Λύσεις κριτηρίου 37

ΘΕΜΑ Α

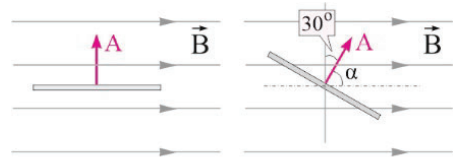
Α1.δ **Α**2.α **Α**3.γ **Α**4.δ **Α**5. α. Λ β. Σ γ. Λ δ. Λ ε. Σ

ΘΕΜΑ Β

Β1. (**i**)

Το ομογενές μαγνητικό πεδίο στο εσωτερικό του σωληνοειδούς έχει ένταση, της οποίας το μέτρο δίνεται από τη σχέση

$B = \mu_0 \dfrac{NI}{L}$ (1)



κάτοψη εσωτερικού σωληνοειδούς

Αρχικά το επίπεδο του κυκλικού αγωγού είναι παράλληλο στις μαγνητικές γραμμές και το κάθετο διάνυσμα στην επιφάνεια του πλαισίου σχηματίζει με τις δυναμικές γραμμές γωνία α=90^0, οπότε η αρχική μαγνητική ροή που διέρχεται από αυτόν είναι ίση με μηδέν. Όταν ο αγωγός στραφεί κατά 30^o και το κάθετο διάνυσμα στην επιφάνεια του πλαισίου στρέφεται κατά 30^0 , οπότε σχηματίζει με τις μαγνητικές δυναμικές γραμμές γωνία α=60^0.

Η μαγνητική ροή που διέρχεται από το κυκλικό πλαίσιο δίνεται από τη σχέση

$$\Phi_{\tau\epsilon\lambda} = BS\sigma\upsilon\nu\alpha = B\pi r^2 \sigma\upsilon\nu 60^o \Rightarrow \Phi_{\tau\epsilon\lambda} = \frac{B\pi r^2}{2}$$

η οποία με τη βοήθεια της (1) δίνει:

$$\Phi_{\tau\epsilon\lambda} = \mu_0 \frac{NI}{L}\frac{\pi r^2}{2}$$

Άρα, $\Delta\Phi = \Phi_{\tau\epsilon\lambda} = \mu_0 \dfrac{NI}{L}\dfrac{\pi r^2}{2}$

Β2. (**i**)

Για τα έργα εξαγωγής έχουμε: $\varphi_1 = hf_{o(1)}$ (1) , $\varphi_2 = hf_{o(2)}$ (2)

Από τη φωτοηλεκτρική εξίσωση για την επιφάνεια (1) έχουμε:

$$K_{max(1)} = hf_1 - \varphi_1 = 2hf_{0(1)} - hf_{0(1)} = hf_{0(1)} \quad (3)$$

Από τη φωτοηλεκτρική εξίσωση για την επιφάνεια (2) έχουμε:

$$K_{max(2)} = hf_2 - \varphi_2 = 2hf_{0(2)} - hf_{0(2)} = hf_{0(2)} \quad (4)$$

Από τη σχέση ανάμεσα στα έργα εξαγωγής παίρνουμε:

$$\varphi_2 = 2\varphi_1 \Rightarrow hf_{o(2)} = 2hf_{o(1)} \quad (5)$$

Από τη στιγμή που τα δύο ηλεκτρόνια αλληλεπιδρούν, ασκούνται ανάμεσά τους απωστικές ηλεκτρικές δυνάμεις με αποτέλεσμα αυτά να επιβραδύνονται, φθάνοντας στιγμιαία σε μία ελάχιστη απόσταση μεταξύ τους. Σε αυτή την ελάχιστη απόσταση, τα ηλεκτρόνια έχουν κοινή ταχύτητα και η ηλεκτρική δυναμική ενέργεια του συστήματος γίνεται μέγιστη.

Από τη διατήρηση της ενέργειας από την αρχή του φαινομένου μέχρι τη στιγμή που η απόσταση ανάμεσα στα σωματίδια είναι ελάχιστη θα έχουμε:

$$K_{max(1)} + K_{max(2)} = U_{max} + 2\ K_{κοινο} \Rightarrow U_{max} = K_{max(1)} + K_{max(2)} - 2\ K_{κοινό}$$

Άρα, σε αυτή την ελάχιστη απόσταση η ηλεκτρική δυναμική ενέργεια του συστήματος είναι μέγιστη, αλλά πάντα μικρότερη από τη συνολική αρχική κινητική τους ενέργεια, οπότε θα έχουμε

$$U_{max} < K_{max(1)} + K_{max(2)} \Rightarrow U_{max} < hf_{o(1)} + hf_{o(2)} \Rightarrow U_{max} < 3hf_{o(1)}$$

B3. (iii)

Στο σώμα m στον κατακόρυφο άξονα ασκείται μία δύναμη N_1 από το δοχείο που είναι ίση με

$$N_1 = m\,g \quad (1)$$

Στο δοχείο ασκείται στον κατακόρυφο άξονα η αντίδραση της N_1 (προς τα κάτω), μία δύναμη από το δάπεδο N_2 (προς τα πάνω) και το βάρος του M (προς τα κάτω).
Αφού το δοχείο ισορροπεί στον άξονα αυτόν έχουμε:

$$N_2 = M\,g + m\,g = (M+m)g$$

Για να ισορροπεί το δοχείο στον οριζόντιο άξονα θα πρέπει η δύναμη της στατικής τριβής να είναι κάθε στιγμή ίση με τη δύναμη ελατηρίου. Η μέγιστη τιμή που παίρνει η δύναμη ελατηρίου είναι στις θέσεις μέγιστης απομάκρυνσης, επομένως εάν το κουτί ισορροπεί σε αυτή τη θέση θα ισορροπεί και σε όλες τις άλλες:

$$\left.\begin{cases} F_{ελ(max)} = k\,A \\ T_{στ} \le \mu_s (M+m) g \end{cases}\right\} \Rightarrow k\,A \le \mu_s (M+m)g \Rightarrow A \le \frac{\mu_s (M+m)g}{k}$$

Για την ενέργεια ταλάντωσης του σώματος m ισχύει:

$$A^2 \le \frac{\mu_s^2 (M+m)^2 g^2}{k^2} \Rightarrow \frac{1}{2}kA^2 \le \frac{1}{2}k\frac{\mu_s^2 (M+m)^2 g^2}{k^2} \Rightarrow E = \frac{1}{2}\frac{\mu_s^2 (M+m)^2 g^2}{k}$$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Από το σχήμα προκύπτει ότι: $L = \frac{7\lambda}{4} \Rightarrow \lambda = \frac{4}{7}L = 0,4m$

Από την εξίσωση της κυματικής: $f = \frac{\upsilon}{\lambda} = 4Hz$ και T=(1/4)s.

Το χρονικό διάστημα Δt=(5/16)s αντιστοιχεί σε

$$N = \frac{\Delta t}{T} = 4 \cdot \frac{5}{16} = 1,25 \text{ ταλαντώσεις}$$

Σ' αυτό το χρονικό διάστημα μια κοιλία του στάσιμου διαγράφει μήκος τροχιάς ίσο με $\frac{10}{15}m$.

Σε μία ταλάντωση η κοιλία διαγράφει μήκος τροχιάς 8 Α και σε ένα τέταρτο της ταλάντωσης 2Α, άρα $s = 10\ A \Rightarrow A = \frac{1}{15}m$

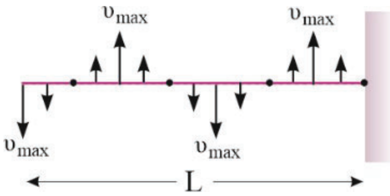
Γ2. Η εξίσωση του στάσιμου κύματος είναι: $y = \frac{2}{15}\ συν5\pi x\ ημ8\pi t \quad (S.I.)$

Για να σχεδιάσουμε το στιγμιότυπο βρίσκουμε πού βρίσκεται τη στιγμή t_1=3/8 s η κοιλία της θέσης x=0:

$$y = \frac{2}{15}συν0 \cdot ημ3\pi = 0$$

Βρίσκουμε και το πρόσημο της ταχύτητάς της:

$$\upsilon = \frac{16\pi}{15}\ \sigma\upsilon\nu 0 \cdot \sigma\upsilon\nu 3\pi \Rightarrow \upsilon = -\frac{16\pi}{15}\ \mathrm{m/s}$$



Άρα βρίσκεται στη θέση ισορροπίας της και κινείται προς τα αρνητικά. Επομένως όλα τα σημεία που ταλαντώνονται θα διέρχονται από τη θέση ισορροπίας τους και το στιγμιότυπο είναι όπως δείχνεται στο σχήμα..

Γ3. Οι θέσεις των σημείων που ταλαντώνονται με πλάτος Α είναι:

$$\frac{2}{15}\sigma\upsilon\nu 5\pi x = \frac{1}{15} \Rightarrow \sigma\upsilon\nu 5\pi x = \sigma\upsilon\nu\frac{\pi}{3} \Rightarrow \begin{cases} 5\pi x = 2\kappa\pi + \frac{\pi}{3}(1) \Rightarrow x_1 = \frac{1}{15}\mathrm{m} \\ 5\pi x = 2\kappa\pi - \frac{\pi}{3}(2) \Rightarrow x_4 = \frac{5}{15}\mathrm{m} \end{cases}$$

$$\frac{2}{15}\sigma\upsilon\nu 5\pi x = -\frac{1}{15} \Rightarrow \sigma\upsilon\nu 5\pi x = \sigma\upsilon\nu\frac{2\pi}{3} \Rightarrow \begin{cases} 5\pi x = 2\kappa\pi + 2\frac{\pi}{3}(1) \Rightarrow x_2 = \frac{2}{15}\mathrm{m} \\ 5\pi x = 2\kappa\pi - \frac{2\pi}{3}(2) \Rightarrow x_3 = \frac{4}{15}\mathrm{m} \end{cases}$$

Άρα, η ελάχιστη απόσταση των σημείων είναι $x_2 - x_1 = \frac{2}{15}\mathrm{m} - \frac{1}{15}\mathrm{m} = \frac{1}{15}\mathrm{m}$

Τα σημεία αυτά βρίσκονται σε αντίθεση φάσης, επομένως η απόσταση d μεταξύ τους είναι ίση με :

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_1 + |y_2|)^2} \quad (1)$$

$$y_1 = \frac{1}{15}\ \sigma\upsilon\nu\left(\frac{5\pi}{15}\right)\ \eta\mu 8\pi t = \frac{1}{15}\ \eta\mu 8\pi t \ \ (\mathrm{SI})$$

$$y_2 = \frac{1}{15}\ \sigma\upsilon\nu\left(\frac{10\pi}{15}\right)\eta\mu 8\pi t = -\frac{1}{15}\eta\mu 8\pi t \ \ (\mathrm{SI})$$

Άρα, η χρονική εξίσωση της μεταξύ τους απόστασης είναι:

$$d(t) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_1 + |y_2|)^2} \Rightarrow d(t) = \frac{1}{15}\sqrt{1 + 4\ \eta\mu^2 8\pi t}$$

Γ4. Η αμέσως μικρότερη επιτρεπτή συχνότητα, οδηγεί στο αμέσως μεγαλύτερο μήκος κύματος, οπότε το μήκος της χορδής αντιστοιχεί σε

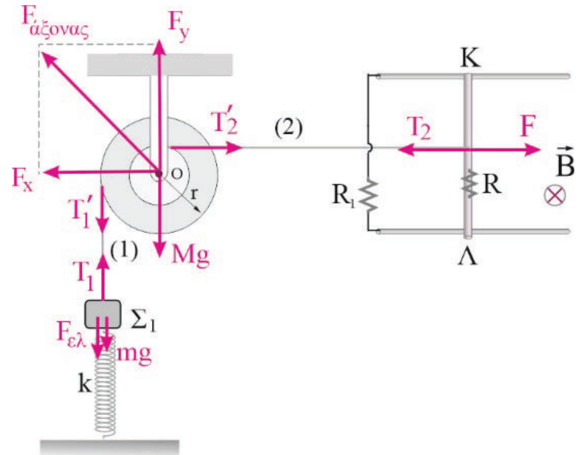
$$L = 3\frac{\lambda'}{2} \Rightarrow \lambda' = \frac{2L}{3} = \frac{140}{3}\mathrm{cm}$$

Το πλάτος ταλάντωσης θα βρεθεί από τη σχέση

$|A'| = \frac{2}{15}\left|\sigma\upsilon\nu\frac{2\pi x}{\lambda'}\right|$ (SI), με το x να μετρά από κοιλία.

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Αρχικά τα σώματα ισορροπούν.



Από την ισορροπία του αγωγού έχουμε:

$F = T_2$ (1)

Από την ισορροπία του σώματος $Σ_1$ έχουμε:

$T_1 = k\Delta l + mg = 100 \cdot 0{,}1 + 1 \cdot 10 \Rightarrow$

$T_1 = 20N$

Από την ισορροπία της διπλής τροχαλίας έχουμε:

$$\frac{T_2'r}{2} = T_1'r \Rightarrow F = T_2 = 2T_1 = 40N$$

$T_1 = T_1'$, $T_2 = T_2'$ λόγω αβαρών νημάτων.

Από την (1) προκύπτει F=40N.

Η τροχαλία ισορροπεί.

Η οριζόντια συνιστώσα της δύναμης από τον άξονα περιστροφής είναι:

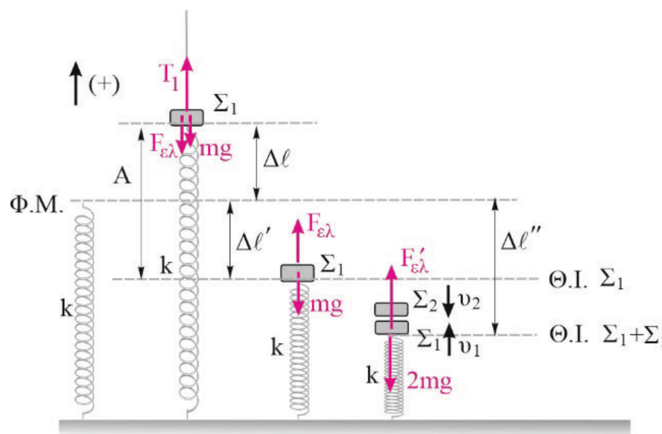
$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow F_x - T_2 = 0 \Rightarrow F_x = 40N$

Η κατακόρυφη συνιστώσα της δύναμης από τον άξονα είναι:

$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow F_y = T_1 + Mg = 40N$

Άρα, η δύναμη από τον άξονα έχει μέτρο: $F_{άξονα} = \sqrt{F_x^{\,2} + F_y^{\,2}} = 40\sqrt{2}N$

Δ2. Βρίσκουμε την απόσταση ανάμεσα στη θέση ισορροπίας της ταλάντωσης και τη θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου:



$mg = k\Delta l' \Rightarrow$

$$\Delta l' = \frac{mg}{k} = \frac{10}{100} m \Rightarrow \Delta l' = 0{,}1m$$

κάτω από τη θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου.

Άρα, τη στιγμή που κόβεται το νήμα το ελατήριο είναι επιμηκυμένο σε σχέση με τη θέση ισορροπίας της ταλάντωσης κατά

$A = \Delta l + \Delta l' = 0{,}2m$,

επομένως αυτό είναι και το πλάτος της ταλάντωσης.

Επειδή το σώμα ξεκινάει από την ακραία θετική θέση, η αρχική φάση της ταλάντωσης είναι $φ_o$=π/2 rad.

Η γωνιακή συχνότητα της ταλάντωσης είναι:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = 10\frac{rad}{s}$$

Άρα, η εξίσωση της απομάκρυνσης είναι: $y = 0,2ημ\left(10t + \frac{π}{2}\right)$ (S.I.)

$\frac{dK}{dt} = ΣF\,υ = -k\,y\,υ$ (2)

Τη στιγμή που K=3U το σώμα βρίσκεται στη θέση:

$$E = 4U \Rightarrow \frac{1}{2}kA^2 = 4\frac{1}{2}ky^2 \Rightarrow y = \pm\frac{A}{2} = \pm 0,1m$$

Επειδή η ταλάντωση ξεκινά από το +A, η 2η φορά συμβαίνει για $y = -\frac{A}{2}$

Η ταχύτητα του σώματος θα βρεθεί από την κινητική ενέργεια του σώματος.

$$K = 3U = 3\frac{1}{2}ky^2 = \frac{3}{2}100 \cdot 0,01J \Rightarrow K = \frac{3}{2}J$$

$$K = \frac{1}{2}mυ^2 \Rightarrow υ = -\sqrt{3}\frac{m}{s}$$

Με αντικατάσταση στη σχέση (2) παίρνουμε:

$$\frac{dK}{dt} = -100 \cdot (-0,1) \cdot \left(-\sqrt{3}\right)\frac{J}{s} \Rightarrow \frac{dK}{dt} = -10\sqrt{3}\frac{J}{s}$$

Δ3. Για να ακινητοποιηθεί στιγμιαία το συσσωμάτωμα μετά την κρούση αρκεί οι ορμές των δύο σωμάτων πριν την κρούση να είναι αντίθετες. Επειδή οι μάζες των σωμάτων είναι ίσες θα πρέπει να είναι αντίθετες οι ταχύτητές τους. Όμως για να παραμείνει το συσσωμάτωμα διαρκώς ακίνητο θα πρέπει η σύγκρουση να γίνει στη θέση ισορροπίας του συσσωματώματος, σε διαφορετική περίπτωση θα ξεκινήσει νέα ταλάντωση. Βρίσκουμε πόσο απέχει η νέα θέση ισορροπίας από τη θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου:

$$2mg = kΔl'' \Rightarrow Δl'' = \frac{2mg}{k} = \frac{20}{100}m \Rightarrow Δl'' = 0,2m$$

Άρα, το σώμα $Σ_1$ πριν συγκρουστεί θα απέχει από την παλιά θέση ισορροπίας 0,1m, ενώ το πλάτος ταλάντωσής του είναι 0,2m. Από τη διατήρηση της ενέργειας για την ταλάντωση του $Σ_1$ βρίσκουμε την ταχύτητα που έχει ελάχιστα πριν τη σύγκρουση.

$$υ = ω\sqrt{A^2 - y^2} = \frac{10\sqrt{0,04 - 0,01}m}{s} \Rightarrow υ = \sqrt{3}\frac{m}{s}$$

Αυτό πρέπει να είναι και το μέτρο της ταχύτητας του $Σ_2$ ελάχιστα πριν την κρούση.

Από την αρχή διατήρησης της ενέργειας για την πτώση του $Σ_2$ βρίσκουμε:

$$m'gh = \frac{1}{2}m'υ^2 \Rightarrow h = \frac{υ^2}{2g} = \frac{3}{20}m \Rightarrow h = 0,15m$$

Το h=0,15m είναι το ύψος πάνω από τη νέα θέση ισορροπίας της ταλάντωσης. Επειδή η παλιά και η νέα θέση ισορροπίας απέχουν 0,1m, το σώμα πρέπει να αφεθεί 0,15m-0,1m =0,05m πάνω από την παλιά θέση ισορροπίας.

Δ4. Η οριακή ταχύτητα που αποκτά ο αγωγός είναι:

$$\Sigma F = 0 \Rightarrow F - F_L = 0 \Rightarrow Bil = F \Rightarrow \frac{B^2 \upsilon_{\text{οριακή}} l^2}{R + R_1} = F \Rightarrow$$

$$\upsilon_{\text{οριακή}} = \frac{F(R + R_1)}{B^2 l^2} = 40 \cdot \frac{0,4}{1} \frac{m}{s} \Rightarrow \upsilon_{\text{οριακή}} = 16 \frac{m}{s}$$

Η ταχύτητα του αγωγού είναι: $\upsilon = \frac{\upsilon_{\text{οριακή}}}{4} = 4 \frac{m}{s}$

Ο ρυθμός παραγωγής θερμότητας στους αντιστάτες:

$$P_{R\text{ολ}} = i^2 (R + R_1) = \left(\frac{B\upsilon l}{R + R_1} \right)^2 (R + R_1) = \frac{16}{0,4} \frac{J}{s} \Rightarrow P_{R\text{ολ}} = 40 \frac{J}{s}$$