

## Λύσεις κριτηρίου 38

**ΘΕΜΑ Α**

A1.δ    A2.δ    A3.α    A4.α    A5. α. Σ β. Σ γ. Λ δ. Λ ε. Σ

**ΘΕΜΑ Β****B1. (i)**

Από τη διατήρηση της ενέργειας στο φωτοηλεκτρικό φαινόμενο έχουμε:

$$K_{\max} = hf - \varphi \quad (1) \quad , \quad f = 2f_0 \quad (2) \quad , \quad \varphi = hf_0 \quad (3)$$

$$\text{Από (1), (2),(3) έχουμε: } \frac{1}{2} m_e v_{\max}^2 = h2f_0 - hf_0 = hf_0 \quad (4)$$

Για την ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία στο κενό ισχύει ότι:

$$\frac{E_{\max}}{B_{\max}} = c_0 = \lambda \cdot f = \lambda \cdot 2f_0 = \frac{h}{p} 2f_0 \Rightarrow hf_0 = \frac{E_{\max}}{B_{\max}} \frac{p}{2} \quad (5)$$

Επειδή τα φωτοηλεκτρόνια περνούν ανεπηρέαστα μέσα από τον επιλογέα θα έχουμε:

$$\frac{E}{B} = v_{\max} \quad (6)$$

Από (4),(5),(6) έχουμε:

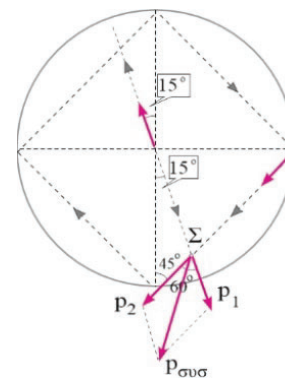
$$\frac{1}{2} m_e \left( \frac{E}{B} \right)^2 = \frac{E_{\max}}{B_{\max}} \frac{p}{2} \rightarrow \frac{E_{\max}}{B_{\max}} = \frac{m_e}{p} \left( \frac{E}{B} \right)^2$$

**B2. (i)**

Όλες οι κρούσεις με τα τοιχώματα είναι ελαστικές, άρα η γωνία πρόσπτωσης και η γωνία ανάκλασης της σφαίρας  $\Sigma_2$  πρέπει να είναι ίσες, αυτό σημαίνει ότι η τροχιά της  $\Sigma_2$  εγγράφει ένα τετράγωνο μέσα στον κύκλο και ότι όλες οι γωνίες πρόσπτωσης και ανάκλασής της είναι ίσες με  $\theta=45^\circ$ .

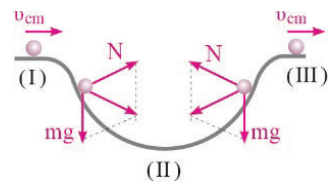
Από τη γεωμετρία του σχήματος προκύπτει ότι η γωνία που σχηματίζουν οι ορμές των σφαιρών πριν την κρούση είναι  $60^\circ$ . Εφαρμόζουμε αρχή διατήρησης της ορμής και έχουμε:

$$\begin{aligned} p_{\sigma\sigma} &= \sqrt{p_1^2 + p_2^2 + 2p_1 p_2 \cos 60^\circ} \Rightarrow \\ \sqrt{4mK_{\sigma\sigma}} &= \sqrt{2mK_1 + 2mK_2 + 2\sqrt{2mK_1} \sqrt{2mK_2} \frac{1}{2}} \Rightarrow \\ 4mK_{\sigma\sigma} &= 2mK_1 + 2mK_2 + \sqrt{2mK_1} \sqrt{2mK_2} \Rightarrow \\ 2K_{\sigma\sigma} &= K_1 + K_2 + \sqrt{K_1 K_2} \Rightarrow K_{\sigma\sigma} = \frac{K_1 + K_2 + \sqrt{K_1 K_2}}{2} \end{aligned}$$



**B3. (iii)**

Τα χρονικά διαστήματα  $t_1$  που κινούνται οι δύο σφαίρες στα οριζόντια επίπεδα είναι ίσα, γιατί έχουν ίδιο μέτρο ταχύτητας. Άρα, για να συγκρίνουμε τους συνολικούς χρόνους κίνησης, μας αρκεί να συγκρίνουμε τα χρονικά διαστήματα που αντιστοιχούν στο καμπύλο τμήμα και αυτό της αντίστοιχης οριζόντιας διαμέτρου.



Η σφαίρα του 2<sup>ου</sup> σχήματος όταν εισέρχεται στο καμπύλο τμήμα της τροχιάς της δέχεται στο πρώτο μισό μια συνισταμένη δύναμη που αλλάζει κατεύθυνση αλλά γενικά κατευθύνεται προς τα δεξιά και κάτω και στο δεύτερο μισό μία συνισταμένη δύναμη προς τα αριστερά και κάτω, όπως δείχνεται στο σχήμα. Αφού η ταχύτητα στο σημείο I είναι  $v_{cm}$ , λόγω της δράσης της συνισταμένης δύναμης έπεται ότι η οριζόντια συνιστώσα της ταχύτητας κατά τη διαδρομή από το I στο II είναι σίγουρα μεγαλύτερη από την  $v_{cm}$ . Επίσης, κατά τη μετακίνηση από το II στο III η οριζόντια συνιστώσα της ταχύτητας μπορεί να ελαττώνεται, επειδή στο σώμα ασκείται μία δύναμη προς τα αριστερά, ωστόσο θα είναι πάντοτε μεγαλύτερη από την  $v_{cm}$ , αφού φθάνει στο σημείο III πάλι με τιμή  $v_{cm}$ .

Άρα, για την οριζόντια συνιστώσα της ταχύτητας στο σχήμα β ισχύει γενικά ότι  $v_x > v_{cm}$ . Από την αρχή της επαλληλίας των κινήσεων προκύπτει ότι όσο είναι το χρονικό διάστημα κίνησης του σώματος στον κατακόρυφο άξονα θα είναι και το χρονικό διάστημα κίνησης στον οριζόντιο άξονα. Εάν η διάμετρος του κύκλου είναι  $d$ , τότε εάν συγκρίνουμε τα χρονικά διαστήματα κίνησης στον οριζόντιο άξονα στο 1<sup>ο</sup> σχήμα και στο 2<sup>ο</sup> σχήμα έχουμε:

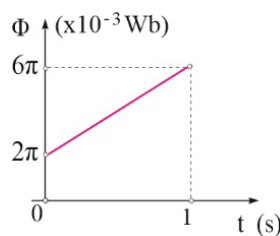
$$\frac{\Delta t_\alpha}{\Delta t_\beta} = \frac{t_1 + \frac{d}{v_{cm}}}{t_1 + \frac{d}{v_x}} > 1 \Rightarrow \Delta t_\alpha > \Delta t_\beta$$

**ΘΕΜΑ Γ**

**Γ1.** Η μαγνητική ροή είναι:

$$\Phi = BS = (0,2 + 0,4t)\pi r^2 \Rightarrow \Phi = 2\pi 10^{-3} + 4\pi 10^{-3}t \text{ (S.I.)}$$

Η γραφική παράσταση της ροής με τον χρόνο δείχνεται στο σχήμα. Από την κλίση βρίσκουμε τον ρυθμό μεταβολής της μαγνητικής ροής:



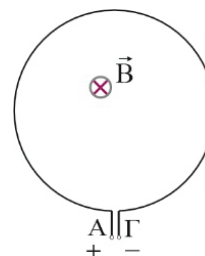
$$\frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = 4\pi 10^{-3} \frac{\text{Wb}}{\text{s}}$$

Η επαγωγική τάση στα άκρα του πλαισίου είναι:

$$E = N \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = 10^2 \frac{4\pi 10^{-3} \text{Wb}}{\text{s}} \Rightarrow E = 0,4\pi \text{ Volt}$$

και είναι χρονικά σταθερή.

Επειδή η ένταση του μαγνητικού πεδίου αυξάνεται με την πάροδο του χρόνου, σύμφωνα με τον κανόνα του Lenz το επαγωγικό ρεύμα θα έχει φορά τέτοια ώστε να αντιστέκεται στην αύξηση του  $B$  μέσα από το κυκλικό πλαίσιο. Άρα το ρεύμα πρέπει να έχει φορά αντίθετη από αυτή των δεικτών του ρολογιού. Άρα, ο ακροδέκτης Α έχει θετικό πόλο και ο ακροδέκτης Γ έχει αρνητικό πόλο, έτσι ώστε εάν συνδεθεί το πλαίσιο με εξωτερικό κύκλωμα να



δημιουργεί το ρεύμα που περιγράψαμε παραπάνω.

**Γ2.** Βρίσκουμε πρώτα την αντίσταση του σωληνοειδούς:

$$R_{\Sigma} = \rho \frac{L}{S} = 10^{-8} \frac{10\pi}{10^{-6}} \Omega \Rightarrow R_{\Sigma} = 0,1\pi \Omega$$

Η ένταση του ρεύματος που διαρρέει το πλαίσιο και το σωληνοειδές στην περίπτωση αυτή είναι:

$$i = \frac{E}{R + R_{\Sigma}} = \frac{0,4\pi}{0,2\pi} \text{ A} = 2 \text{ A}$$

Άρα, η ένταση του μαγνητικού πεδίου στο εσωτερικό του σωληνοειδούς είναι:

$$B = \frac{\mu_0 N_2 i}{\ell_{\Sigma}} = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{200 \cdot 2}{2 \cdot 10^{-1}} \text{ T} \Rightarrow B = 8\pi \cdot 10^{-4} \text{ T}$$

**Γ3.** Εάν εκτοξεύσουμε από το ένα άκρο του σωληνοειδούς στο εσωτερικό του ένα σωματίδιο με ταχύτητα  $v$  που σχηματίζει γωνία  $60^\circ$  με τις δυναμικές γραμμές του μαγνητικού πεδίου, τότε το σωματίδιο θα διαγράψει ελικοειδή τροχιά. Το μήκος της τροχιάς του θα είναι:

$$s = v \Delta t \quad (1)$$

Στον οριζόντιο άξονα το σωματίδιο κάνει Ε.Ο.Κ με ταχύτητα:

$$v_x = v \sin 60^\circ = \frac{v}{2} = \frac{\ell_{\Sigma}}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{2\ell_{\Sigma}}{v} \quad (2)$$

Από (1) και (2) για το μήκος τροχιάς θα έχουμε:

$$s = v \Delta t = v \frac{2\ell_{\Sigma}}{v} = 2\ell_{\Sigma} \Rightarrow s = 0,4\text{m}$$

**Γ4.** Η κίνηση που κάνει το φορτίο σε επίπεδο κάθετο στις δυναμικές γραμμές του πεδίου είναι ομαλή κυκλική άρα ισχύει:

$$r = \frac{mv \sin 60^\circ}{B|q|} \Rightarrow \frac{|q|}{m} = \frac{v \sin 60^\circ}{Br}$$

Πρέπει να βρούμε την ακτίνα  $d$  των σπειρών του σωληνοειδούς.

$$L = N_2 \cdot 2\pi d \Rightarrow d = \frac{L}{N_2 2\pi} = \frac{10\pi \text{ m}}{200 \cdot 2\pi} \Rightarrow d = 2,5 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

$$\frac{|q|}{m} = \frac{\sqrt{3}\pi \frac{\sqrt{3}}{2}}{8\pi \cdot 10^{-4} \cdot 25 \cdot 10^{-3}} \frac{\text{C}}{\text{Kg}} \Rightarrow \frac{|q|}{m} = \frac{3}{4} 10^5 \frac{\text{C}}{\text{Kg}}$$

### ΘΕΜΑ Δ

**Δ1.** Για να ισορροπεί ο κύλινδρος  $\Sigma_1$  πρέπει:

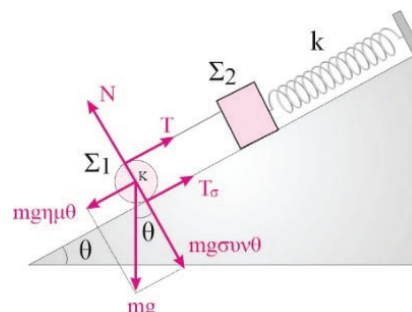
$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow m_1 g \eta \mu \theta = T + T_{\sigma\tau} \quad (1),$$

$$\Sigma \tau_{\kappa} = 0 \Rightarrow T r = T_{\sigma\tau} r \Rightarrow T = T_{\sigma\tau} \quad (2)$$

$$\text{Από (1) και (2) έχουμε: } T_{\sigma\tau} = \frac{m_1 g \eta \mu \theta}{2} \quad (3)$$

Για να ισορροπεί οριακά πρέπει

$$T_{\sigma\tau} = \mu_s N \Rightarrow T_{\sigma\tau} = \mu_s m_1 g \sigma \nu \theta \Rightarrow$$



$$\frac{m_1 g \eta \mu \theta}{2} = \mu_s m_1 g \sigma \nu \theta \Rightarrow$$

$$\mu_s = \frac{\varepsilon \varphi \theta}{2} \Rightarrow \mu_s = \frac{0,6}{2 \cdot 0,8} \Rightarrow \mu_s = \frac{3}{8}$$

**Δ2.** Από την ισορροπία του  $\Sigma_2$  όταν υπάρχει το νήμα βρίσκουμε την επιμήκυνση του ελατηρίου από το φυσικό του μήκος.

Στο σχήμα δείχνονται μόνο οι δυνάμεις που είναι παράλληλες στο κεκλιμένο επίπεδο.

$$\Sigma F = 0 \Rightarrow F_{\varepsilon \lambda \alpha \tau} = m_2 g \eta \mu \theta + T \quad (4),$$

$$T = T_{\sigma \tau} = \frac{m_1 g \eta \mu \theta}{2} \quad (5)$$

Από (4) και (5) έχουμε:

$$F_{\varepsilon \lambda \alpha \tau} = m_2 g \eta \mu \theta + \frac{m_1 g \eta \mu \theta}{2} \Rightarrow$$

$$k \Delta l = g \eta \mu \theta \left( m_2 + \frac{m_1}{2} \right) \Rightarrow$$

$$\Delta l = \frac{g \eta \mu \theta \left( m_2 + \frac{m_1}{2} \right)}{k} = \frac{6(2+2)}{240} m \Rightarrow \Delta l = 0,1 m$$

Όταν κοπεί το νήμα, η θέση ισορροπίας της ταλάντωσης θα απέχει από το φυσικό μήκος  $\Delta l'$  που είναι ίσο με:

$$k \Delta l' = m_2 g \eta \mu \theta \Rightarrow \Delta l' = \frac{m_2 g \eta \mu \theta}{k} = 2 \cdot 10 \cdot \frac{0,6}{240} m \Rightarrow \Delta l' = 0,05 m$$

Άρα το πλάτος της ταλάντωσης είναι:  $A = \Delta l - \Delta l' = 0,05 m$

Η γωνιακή συχνότητα της ταλάντωσης είναι:

$$\omega = \sqrt{k/m_2} = \sqrt{240/2} \frac{r}{s} = 2\sqrt{30} \frac{\text{rad}}{s}$$

Το σώμα ξεκινάει την ταλάντωσή του από την ακραία θετική θέση την  $t=0$ , άρα η αρχική φάση της ταλάντωσης είναι  $\varphi_0 = \pi/2$ . Η εξίσωση απομάκρυνσης - χρόνου είναι:

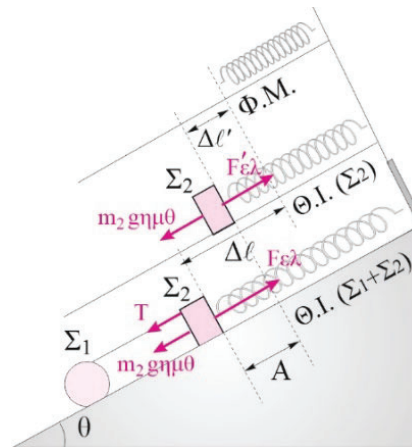
$$y = A \eta \mu(\omega t + \varphi_0) = 0,05 \eta \mu\left(2\sqrt{30} t + \frac{\pi}{2}\right) \text{ (S.I.)}$$

**Δ3.** Το χρονικό διάστημα για να κινηθεί το σώμα ανάμεσα σε δύο ακραίες θέσεις της ταλάντωσης είναι:

$$\Delta t = \frac{T}{2} = \frac{\pi}{\omega} = \frac{\pi}{2\sqrt{30}} \Rightarrow \Delta t = \frac{\pi\sqrt{30}}{60} s$$

Η επιτάχυνση της σφαίρας στο κεκλιμένο επίπεδο είναι:

$$d = \frac{1}{2} \alpha_{\text{cm}} \Delta t^2 \Rightarrow \alpha_{\text{cm}} = \frac{2d}{\Delta t^2} = \frac{2\left(\frac{1}{8}\right)}{\left(\frac{\pi\sqrt{30}}{60}\right)^2} = \frac{900 m}{300 s^2} \Rightarrow \alpha_{\text{cm}} = 3 \frac{m}{s^2}$$



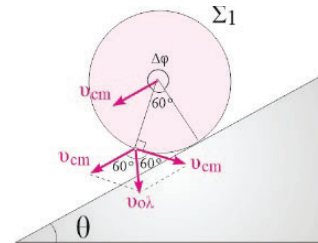
**Δ4.** Το  $1/3$  της περιστροφής αντιστοιχεί σε  $\Delta\phi=2\pi/3$  rad:

$$v_{ολικη} = \sqrt{v_{cm}^2 + v_{cm}^2 + 2v_{cm}v_{cm}\cos 120^\circ} \Rightarrow$$

$$v_{ολικη} = v_{cm} = \alpha_{cm} t \quad (1)$$

Η χρονική στιγμή  $t$  βρίσκεται από τη γωνία περιστροφής. γωνία

$$\Delta\phi = \frac{1}{2} \frac{\alpha_{cm}}{r} t^2 \rightarrow t = \sqrt{\frac{2r\Delta\phi}{\alpha_{cm}}} \quad (2)$$



Από (1) και (2) έχουμε:

$$v_{cm} = \alpha_{cm} t = \sqrt{\alpha_{cm}^2 \frac{2r\Delta\phi}{\alpha_{cm}}} = \sqrt{2r\Delta\phi\alpha_{cm}} = \sqrt{2 \cdot 2,5\pi \cdot 10^{-2} \cdot \frac{2\pi}{3} \cdot 3} \frac{m}{s} \Rightarrow v_{cm} = 1 \frac{m}{s}$$

Άρα,  $v_{ολικη} = v_{cm} = 1 \text{ m/s}$

Επειδή οι δύο συνιστώσες της ταχύτητας είναι μεταξύ τους ίσες η συνισταμένη ταχύτητα θα είναι η διχοτόμος της γωνίας που σχηματίζουν οι δύο ταχύτητες, άρα θα σχηματίζει γωνία  $60^\circ$  με το κεκλιμένο επίπεδο.

**Δ5.** Η μετατόπιση του  $\Sigma_1$ , όταν το σώμα  $\Sigma_2$  κινείται από την ακραία θέση στην θέση ισορροπίας είναι ίση με:

$$\Delta x_{cm} = \frac{1}{2} \alpha_{cm} \left(\frac{T}{4}\right)^2 \Rightarrow \Delta x_{cm} = \frac{1}{32} \alpha_{cm} T^2 \quad (1)$$

Η μετατόπιση του  $\Sigma_1$ , όταν το σώμα  $\Sigma_2$  κινείται από τη θέση ισορροπίας στην ακραία θέση είναι ίση με:

$$\Delta x'_{cm} = \frac{1}{2} \alpha_{cm} \left(\frac{T}{2}\right)^2 - \frac{1}{2} \alpha_{cm} \left(\frac{T}{4}\right)^2 = \frac{1}{8} \alpha_{cm} T^2 - \frac{1}{32} \alpha_{cm} T^2 \Rightarrow \Delta x'_{cm} = \frac{3}{32} \alpha_{cm} T^2 \quad (2)$$

Για το πηλίκο των δύο τόξων ισχύει ότι:

$$\frac{s}{s'} = \frac{R \Delta\phi}{R \Delta\phi'} = \frac{\Delta x_{cm}}{\Delta x'_{cm}} = \frac{\frac{1}{32} \alpha_{cm} T^2}{\frac{3}{32} \alpha_{cm} T^2} \Rightarrow \frac{s}{s'} = \frac{1}{3}$$