text{s}$



Δ3. $\alpha=-\omega^2 y,\ \alpha_{max}=\omega^2 A$, $|\alpha|=\frac{\alpha_{max}}{2}$, άρα $y=\pm\frac{A}{2}$

Η 2η φορά είναι όταν ο φελλός κατευθύνεται από την ακραία θέση προς τη θέση ισορροπίας και διέρχεται από $y=\frac{A}{2}$, δηλαδή έχει αρνητική ταχύτητα και αντιστοιχεί σε θέση που βρίσκεται στο 2ο τεταρτημόριο του τριγωνομετρικού κύκλου.

$$y = A\eta\mu\frac{2\pi}{T}\Delta t \Rightarrow \frac{A}{2} = A\eta\mu\frac{2\pi}{T}\Delta t \Rightarrow \eta\mu\frac{2\pi}{T}\Delta t = \eta\mu\frac{\pi}{6}$$

Προκύπτουν δύο λύσεις $\Delta t = T/12$ και $\Delta t = 5T/12$. Δεκτή είναι η λύση 5T/12 .

Ο φελλός ξεκινά ταλάντωση την t_1=1s, άρα $t = 1s + \Delta t = 1s + \frac{5}{12}\frac{\pi}{5}s \Rightarrow t = \frac{12+\pi}{12}s$

Δ4. Η περίοδος του κύματος είναι ίση με την περίοδο ταλάντωσης του συστήματος $m_{ολ}$-k.

$m_{ολ}\omega^2 = k \Rightarrow m_{ολ} = \frac{100N/m}{(10r/s)^2} \Rightarrow m_{ολ} = 1kg$, άρα m_2=0,2kg

Δ5. Από τη διάτήρηση της μηχανικής ενέργειας για το Σ βρίσκουμε τη σχέση μεταξύ h και ταχύτητας ελάχιστα πριν την κρούση, υ_2.

$\upsilon_2 = \sqrt{2gh}$ (2)

Από τη διατήρηση της ορμής για την πλαστική κρούση βρίσκουμε τη σχέση μεταξύ υ_2 και ταχύτητας συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση.

$m_2\upsilon_2 = (m_1 + m_2)V_\kappa \Rightarrow V_\kappa = \frac{1}{5}\upsilon_2$ (3)

Η ταλάντωση του συστήματος έχει θέση ισορροπίας που είναι μετατοπισμένη προς τα κάτω κατά x_2 από την αρχική θέση ισορροπίας: $x_2 = \frac{m_2 g}{k} = \frac{2}{100}m$

Εφαρμόζουμε τη διατήρηση της ενέργειας για την ταλάντωση

$$U + K = E_\tau \Rightarrow \frac{1}{2}kx_2^2 + \frac{1}{2}(m_1 + m_2)V_\kappa^2 = \frac{1}{2}kA_1^2 \Rightarrow V_\kappa = \sqrt{\frac{kA_1^2 - kx_2^2}{m_1 + m_2}} = 1m/s$$

Από τη σχέση (3) παίρνουμε $\upsilon_2 = 5m/s$

και από τη σχέση (2) $h = \frac{\upsilon_2^2}{2g} = 1,25m$