Λύσεις κριτηρίου 23

ΘΕΜΑ Α

Α1. (δ) **Α**2. (α) **Α**3. (γ) **Α**4. (β) **Α**5. α. Λ β. Σ γ. Λ δ. Λ ε. Λ

ΘΕΜΑ Β

Β1. (**ii**)

Ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής του συστήματος οφείλεται μόνο στις εξωτερικές δυνάμεις που ασκούνται στο σύστημα. Αυτές είναι η δύναμη του βάρους του σφαιριδίου, καθώς και η μαγνητική δύναμη. Η μαγνητική δύναμη είναι πάντα κάθετη στην ταχύτητα, δηλαδή έχει μοχλοβραχίονα διαρκώς ίσο με μηδέν και δεν δίνει ροπή. Η μαγνητική δύναμη δίνεται από τη σχέση $F_{\mu\alpha\gamma\nu} = Bq\upsilon$.

Για τον ρυθμό μεταβολής της στροφορμής του συστήματος έχουμε:

$$\frac{dL}{dt} = mgx = mg\ell\sigma\upsilon\nu\vartheta \Rightarrow \lambda = mg\ell\sigma\upsilon\nu\vartheta \qquad (1)$$

Πρέπει να βρούμε την ταχύτητα του φορτισμένου σωματιδίου τη στιγμή που dL/dt=λ.
Η αρχή διατήρησης της ενέργειας μεταξύ των δύο θέσεων δίνει:

$$mgh = \frac{1}{2}m\upsilon^2 \Rightarrow g\ell\eta\mu\vartheta = \frac{1}{2}\upsilon^2 \Rightarrow \upsilon = \sqrt{2g\ell\eta\mu\vartheta} \qquad (2)$$

Από τις (1) και (2) προκύπτει:

$$\upsilon = \sqrt{2\frac{\lambda}{m\sigma\upsilon\nu\vartheta}\eta\mu\vartheta} = \sqrt{2\frac{\lambda}{m}\varepsilon\varphi\vartheta} = \sqrt{2\frac{\lambda}{m}\cdot\varepsilon\varphi\frac{\pi}{4}} \Rightarrow \upsilon = \sqrt{\frac{2\lambda}{m}}$$

Άρα, η δύναμη από το μαγνητικό πεδίο στο σφαιρίδιο έχει μέτρο:

$$F_{\mu\alpha\gamma\nu} = Bq\sqrt{\frac{2\lambda}{m}}$$

Β2. (**i**)

Αν το μέτρο της ορμής του σωματιδίου 1 είναι p, τότε το μέτρο της μεταβολής της ορμής του είναι ίσο με

$$|\Delta\vec{p}_1| = \sqrt{p^2 + p^2} = p\sqrt{2}$$

Εάν το μέτρο της ορμής του σωματιδίου 2 είναι p', τότε το μέτρο της μεταβολής της ορμής του ισούται με:

$$|\Delta\vec{p}_2| = p' - (-p') = 2p'$$

Επειδή τα μέτρα των μεταβολών είναι ίσα θα έχουμε: $p\sqrt{2} = 2p' \quad (1)$

Για τις ακτίνες των κυκλικών τροχιών των δύο σωματιδίων ισχύει ότι:

$$R_1 = \frac{m_1\upsilon_1}{B\,q_1} = \frac{p}{B\,q_1} \Rightarrow \alpha = \frac{p}{B\,q_1} \Rightarrow p = \alpha\ B\ q_1 \quad (2)$$

$$R_2 = \frac{m_2 \upsilon_2}{B\, q_2} = \frac{p'}{B\, q_2} \Rightarrow \frac{\alpha}{2} = \frac{p'}{B\, q_2} \Rightarrow p' = \alpha\, B \frac{q_2}{2} \quad (3)$$

Από (1), (2), (3) έχουμε ότι: $\alpha B\, q_1 \sqrt{2} = 2\alpha\, B \frac{q_2}{2} \Rightarrow q_2 = \sqrt{2} q_1$

Β3. (ii)

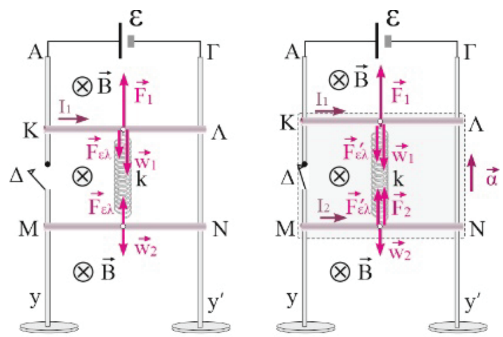
Με τον διακόπτη Δ ανοικτό, ο αγωγός ΚΛ διαρρέεται από ρεύμα έντασης I_1 και ασκείται σε αυτόν εκτός από το βάρος του, η δύναμη Laplace F_1 με φορά προς τα πάνω και η δύναμη του ελατηρίου. Για τον αγωγό ΜΝ που ισορροπεί έχουμε:

$$\Sigma F = 0 \;\Rightarrow\; F_{\varepsilon\lambda} - m_2 g = 0 \;\Rightarrow F_{\varepsilon\lambda} = m_2 g \quad (1)$$

Για τον αγωγό ΚΛ που ισορροπεί έχουμε:

$$\Sigma F = 0 \;\Rightarrow F_1 - F_{\varepsilon\lambda} - m_1 g = 0 \;\Rightarrow$$

$$BL\frac{E}{R_1} - m_2 g - m_1 g = 0 \qquad (2)$$



Διακόπτης ανοικτός — Διακόπτης κλειστός

Όταν ο διακόπτης Δ κλείσει, η ένταση του ρεύματος που διαρρέει τον αγωγό ΚΛ δεν μεταβάλλεται, ενώ ο αγωγός ΜΝ διαρρέεται από ρεύμα έντασης I_2, που είναι ίσο με $I_2 = \frac{E}{R_2}$.

Για τη ΣF΄ που ασκείται στον αγωγό ΜΝ τώρα ισχύει

$\Sigma F' = F_2 + F_{\varepsilon\lambda} - m_2 g = BL\frac{E}{R_2} + F_{\varepsilon\lambda} - m_2 g$, η οποία με τη βοήθεια της (1) δίνει

$$\Sigma F' = BL\frac{E}{R_2}$$

Αντικαθιστούμε στην τελευταία σχέση την ποσότητα BLE από τη σχέση (2) και παίρνουμε:

$$\Sigma F' = (m_1 + m_2) g R_1 \frac{1}{R_2}$$

Άρα, ο αγωγός ΜΝ ξεκινήσει να κινείται με επιτάχυνση

$$\alpha = \frac{\Sigma F'}{m_2} = \frac{(m_1 + m_2)}{m_2} \frac{R_1}{R_2} g$$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Το έργο της δύναμης του ηλεκτρικού πεδίου είναι μηδενικό διότι η δύναμη από το ηλεκτρικό πεδίο είναι κάθετη στη μετατόπιση του σωματιδίου. Για την ταχύτητα με την οποία περνάει μέσα από τον επιλογέα έχουμε ότι:

$$\upsilon = \frac{E}{B} = 10^4 \, m/s$$

Γ2. Μέσα στο μαγνητικό πεδίο έντασης Β΄ το ιόν διαγράφει κυκλική τροχιά ακτίνας:

$$R_1 = \frac{m_1 \upsilon}{B' q}$$

Άρα το ειδικό φορτίο είναι:

$$\frac{q}{m_1}=\frac{\upsilon}{B'R_1}=\frac{10^4}{2\cdot10^{-2}\cdot10^{-1}}\frac{C}{Kg}\Rightarrow\frac{q}{m_1}=5\cdot10^6\frac{C}{Kg}$$

Γ3. Τα ιόν είναι μονοσθενές, οπότε μάζα του είναι:

$$m_1=\frac{1,6\cdot10^{-19}}{5\cdot10^6}Kg\Rightarrow m_1=32\cdot10^{-27}Kg$$

Η μεταβολή στην ορμή του ιόντος είναι:

$$\Delta p=m_1\upsilon-\left(-m_1\upsilon\right)=2m_1\upsilon=2\cdot32\cdot10^{-27}\cdot10^4\ Kg\frac{m}{s}\Rightarrow\Delta p=64\cdot10^{-23}Kg\frac{m}{s}$$

Γ4. Η μάζα του κάθε ισοτόπου είναι:

$$m_1=\frac{R_1B'q}{\upsilon},\ \ m_2=\frac{R_2B'q}{\upsilon}$$

Άρα το πηλίκο των μαζών είναι:

$$\frac{m_1}{m_2}=\frac{\frac{R_1B'q}{\upsilon}}{\frac{R_2B'q}{\upsilon}}=\frac{R_1}{R_2}=\frac{5}{6}$$

Γ5. Η διαφορά μάζας των δύο ισοτόπων είναι:

$$\Delta m=m_2-m_1=\frac{6}{5}m_1-m_1=\frac{1}{5}m_1=\frac{1}{5}32\cdot10^{-27}Kg\Rightarrow\Delta m=6,4\cdot10^{-27}Kg$$

Διαιρούμε με τη μάζα του ενός νουκλεονίου για να βρούμε τη διαφορά των ισοτόπων σε νουκλεόνια.

$$\Delta n=\frac{\Delta m}{m_n}=\frac{6,4\cdot10^{-27}Kg}{1,6\cdot10^{-27}Kg}\Rightarrow\Delta n=4$$

Επειδή τα ισότοπα έχουν ίδιο αριθμό πρωτονίων, θα έχουν ίδιο ατομικό αριθμό, άρα η διαφορά του μαζικού αριθμού οφείλεται στον διαφορετικό αριθμό νετρονίων, $\Delta n=4$.

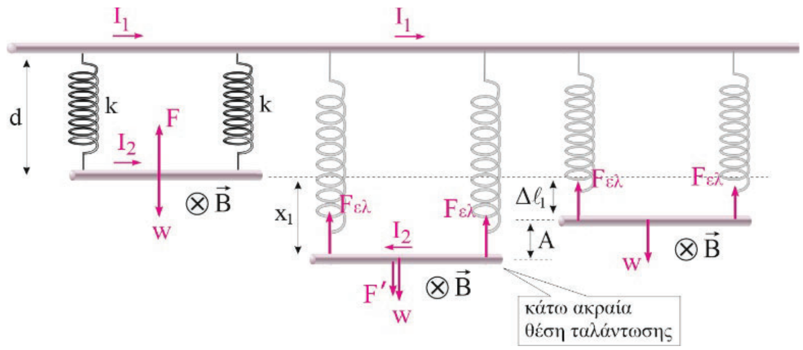
ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Για να ισορροπεί ο αγωγός πρέπει ΣF=0. Επειδή τα ελατήρια έχουν το φυσικό τους μήκος δεν ασκούν δύναμη, άρα η δύναμη Laplace πρέπει να έχει φορά προς τα πάνω και μέτρο ίσο με το βάρος του αγωγού.

$$\Sigma F=0\quad\Rightarrow\quad F_L-mg=0\quad\Rightarrow\quad F_L=0,1N$$

Με εφαρμογή του τύπου που δίνει τη δύναμη μεταξύ δύο παραλλήλων ρευματοφόρων αγωγών βρίσκουμε την αρχική απόσταση των δύο αγωγών.

$$F_L=2k_\mu\frac{I_1I_2\ell_2}{d}\quad\Rightarrow\quad d=2k_\mu\frac{I_1I_2\ell_2}{F_L}=2cm$$



Δ2. Η αντιστροφή του ρεύματος προκαλεί αντιστροφή της δύναμης Laplace. Η νέα ισορροπία του αγωγού οφείλεται στις δύο δυνάμεις που ασκούνται από τα ελατήρια. Η νέα συνθήκη ισορροπίας γράφεται

$$\Sigma F = 0 \quad \Rightarrow \quad F'_L + mg - 2|F_{\varepsilon\lambda}| = 0 \qquad (1)$$

Με αντικατάσταση στην (1) της F και $F_{\varepsilon\lambda}$ παίρνουμε:

$$2k_\mu \frac{I_1 I_2 \ell_2}{d + x_1} + mg - 2kx_1 = 0 \Rightarrow \frac{2 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 10^{-2} + x_1} + 0{,}1 - \frac{28}{6}x_1 = 0 \quad \Rightarrow \quad 14x_1^{\ 2} - 0{,}02x_1 - 12 \cdot 10^{-3} = 0$$

Οι λύσεις του τριωνύμου είναι $x_1 = \dfrac{0{,}02 \pm 0{,}82}{28}\,\text{m}$. Αποδεκτή είναι η x=3cm.

Δ3. Αν καταργηθούν τα ρεύματα, ο κάτω αγωγός θα ισορροπήσει κάτω από το Φ.Μ. κατά Δl_1.

$$\Delta\ell_1 = \frac{mg}{2k} = \frac{3}{140}\,\text{m}$$

Μετά την κατάργηση των ρευμάτων, ο αγωγός από την κάτω ακραία θέση ξεκινά να εκτελεί ΑΑΤ με D=2k και πλάτος ταλάντωσης

$$A = x_1 - \Delta\ell_1 = \left(\frac{3}{100} - \frac{3}{140}\right)\text{m} \Rightarrow A = \frac{6}{700}\,\text{m},$$

Η κυκλική συχνότητα της ταλάντωσης είναι $\omega = \sqrt{\dfrac{2k}{m}} = 2\sqrt{\dfrac{35}{3}}\,\dfrac{\text{rad}}{\text{s}}$

Η εξίσωση ταλάντωσης είναι $x = \dfrac{6}{700}\,\eta\mu\left(2\sqrt{\dfrac{35}{3}}\,t + \dfrac{\pi}{2}\right)$, (SI)

Δ4. Το πλησιέστερο σημείο που φτάνει ο αγωγός προς το ΦΜ του ελατηρίου είναι x_1-2A.

Επομένως η ελάχιστη επιμήκυνση του ελατηρίου είναι

$$\Delta\ell_{min} = \frac{3}{100}\,\text{m} - 2\frac{6}{700}\,\text{m} \Rightarrow \Delta\ell_{min} = \frac{9}{700}\,\text{m}$$

$$F_{\varepsilon\lambda\,min} = k\Delta\ell_{min} = 0{,}03\text{N}$$