Λύσεις κριτηρίου 28

ΘΕΜΑ Α

Α1. (γ) **Α**2. (α) **Α**3. (δ) **Α**4. (δ) **Α**5. α. Σ β. Λ γ. Λ δ. Σ ε. Σ

ΘΕΜΑ Β

Β1. (**ii**)

Τη στιγμή που χάνεται η επαφή του σώματος με το δάπεδο θα είναι:

$$F_{\mu\alpha\gamma\nu} = mg \Rightarrow B\upsilon_{max}q = mg \Rightarrow B\sqrt{\frac{k}{m}} \cdot A \cdot q = mg \Rightarrow A = \frac{g}{Bq}\sqrt{\frac{m^3}{k}} \quad (1)$$

Στο δεύτερο πείραμα έχουμε U=3K οπότε:

$$E = K + U = 4K \Rightarrow \frac{1}{2}kA'^2 = 4\frac{1}{2}m\upsilon'^2 \Rightarrow \upsilon' = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{k}{m}}A' \quad (2)$$

Τη στιγμή που χάνεται η επαφή του σώματος με το δάπεδο στο δεύτερο πείραμα θα είναι:

$$F'_{\mu\alpha\gamma\nu} = mg \Rightarrow B\upsilon' q = mg \Rightarrow \frac{B}{2}\sqrt{\frac{k}{m}} \cdot A' \cdot q = mg \Rightarrow A' = \frac{2g}{Bq}\sqrt{\frac{m^3}{k}} \quad (3)$$

Το πηλίκο των ενεργειών που δαπανήσαμε στα δύο πειράματα είναι:

$$\frac{E}{E'} = \frac{\frac{1}{2}kA^2}{\frac{1}{2}kA'^2} = \left(\frac{A}{A'}\right)^2 = \left(\frac{\frac{g}{Bq}\sqrt{\frac{m^3}{k}}}{\frac{2g}{Bq}\sqrt{\frac{m^3}{k}}}\right)^2 \Rightarrow \frac{E}{E'} = \frac{1}{4}$$

Β2. (**iii**)

Στον οριζόντιο άξονα x'x στο φορτίο ενεργεί μόνο η δύναμη από το ηλεκτρικό πεδίο με αποτέλεσμα να αποκτά επιτάχυνση στον άξονα αυτόν και να εκτελεί ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση χωρίς αρχική ταχύτητα. Η ηλεκτρική δύναμη ισούται με

$$F_{\eta\lambda} = E \cdot q$$

Η επιτάχυνση του φορτίου στον οριζόντιο άξονα είναι:

$$\Sigma F = m\alpha = Eq \quad \Rightarrow \quad \alpha = \frac{Eq}{m}$$

και οι εξισώσεις για την ταχύτητα u_π και τη μετατόπιση Δx του φορτίου στον οριζόντιο άξονα:

$$u_\pi = \alpha t\ , \quad \Delta x = \frac{1}{2}\alpha t^2$$

Σε επίπεδο κάθετο στις δυναμικές γραμμές η δύναμη από το μαγνητικό πεδίο είναι:

$$F = Bu_\kappa q \cdot \eta\mu 90^o = Bu_\kappa q$$

Εξαιτίας της δύναμης αυτής το φορτίο σε επίπεδο κάθετο στις δυναμικές γραμμές εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση με ακτίνα περιστροφής:

$$R = \frac{mu_{\kappa}}{Bq} \quad (1)$$

Και περίοδο περιστροφής: $T = \frac{2\pi m}{Bq} \quad (2)$

Το αποτέλεσμα της σύνθεσης των δύο παραπάνω κινήσεων είναι μία ελικοειδής κίνηση. Στην περίπτωση αυτή το βήμα της έλικας αυξάνεται με την πάροδο του χρόνου με αποτέλεσμα η σύνθετη κίνηση να είναι ελικοειδής με μεταβλητό βήμα της έλικας.
Το βήμα της έλικας, β_1, στην πρώτη περίοδο είναι:

$$\beta_1 = \Delta x_{0\to T} = \frac{1}{2}\alpha T^2 = \frac{1}{2}\frac{Eq}{m}\left(\frac{2\pi m}{Bq}\right)^2 = \frac{2\pi^2 Em}{B^2 q}$$

Για να βρούμε το βήμα της έλικας στη δεύτερη περίοδο αφαιρούμε από τη μετατόπιση του σωματιδίου σε χρονικό διάστημα δύο περιόδων τη μετατόπιση του σωματιδίου σε χρονικό διάστημα μίας περιόδου, δηλαδή:

$$\beta_2 = \Delta x_{0\to 2T} - \Delta x_{0\to T} = \frac{1}{2}\alpha(2T)^2 - \frac{1}{2}\alpha T^2 = \frac{3}{2}\alpha T^2$$ και με αντικατάσταση της T

$$\beta_2 = \frac{3}{2}\frac{Eq}{m}\left(\frac{2\pi m}{Bq}\right)^2 = \frac{6\pi^2 Em}{B^2 q}$$

Άρα, $\frac{\beta_2}{\beta_1} = \frac{\frac{3}{2}\alpha T^2}{\frac{1}{2}\alpha T^2} = 3 \Rightarrow \frac{\beta_1}{\beta_2} = \frac{1}{3}$

B3. (**i**)

Βρίσκουμε μία σχέση για την αρχική μέγιστη ισχύ που αναπτύσσεται στον αντιστάτη R_1:

$$P_{max,1} = I_{max}^2 R_1 = \frac{V_{max}^2}{(R+R_1)^2}R_1 = \frac{N^2\omega^2 B^2 A^2}{(R+R_1)^2}R_1 \Rightarrow P_{max,1} = 4\pi^2\frac{N^2B^2A^2}{T^2(R+R_1)^2}R_1$$

Ομοίως η τελική μέγιστη ισχύς θα είναι:

$$P'_{max,1} = 16\pi^2\frac{N^2B^2A^2}{T^2(R+R_1)^2}R_1$$

Το πηλίκο των μέγιστων ισχύων είναι:

$$\frac{P_{max,1}}{P'_{max,1}} = \frac{4\pi^2\frac{N^2B^2A^2}{T^2(R+R_1)^2}R_1}{16\pi^2\frac{N^2B^2A^2}{T^2(R+R_1)^2}R_1} = \frac{1}{4} \Rightarrow P'_{max,1} = 4P_{max,1}$$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Ο 2ος κανόνας Kirchoff κατά τη διάρκεια της αποκατάστασης του ρεύματος γράφεται:

$$E - E_{αυτ} - i(R + r) = 0 \Rightarrow L\frac{di}{dt} = E - i(R + r)$$

Ο μέγιστος ρυθμός μεταβολής της έντασης του ρεύματος στο κύκλωμα είναι την t=0, όταν το ρεύμα στο κύκλωμα είναι μηδενικό:

$$L\left(\frac{di}{dt}\right)_{max} = E \Rightarrow \left(\frac{di}{dt}\right)_{max} = \frac{E}{L} = \frac{20}{0,4}\frac{A}{s} \Rightarrow \left(\frac{di}{dt}\right)_{max} = 50\frac{A}{s}$$

Η μέγιστη ενέργεια μαγνητικού πεδίου που αποθηκεύεται στο πηνίο είναι όταν η ένταση του ρεύματος που διαρρέει το πηνίο παίρνει τη μέγιστη τιμή της.

$$I_{max} = \frac{E}{R + r} = \frac{20}{5}A = 4A \quad ,$$

$$U_{B,\,max} = \frac{1}{2}LI_{max}^2 = \frac{1}{2}0,4 \cdot 16J \Rightarrow U_{B,\,max} = 3,2J$$

Γ2. Όταν το ρεύμα στο κύκλωμα είναι i=1A τότε ο ρυθμός που προσφέρει ενέργεια η πηγή είναι:

$$P_{πηγής} = E\,i = 20 \cdot 1\frac{J}{s} \Rightarrow P_{πηγής} = 20\frac{J}{s}$$

Ο ρυθμός που η ενέργεια γίνεται θερμική είναι:

$$P_{θερμική} = i^2(R + r) = 1 \cdot 5\frac{J}{s} \Rightarrow P_{θερμική} = 5\frac{J}{s}$$

Η τάση από αυτεπαγωγή την στιγμή αυτή είναι:

$$E_{αυτ} = E - i(R + r) = 20 - 5 \Rightarrow E_{αυτ} = 15V$$

Ο ρυθμός που η ενέργεια γίνεται μαγνητική είναι:

$$P_{μαγνητική} = E_{αυτ}\;i = 15 \cdot 1\frac{J}{s} \Rightarrow P_{μαγνητική} = 15\frac{J}{s}$$

Παρατηρούμε ότι $P_{πηγής} = P_{θερμική} + P_{μαγνητική}$

Γ3. Τη στιγμή t_1 που κλείνουμε τον διακόπτη $Δ_2$ το πηνίο συνεχίζει να διαρρέεται με ρεύμα ίδιας φοράς και στον αγωγό ασκείται δύναμη Laplace προς τα αριστερά με αποτέλεσμα αυτός να αρχίσει να κινείται προς τα αριστερά. Την ίδια στιγμή η τάση από αυτεπαγωγή στα άκρα του πηνίου και του αγωγού είναι:

$$E_{αυτ} = I_{max}R_1 = 4 \cdot 2V = 8V$$

Η δύναμη Laplace στον αγωγό είναι: $F_L = BI_{max}l = 0,4 \cdot 4 \cdot 0,5N \Rightarrow F_L = 0,8N$

Ο ρυθμός μεταβολής της ταχύτητας του αγωγού τη στιγμή t_1 είναι

$$\frac{dυ}{dt} = α = \frac{F_L}{m} = \frac{0,8}{0,8}\frac{m}{s^2} \Rightarrow \frac{dυ}{dt} = 1\frac{m}{s^2}$$

Ο αγωγός αρχικά επιταχύνεται προς τα αριστερά.

Γ4. Επειδή η αρχική ενέργεια που έχει το πηνίο είναι πεπερασμένη και ίση με 3,2J και επειδή δεν υπάρχει άλλη δύναμη που να επηρεάζει την κίνηση του αγωγού πέρα από τη δύναμη Laplace, αυτό σημαίνει ότι ο αγωγός θα σταματήσει μετά από λίγο όταν η ενέργεια που είχε αποθηκεύσει το πηνίο γίνει όλη θερμική πάνω στον αντιστάτη R_1. Για να σταματήσει όμως ο αγωγός, αφού δεν του ασκείται άλλη δύναμη που να επηρεάζει την κίνησή του πέρα από την Laplace, θα πρέπει η δύναμη αυτή κάποια στιγμή να αλλάξει φορά (προς τα δεξιά) και να επιβραδύνει τον αγωγό μέχρι να τον σταματήσει. Αυτό σημαίνει ότι ο αγωγός περνάει δύο φάσεις:
- μία φάση που επιταχύνεται μη ομαλά από τη δύναμη Laplace που έχει φορά προς τα αριστερά,
- μία φάση που επιβραδύνεται μη ομαλά από τη δύναμη Laplace που έχει φορά προς τα δεξιά.

Ανάμεσα στις δύο φάσεις θα πρέπει κάποια στιγμή η δύναμη Laplace να γίνει μηδενική. Εκείνη τη στιγμή η ταχύτητα του αγωγού θα είναι μέγιστη, το ρεύμα στο κύκλωμα θα μηδενιστεί και η τάση από αυτεπαγωγή στο πηνίο θα γίνει ίση με την τάση από επαγωγή στη ράβδο. Άρα, τη στιγμή που ο αγωγός έχει τη μέγιστη ταχύτητά του ισχύει ότι:

$$F_L = 0 \Rightarrow i = 0 \Rightarrow \frac{E - E_{\alpha\upsilon\tau}}{R_1} = 0 \Rightarrow E = E_{\alpha\upsilon\tau} \Rightarrow B\upsilon_{max} l = L\frac{di}{dt} \Rightarrow$$

$$\frac{di}{dt} = \frac{B\upsilon_{max} l}{L} \Rightarrow \frac{di}{dt} = 1\frac{A}{s}$$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Στο σώμα Σ_1 ασκείται η δύναμη του βάρους του, η τάση του νήματος και η δύναμη από το μαγνητικό πεδίο, αλλά οι δύο τελευταίες δεν παράγουν έργο γιατί είναι κάθετες στη μετατόπιση. Συνεπώς από την αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας έχουμε:

$$m_1 g L = \frac{1}{2} m_1 \upsilon_1^2 \Rightarrow \upsilon_1 = \sqrt{2gL} = \frac{4m}{s}$$

Από τη συνθήκη της κυκλικής κίνησης του Σ_1 όταν το νήμα διέρχεται από την κατακόρυφη θέση έχουμε:

$$\Sigma F = F_\kappa \Rightarrow T - m_1 g - B\upsilon_1 q = m_1 \frac{\upsilon_1^2}{L} \Rightarrow B = \frac{T - m_1 g - m_1 \frac{\upsilon_1^2}{L}}{\upsilon_1 q} = \frac{18,2 - 5 - 10}{3,2} T \Rightarrow B = 1T$$

Δ2. Από τη γραμμική ταχύτητα βρίσκουμε τη γωνιακή ταχύτητα:

$$\omega = \frac{\upsilon_A}{L} = \frac{3}{0,8}\frac{r}{s} \Rightarrow \omega = 3,75\ r/s$$

Η επαγωγική τάση στα άκρα της ράβδου αμέσως μετά την κρούση είναι:

$$E = \frac{1}{2} B\omega L^2 = \frac{1}{2} 3,75 \cdot 0,64\ V \Rightarrow E = 1,2\ V$$

με θετικό πόλο στο Α και αρνητικό πόλο στο Ο.
Από την % απώλεια βρίσκουμε το μέτρο της ταχύτητας που έχει το Σ_1 αμέσως μετά την κρούση:

$$\frac{\frac{1}{2} m_1 \upsilon_1'^2 - \frac{1}{2} m_1 \upsilon_1^2}{\frac{1}{2} m_1 \upsilon_1^2} = -\frac{3}{4} \Rightarrow \frac{\upsilon_1'^2 - \upsilon_1^2}{\upsilon_1^2} = -\frac{3}{4} \Rightarrow \upsilon_1'^2 = \frac{\upsilon_1^2}{4} \Rightarrow \upsilon_1' = \frac{\upsilon_1}{2} = \frac{2m}{s}$$

Η δύναμη Lorentz ακριβώς πριν την κρούση είναι κατακόρυφη προς τα κάτω και έχει μέτρο:

$$F = B\upsilon_1 q = 1 \cdot 4 \cdot 0,8\text{N} \Rightarrow F = 3,2\text{N}$$

Αμέσως μετά την κρούση η δύναμη Lorentz είναι κατακόρυφη με φορά προς τα πάνω και έχει μέτρο:

$$F' = B\upsilon_1' q = 1 \cdot 2 \cdot 0,8\text{N} \Rightarrow F' = 1,6\text{N}$$

Άρα η μεταβολή στη δύναμη έχει μέτρο : $\left|\Delta\vec{F}\right| = 1,6\text{N} - \left(-3,2\right)\text{N} \Rightarrow \left|\Delta\vec{F}\right| = 4,8\text{N}$

Δ3. Το μέγιστο ύψος που ανέρχεται το $Σ_1$ μετά την κρούση είναι:

$$m_1 g h = \frac{1}{2} m_1 \upsilon_1'^2 \Rightarrow h = \frac{\upsilon_1'^2}{2g} = \frac{4}{20}\text{m} \Rightarrow h = 0,2\text{m}$$

Όταν για πρώτη φορά μετά την κρούση το σώμα φθάνει στα ¾ του μέγιστου ύψους που ανέρχεται μετά την κρούση έχουμε:

$$\frac{m_1 g 3h}{4} + \frac{1}{2} m_1 \upsilon_1''^2 = \frac{1}{2} m_1 \upsilon_1'^2 \Rightarrow \upsilon_1'' = \sqrt{\upsilon_1'^2 - \frac{3}{2} g h} \Rightarrow \upsilon_1'' = \frac{1\text{m}}{\text{s}}$$

Το συνημίτονο της γωνίας απόκλισης θ σε αυτό το ύψος είναι:

$$\sigma\upsilon\nu\theta = \frac{L - 0,75h}{L} \Rightarrow \sigma\upsilon\nu\theta = \frac{13}{16}$$

Από τη συνθήκη της κυκλικής κίνησης για τη θέση αυτή έχουμε:

$$\Sigma F = F_\kappa \Rightarrow T' - m_1 g \sigma\upsilon\nu\theta + B\upsilon_1'' q = m_1 \frac{\upsilon_1''^2}{L} \Rightarrow T' = \frac{31,1}{8}\text{N}$$

Δ4. Πριν κοπεί το νήμα, η θέση ισορροπίας απέχει από το φυσικό του μήκος του ελατηρίου:

$$k\Delta l = \left(m_1 + m_2\right) g \Rightarrow \Delta l = \frac{\left(m_1 + m_2\right) g}{k} \Rightarrow \Delta l = \frac{6}{250}\text{m}$$

Αφού κοπεί το νήμα, η νέα θέση ισορροπίας απέχει από το φυσικό του μήκος του ελατηρίου:

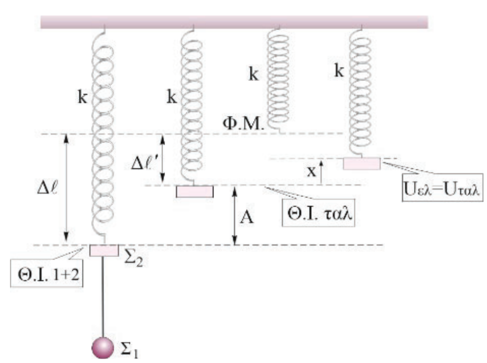
$$k\Delta l' = m_2 g \Rightarrow \Delta l' = \frac{m_2 g}{k} \Rightarrow \Delta l' = \frac{1}{250}\text{m}$$

Άρα, το πλάτος ταλάντωσης είναι:

$$A = \Delta l - \Delta l' = \frac{5}{250}\text{m} \Rightarrow A = 0,02\text{m}$$

Η γωνιακή συχνότητα της ταλάντωσης είναι:

$$\omega = \sqrt{k / m_2} = 50\frac{\text{rad}}{\text{s}}$$



Αφού το σώμα ξεκινάει από την ακραία θετική απομάκρυνση, θα έχουμε αρχική φάση ίση με π/2 rad, άρα η χρονική εξίσωση της δυναμικής ενέργειας είναι:

$$U = \frac{1}{2} k\, A^2 \eta\mu^2\left(\omega t + \varphi_o\right) = 5 \cdot 10^{-2} \eta\mu^2\left(50t + \frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow U = 5 \cdot 10^{-2} \sigma\upsilon\nu^2\left(50t\right)\left(\text{S.I.}\right)$$

Δ5. Την πρώτη χρονική στιγμή που η δυναμική ενέργεια της ταλάντωσης γίνεται ίση με τη δυναμική ενέργεια του ελατηρίου, η απόσταση του σώματος από το φυσικό μήκος πρέπει να είναι ίση με την απόστασή του από τη θέση ισορροπίας της ταλάντωσης, άρα το σώμα έχει απομάκρυνση:

$$x=-\frac{\frac{1}{250}}{2}\mathrm{m}=-\frac{1}{500}\mathrm{m}$$

Άρα, ο ρυθμός μεταβολής της ταχύτητας του σώματος είναι:

$$\frac{d\upsilon}{dt}=\alpha=-\omega^2 x=2500\cdot\frac{1}{500}\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\Rightarrow\frac{d\upsilon}{dt}=5\ \mathrm{m/s^2}$$