Λύσεις κριτηρίου 22

ΘΕΜΑ Α

Α1. (γ) **Α**2. (β) **Α**3. (α) **Α**4. (γ) **Α**5. α. Σ β. Λ γ. Λ δ. Λ ε. Σ

ΘΕΜΑ Β

Β1. (iii)

Στο ηλεκτρικό πεδίο: $\Delta x = \frac{1}{2}\alpha\Delta t^2 = \frac{1}{2}\frac{Eq}{m}\Delta t^2$, άρα

$$\Delta x_A = \Delta x_B \Rightarrow \frac{1}{2}\frac{Eq_A}{m_A}\Delta t_A{}^2 = \frac{1}{2}\frac{Eq_B}{m_B}\Delta t_B{}^2 \Rightarrow \Delta t_A = \frac{3}{2}\Delta t_B \quad (1)$$

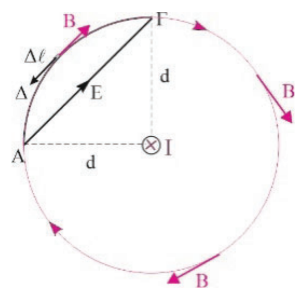
Στο μαγνητικό πεδίο: $\Delta t' = \frac{T}{2} = \frac{\pi m}{qB}$, άρα $\frac{\Delta t'_A}{\Delta t'_B} = \frac{\frac{\pi m_A}{q_A B}}{\frac{\pi m_B}{q_B B}} = \frac{9}{4} \Rightarrow \Delta t'_A = \frac{9}{4}\Delta t'_B \quad (2)$

Σύμφωνα με την εκφώνηση

$$\Delta t_{\text{ολ}(A)} = \frac{15}{8}\Delta t_{\text{ολ}(B)} \Rightarrow \Delta t_A + \Delta t'_A = \frac{15}{8}(\Delta t_B + \Delta t'_B) \xrightarrow{(1),(2)} \Delta t_B = \Delta t'_B$$

Β2. (i)

Εφαρμόζουμε τον νόμο του Ampere στην κλειστή διαδρομή Α-ΕΓΔΑ.



$\sum\limits_{A\to A} B_i\Delta\ell_i\sigma\upsilon\nu\vartheta_i = \mu_o I_{\varepsilon\gamma\kappa} = 0$ εφόσον δεν υπάρχουν ρεύματα μέσα στην κλειστή διαδρομή. Επομένως

$$\sum_{A\to E\to \Gamma} B_i\Delta\ell_i\sigma\upsilon\nu\vartheta_i + \sum_{\Gamma\to\Delta\to A} B_i\Delta\ell_i\sigma\upsilon\nu\vartheta_i = 0$$ ή

$$\sum_{A\to E\to \Gamma} B_i\Delta\ell_i\sigma\upsilon\nu\vartheta_i = -\sum_{\Gamma\to\Delta\to A} B_i\Delta\ell_i\sigma\upsilon\nu\vartheta_i \quad (1)$$

$$\sum_{\Gamma\to\Delta\to A} B_i\Delta\ell_i\sigma\upsilon\nu\vartheta_i = B\sum\Delta\ell\sigma\upsilon\nu 180° = -\frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2I}{d}\frac{2\pi d}{4} \Rightarrow \sum_{\Gamma\to\Delta\to A} B_i\Delta\ell_i\sigma\upsilon\nu\vartheta_i = -\frac{\mu_o I}{4}$$

Άρα, σύμφωνα με τη σχέση (1) $\sum\limits_{A\to E\to\Gamma} B_i\Delta\ell_i\sigma\upsilon\nu\vartheta_i = \frac{\mu_o I}{4}$

Β3. (i)

Στη θέση ισορροπίας (οι αγωγοί δεν διαρρέονται από ρεύματα):

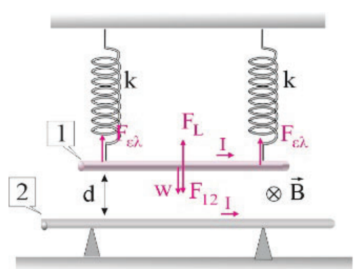
$\Sigma F=0$ ή $2F_{\varepsilon\lambda}=w$ (1)

Όταν ο αγωγός 1 διαρρέεται από ρεύμα Ι και τα ελατήρια είναι στο ΦΜ:

$\Sigma F=0$ ή $F_L=w$ (2)

Όταν και οι δύο αγωγοί διαρρέονται από ρεύματα Ι :

$\Sigma F=0$ ή $2F_{\varepsilon\lambda}+F_L=F_{12}+w$ (3)



Συνδυάζοντας τις (1),(2),(3) παίρνουμε:

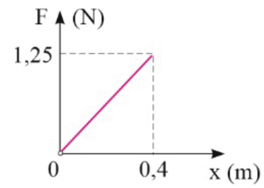
$$w = F_{12} \Rightarrow w = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2I^2\ell}{d} \Rightarrow d = \frac{\mu_o I^2\ell}{2\pi w}$$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Όταν ο ΚΛ διαρρέεται από ρεύμα, ασκούνται σε αυτόν δύο ομόρροπες δυνάμεις.

Η δύναμη Laplace σταθερού μέτρου $F_L = BI\ell = 0,5N$ και δύναμη F η οποία είναι μεταβλητή.

Εφαρμόζουμε το ΘΜΚΕ για τον αγωγό μέχρι τη θέση ΑΓ.



$$\frac{1}{2}m\upsilon_1^2 - 0 = W_{F_L} + W_F \quad (1)$$

Το έργο της F υπολογίζεται από το εμβαδόν στο διάγραμμα F=f(x).

$$W_{F_L} = F_L \cdot d_1 = 0,2J \ , \ W_F = \frac{1}{2}1,25 \cdot 0,4J = 0,25J$$

Αντικαθιστώντας στην (1) παίρνουμε υ_1=3m/s.

Γ2. Για να μην χάνεται οριακά η επαφή του αγωγού στο ψηλότερο σημείο της ημικυκλικής διαδρομής θα πρέπει:

$$N + mg = \frac{m\upsilon^2}{R} \Rightarrow N = \frac{m\upsilon^2}{R} - mg \geq 0 \Rightarrow \upsilon_{min} = \sqrt{gR} \quad (2)$$

Εφαρμόζουμε την αρχή διατήρησης της ενέργειας ανάμεσα στο κατώτερο και στο ανώτερο σημείο της ανακύκλωσης και έχουμε:

$$\frac{1}{2}m\upsilon_2^2 = \frac{1}{2}m\upsilon_{min}^2 + mg2R \Rightarrow \upsilon_2 = \sqrt{5gR} = 2m/s$$

Αυτή είναι και η ταχύτητα του αγωγού μόλις περάσει από τη θέση ΓΕ.

Γ3. Στην περιοχή Β οι δυναμικές γραμμές του πεδίου έχουν αντιστραφεί και η δύναμη Laplace έχει το ίδιο μέτρο αλλά επιβραδύνει τον αγωγό. Εφαρμόζοντας το ΘΜΚΕ παίρνουμε:

$$\frac{1}{2}m\upsilon_2^2 - \frac{1}{2}m\upsilon_1^2 = -BI\ell \cdot d_2 \Rightarrow d_2 = 0,5m$$

Γ4. Στην περιοχή Β ο αγωγός επιβραδύνεται ομαλά με επιτάχυνση μέτρου $\alpha = \frac{BI\ell}{m} = 5\frac{m}{s^2}$

Ο χρόνος της επιβραδυνόμενης κίνησης είναι $\upsilon_2 = \upsilon_1 - \alpha\Delta t \Rightarrow \Delta t = 0,2s$

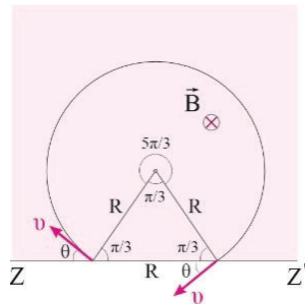
Επομένως 0,1s μετά την είσοδο στην περιοχή Β ο αγωγός βρίσκεται ακόμη εκεί επιβραδυνόμενος έχοντας ταχύτητα $\upsilon' = \upsilon_1 - \alpha\Delta t_1 = 3 - 5 \cdot 0,1 \Rightarrow \upsilon' = 2,5\frac{m}{s}$

Ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας του αγωγού είναι

$$\frac{dK}{dt} = \Sigma F \cdot \upsilon' = -BI\ell \cdot \upsilon' \Rightarrow \frac{dK}{dt} = -1,25\frac{J}{s}$$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Επειδή η ταχύτητα του σωματιδίου είναι κάθετη στην ακτίνα, το τρίγωνο που δημιουργείται είναι ισόπλευρο με αποτέλεσμα η απόσταση d ανάμεσα στα σημεία εισόδου και εξόδου από το μαγνητικό πεδίο να είναι d=R.



Άρα $d = R = \frac{m\upsilon}{B|q|} \Rightarrow d = 0{,}2\text{m} \quad (1)$

Επειδή το φορτίο κάνει ομαλή κυκλική κίνηση και η γωνία που διαγράφει μέσα στο μαγνητικό πεδίο είναι Δφ=5π/3 rad το χρονικό διάστημα της κίνησής του μέσα στο πεδίο θα είναι:

$$\Delta t = \frac{\Delta\varphi}{2\pi}T = \frac{\frac{5\pi}{3}}{2\pi}T = \frac{5T}{6} = \frac{5}{6}\frac{2\pi m}{B|q|} = \frac{10\pi 10^{-6}}{6\cdot 2\cdot 10^{-3}10^{-3}}\text{s} \Rightarrow \Delta t = \frac{5\pi}{6}\ \text{s}$$

Δ2. Η μεταβολή στην ορμή οφείλεται στην αλλαγή της διεύθυνσης του διανύσματος, άρα:

$$|\Delta\vec{p}| = \sqrt{p^2 + p^2 + 2p^2\sigma\upsilon\nu 120^0} = p = m\upsilon = RB|q| \Rightarrow |\Delta\vec{p}| = 4\cdot 10^{-7}\ \text{Kg}\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Το διάνυσμα της μεταβολής της ορμής είναι κάθετο στο όριο του πεδίου με φορά προς τα κάτω. Η μεταβολή στη στροφορμή είναι μηδενική, διότι δεν αλλάζει ούτε το μέτρο ούτε η κατεύθυνση του διανύσματος της στροφορμής κατά την κίνηση μεταξύ των σημείων εισόδου και εξόδου.

Δ3. Κατά την είσοδο στο νέο πεδίο δεν αλλάζουν τα υ,m,q αλλάζει όμως το B και το R. Και σε αυτήν την περίπτωση η γωνία με την οποία εισέρχεται το σωματίδιο στο πεδίο είναι 30^o με αποτέλεσμα το σχηματιζόμενο τρίγωνο να είναι πάλι ισόπλευρο. Άρα η νέα ακτίνα θα είναι:

$$\frac{d}{2} = R' = \frac{m\upsilon}{B'|q|} \Rightarrow R' = 0{,}1\text{m} \qquad (2)$$

Διαιρούμε κατά μέλη τις (1) και (2) και έχουμε:

$$\frac{d}{\frac{d}{2}} = \frac{\frac{m\upsilon}{B|q|}}{\frac{m\upsilon}{B'|q|}} \Rightarrow 2 = \frac{B'}{B} \Rightarrow B' = 2B = 4\cdot 10^{-3}\text{T}$$

Το χρονικό διάστημα κίνησης του σωματιδίου μέσα στο νέο μαγνητικό πεδίο είναι:

$$\Delta t' = \frac{\Delta\varphi}{2\pi}T' = \frac{\frac{5\pi}{3}}{2\pi}T' = \frac{5T'}{6} = \frac{5}{6}\frac{2\pi m}{B'|q|} \Rightarrow \Delta t' = \frac{5\pi}{12}\ \text{s}$$

Δ4. Το χρονικό διάστημα που χρειάζεται το σωματίδιο από τη στιγμή που αρχικά εισέρχεται στο πεδίο B μέχρι να ξαναεισέλθει στο πεδίο αυτό είναι:

$$\Delta t + \Delta t' = \frac{5\pi}{6}\ \text{s} + \frac{5\pi}{12}\ \text{s} \Rightarrow \Delta t + \Delta t' = \frac{15\pi}{12}\ \text{s}$$

Σε κάθε ένα τέτοιο χρονικό διάστημα το σωματίδιο μετατοπίζεται κατά μήκος του άξονα x'x προς τα δεξιά κατά απόσταση ίση με:

$$\Delta x = d + \frac{d}{2} = \frac{3d}{2} \Rightarrow \Delta x = 0{,}3\text{m}$$

Άρα σε χρονικό διάστημα 15π/4 s έχει κάνει τρεις φορές την παραπάνω απόσταση δηλαδή:

$$\Delta x' = 3\left(d + \frac{d}{2}\right) = \frac{9d}{2} \Rightarrow \Delta x' = 0{,}9\text{m}$$

Το μέτρο της ταχύτητας του σωματιδίου είναι:

$$R = \frac{m\upsilon}{B|q|} \Rightarrow \upsilon = \frac{RB|q|}{m} = \frac{0{,}2 \cdot 2 \cdot 10^{-3} 10^{-3}}{10^{-6}} \Rightarrow \upsilon = 0{,}4\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Άρα το μήκος της τροχιάς του είναι:

$$s = 3\ \upsilon(\Delta t + \Delta t') = 3 \cdot 4 \cdot 10^{-1}\frac{15\pi}{12}\text{m} \Rightarrow s = 1{,}5\pi\text{m}$$