Λύσεις κριτηρίου 39

ΘΕΜΑ Α

Α1. α **Α**2.α **Α**3.δ **Α**4.β **Α**5. α. Λ β. Λ γ. Λ δ. Λ ε. Σ

ΘΕΜΑ Β

Β1. (i)

$$I_{max}\frac{1}{2} = I_{max}\ \eta\mu\omega t \Rightarrow \eta\mu\omega t = \frac{1}{2} = \eta\mu\frac{\pi}{6} \Rightarrow \begin{Bmatrix} \omega t = 2\kappa\pi + \frac{\pi}{6}(1) \\ \omega t = 2\kappa\pi + \frac{5\pi}{6}(2) \end{Bmatrix}$$

Από (1) για κ=0 έχουμε: $\omega t = 2\kappa\pi + \frac{\pi}{6} \Rightarrow t_1 = \frac{\pi}{6\omega} = \frac{T}{12}$

Από (2) για κ=0 έχουμε: $\omega t = 2\kappa\pi + \frac{5\pi}{6} \Rightarrow t_2 = \frac{5\pi}{6\omega} = \frac{5T}{12}$

Άρα $\Delta t_1 = t_2 - t_1 = \frac{5T}{12} - \frac{T}{12} = \frac{4T}{12} \Rightarrow \Delta t_1 = \frac{T}{3}$

$$I_{max}\frac{\sqrt{2}}{2} = I_{max}\ \eta\mu\omega t \Rightarrow \eta\mu\omega t = \frac{\sqrt{2}}{2} = \eta\mu\frac{\pi}{4} \Rightarrow \begin{Bmatrix} \omega t = 2\kappa\pi + \frac{\pi}{4}(1) \\ \omega t = 2\kappa\pi + \frac{3\pi}{4}(2) \end{Bmatrix}$$

Από (1) για κ=0 έχουμε: $\omega t = 2\kappa\pi + \frac{\pi}{4} \Rightarrow t_1 = \frac{\pi}{4\omega} = \frac{T}{8}$

Από (2) για κ=0 έχουμε: $\omega t = 2\kappa\pi + \frac{3\pi}{4} \Rightarrow t_2 = \frac{3\pi}{4\omega} = \frac{3T}{8}$

οπότε $\Delta t_2 = t_2 - t_1 = \frac{3T}{8} - \frac{T}{8} = \frac{T}{4}$. Επομένως: $\frac{\Delta t_1}{\Delta t_2} = \frac{\frac{T}{3}}{\frac{T}{4}} = \frac{4}{3}$

Β2. (ii)

Οι κοιλίες βρίσκονται σε αντίθεση φάσης, άρα εάν με x συμβολίσουμε την ελάχιστη απόσταση, που είναι η απόσταση μεταξύ των θέσεων ισορροπίας τους, για τη μέγιστη απόσταση ανάμεσά τους ισχύει ότι:

$$\Delta x_{max} = \sqrt{x^2 + 16A^2}$$

$$\frac{\Delta x_{max}}{\Delta x_{min}} = \frac{5}{3} \Rightarrow \frac{\sqrt{x^2+16A^2}}{x} = \frac{5}{3} \Rightarrow 9\left(x^2 + 16A^2\right) = 25x^2 \Rightarrow 16A^2 = \left(\frac{25}{9} - 1\right)x^2 \Rightarrow$$

$$16A^2 = \frac{16}{9}\ x^2 \Rightarrow A = \frac{x}{3} \quad (1)$$

Η απόσταση μεταξύ δύο κοιλιών που βρίσκονται σε αντίθεση φάσης είναι περιττό πολλαπλάσιο μισού μήκους κύματος άρα έχουμε:

$x=(2\kappa+1)\frac{\lambda}{2}\ \ (2)$

Από (1) και (2) έχουμε: $A=(2\kappa+1)\frac{\lambda}{6}\ \ (3)$

Σύμφωνα με την εκφώνηση $A<\lambda$, άρα

$(2\kappa+1)\frac{\lambda}{6}<\lambda \Rightarrow 2\kappa+1<6 \Rightarrow \kappa<2{,}5$

Το κ παίρνει τιμές κ=0, 1, 2, άρα οι δυνατές αποστάσεις μεταξύ δύο κοιλιών που βρίσκονται σε αντίθεση φάσης είναι:

$\kappa{=}0,\ x=\frac{\lambda}{2}$ $\kappa{=}1,\ x=3\frac{\lambda}{2}$ $\kappa{=}2,\ x=5\frac{\lambda}{2}$

Άρα, το μήκος της χορδής μπορεί να είναι:

$L=\frac{\lambda}{2}+\frac{\lambda}{4}=\frac{3\lambda}{4}$ $L=3\frac{\lambda}{2}+\frac{\lambda}{4}=\frac{7\lambda}{4}$ $L=5\frac{\lambda}{2}+\frac{\lambda}{4}=\frac{11\lambda}{4}$

Β3. (iii)

Το σύστημα των σωμάτων $Σ_2$, σανίδα και οι δύο κύλινδροι είναι μονωμένο, άρα διατηρείται η ορμή του συστήματος. Κατά την κίνησή του το $Σ_2$ ασκεί τριβή στη σανίδα και την επιταχύνει προς τα δεξιά, ενώ το $Σ_2$ επιβραδύνεται από την αντίδραση της δύναμης αυτής. Αποτέλεσμα των δύο αυτών κινήσεων είναι κάποια στιγμή τα δύο σώματα να αποκτούν την ίδια ταχύτητα V, οπότε το $Σ_2$ παύει πλέον να ολισθαίνει πάνω στη σανίδα και τα δύο σώματα κινούνται σαν ένα σώμα. Επειδή η σανίδα δεν γλιστράει πάνω στους κυλίνδρους, η ταχύτητα της σανίδας V είναι διπλάσια από την ταχύτητα του κέντρου μάζας του κάθε κυλίνδρου, $V=2\upsilon_K$. Από την διατήρηση της ορμής για το σύστημα έχουμε:

$$m_2\upsilon_2=(m_2+m_\Sigma)V+2m_K\upsilon_K \Rightarrow m_2\upsilon_2=(m_2+m_\Sigma)2\upsilon_K+2m_K\upsilon_K \Rightarrow$$

$$\upsilon_K=\frac{m_2\upsilon_2}{2m_2+2m_\Sigma+2m_K} \Rightarrow \upsilon_K=\frac{\upsilon_2}{6}$$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Το μήκος κύματος της ακτινοβολίας είναι $\lambda=3\cdot10^{-7}\mathrm{m}=300\mathrm{nm}$ και η ακτινοβολία αυτή ανήκει στην υπεριώδη περιοχή.

Η συχνότητα της ακτινοβολίας είναι $f=10^{15}\mathrm{Hz}$, άρα η ταχύτητα διάδοσής της είναι:

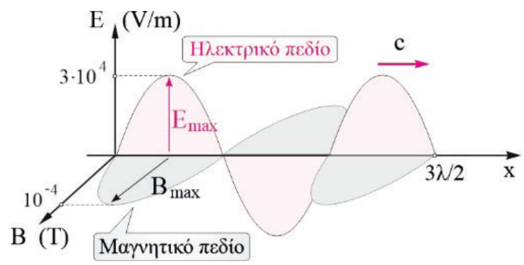
$$c=f\cdot\lambda=10^{15}\cdot3\cdot10^{-7}\frac{m}{s}\Rightarrow c=3\cdot10^{8}\frac{m}{s}$$

Άρα η ακτινοβολία διαδίδεται στο κενό. Η μέγιστη ένταση μαγνητικού πεδίου είναι:

$$B_{max}=\frac{E_{max}}{c}=3\cdot\frac{10^4}{3\cdot10^8}\Rightarrow B_{max}=10^{-4}\mathrm{T}$$

Οπότε: $B = 10^{-4} ημ2π\left(10^{15} t - \frac{x}{3 \cdot 10^{-7}}\right)(S.I.)$

Γ2. Είμαστε μακριά από το ηλεκτρικό δίπολο, άρα τα δύο πεδία πρέπει να σχεδιαστούν σε συμφωνία φάσης. Επίσης πρέπει τα δύο πεδία να είναι κάθετα στη διεύθυνση διάδοσης του κύματος και κάθετα μεταξύ τους. Επιπλέον, το διάνυσμα της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου πρέπει να είναι παράλληλο στη διεύθυνση του ηλεκτρικού δίπολου, ενώ το διάνυσμα της έντασης του μαγνητικού πεδίου να είναι κάθετο στη διεύθυνση του ηλεκτρικού δίπολου.



Γ3. Η ηλεκτρομαγνητική δέσμη αποτελείται από φωτόνια, άρα από την ισχύ της κεραίας μπορούμε να βρούμε τον αριθμό των φωτονίων που εκπέμπονται από την κεραία προς όλες τις κατευθύνσεις

$$P = \frac{N\,h\,f}{t} \Rightarrow \frac{N}{t} = \frac{P}{hf} = \frac{6,4}{6,4 \cdot 10^{-34} \cdot 10^{15}} \frac{φωτ}{s} \Rightarrow \frac{N}{t} = 10^{19} \frac{φωτ}{s}$$

Τα $10^{19} \frac{φωτ}{s}$ διέρχονται από μια σφαιρική επιφάνεια εμβαδού $4πr^2$. , άρα από το $1m^2$ διέρχονται

$$\frac{N'}{t}/A = \frac{\frac{N}{t}}{4πr^2} = \frac{10^{19} φωτ/s}{4π \cdot \left(10^5 m\right)^2} \Rightarrow \frac{N'}{At} = \frac{2,5}{π} 10^8 \frac{φωτ/s}{m^2}$$

Γ4. Το έργο εξαγωγής από το μέταλλο είναι:

$$φ = h\,f_o = \frac{6,4 \cdot 10^{-34} \cdot 10^{15}}{1,6 \cdot 10^{-19}} eV = 4eV$$

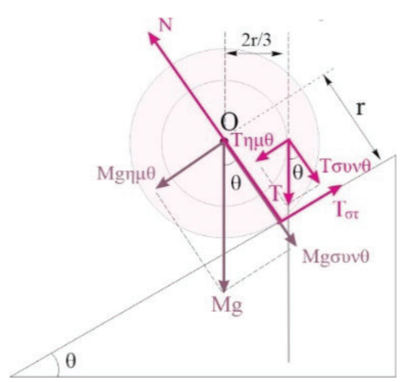
Από τη φωτοηλεκτρική εξίσωση για $f=2f_0$ έχουμε:

$$K_{max} = hf - φ \Rightarrow eV_0 = hf - hf_0 \Rightarrow eV_0 = hf_0 \Rightarrow V_0 = \frac{hf_0}{e}, \text{ άρα } V_0 = 4V$$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Από τη στροφική ισορροπία του στερεού, παίρνοντας ροπές ως προς το Ο έχουμε:

$$\frac{2Tr}{3} = T_{στ} r \Rightarrow T = \frac{3T_{στ}}{2} \quad (1)$$



Από τη μεταφορική ισορροπία του στερεού έχουμε:

$$Tημθ + Mg\,ημθ = T_{στ} \,(2)$$

$$N = Mgσυνθ + Tσυνθ \quad (3)$$

Από (1) και (2) έχουμε:

$$\frac{3T_{στ}ημθ}{2} + Mg\,ημθ = T_{στ} \Rightarrow T_{στ}\left(1 - \frac{3ημθ}{2}\right) = Mg\,ημθ \Rightarrow T_{στ} = Mg\frac{ημθ}{1 - \frac{3ημθ}{2}} \quad (4)$$

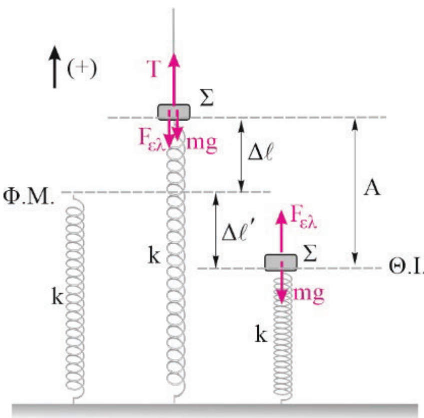
Με αριθμητική αντικατάσταση προκύπτει $T_{στ} = \dfrac{20ημθ}{2-3ημθ}$ (SI)

Για να ισορροπεί το στερεό η στατική τριβή πρέπει να κατευθύνεται προς την κορυφή του κεκλιμένου επιπέδου, επομένως η στατική τριβή στην έκφραση (4) πρέπει να είναι θετική:

$$Mg\frac{ημθ}{1-\frac{3ημθ}{2}} > 0 \Rightarrow 1-\frac{3ημθ}{2} > 0 \Rightarrow 1 > \frac{3ημθ}{2} \Rightarrow ημθ < \frac{2}{3}$$

Άρα για να μπορεί να ισορροπεί το στερεό θα πρέπει η γωνία κλίσεως του κεκλιμένου επιπέδου να έχει $ημθ < \dfrac{2}{3}$.

Δ2. Η τάση του νήματος είναι:



$$T = \frac{3T_{στ}}{2} = \frac{3}{2}Mg\frac{ημθ}{1-\frac{3ημθ}{2}} = \frac{3}{2}10\frac{0,6}{1-\frac{1,8}{2}} = \frac{9}{0,1}N \Rightarrow$$

$$T = 90N$$

Από την ισορροπία του Σ βρίσκουμε την απόσταση του σώματος από το φυσικό μήκος του ελατηρίου:

$$T = mg + k\ \Delta l \Rightarrow \Delta l = \frac{T-mg}{k} = \frac{85}{100}m \Rightarrow$$

$$\Delta l = 0,85m$$

Άρα, το σώμα Σ αρχικά βρίσκεται πάνω από το φυσικό μήκος 0,85m

Η θέση ισορροπίας του σώματος βρίσκεται κάτω από το φυσικό μήκος κατά

$$mg = k\Delta l' \Rightarrow \Delta l' = \frac{mg}{k} = \frac{5}{100}m \Rightarrow \Delta l' = 0,05m$$

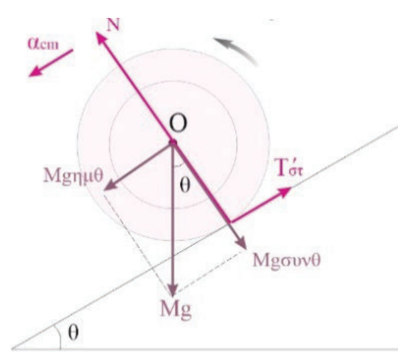
Άρα το πλάτος ταλάντωσης θα είναι: $A = \Delta l + \Delta l' = 0,9m$

Η κυκλική συχνότητα της ταλάντωσης είναι

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{100}{0,5}}rad/s \Rightarrow \omega = 10\sqrt{2}\,rad/s$$

Τη χρονική στιγμή t=0 το σώμα ξεκινάει από ακραία θετική θέση, άρα η εξίσωση απομάκρυνσης - χρόνου είναι: $y = 0,9\ ημ\left(10\sqrt{2}t + \dfrac{\pi}{2}\right)$(S.I.)

Δ3. Βρίσκουμε την επιτάχυνση του στερεού:



$$Mg\ ημθ - T'_{στ} = M\alpha_{cm} \Rightarrow$$

$$\alpha_{cm} = \frac{Mg\ ημθ - T'_{στ}}{M} = \frac{10\cdot 0,6-3}{1}\frac{m}{s^2} \Rightarrow$$

$$\alpha_{cm} = 3\frac{m}{s^2}$$

Η γωνιακή επιτάχυνση του στερεού είναι:

$$\alpha_{γ} = \frac{\alpha_{cm}}{r} = 30\frac{rad}{s^2}$$

Η γωνία περιστροφής του στερεού στο δεύτερο δευτερόλεπτο θα είναι:

$$\Delta\varphi_{1\to 2} = \Delta\varphi_{0\to 2} - \Delta\varphi_{0\to 1} = \frac{\alpha_\gamma}{2}\left(t_2^2 - t_1^2\right) = \frac{30}{2}\cdot\left(4-1\right)\ \text{rad} \Rightarrow \Delta\varphi_{1\to 2} = 45\text{rad}$$

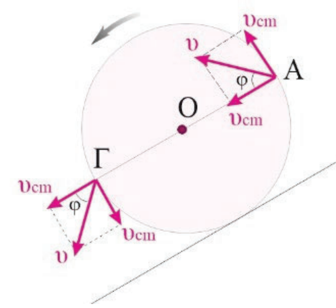
Δ4. Όταν η κινητική και η δυναμική ενέργεια της ταλάντωσης είναι ίσες τότε:

$$E = 2U \Rightarrow \frac{1}{2}kA^2 = 2\frac{1}{2}ky^2 \Rightarrow y = \pm\frac{A\sqrt{2}}{2}$$

Η πρώτη φορά είναι για $y = \frac{A\sqrt{2}}{2}$ και φάση μεταξύ π/2 και π.

$$\frac{A\sqrt{2}}{2} = A\ \eta\mu\left(10\sqrt{2}t + \frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow \eta\mu\left(10\sqrt{2}t + \frac{\pi}{2}\right) = \eta\mu\frac{\pi}{4} \Rightarrow \begin{Bmatrix} 10\sqrt{2}t + \frac{\pi}{2} = 2\kappa\pi + \frac{\pi}{4}(4) \\ 10\sqrt{2}t + \frac{\pi}{2} = 2\kappa\pi + \frac{3\pi}{4}(5) \end{Bmatrix}$$

Από (5) για κ=0 έχουμε: $10\sqrt{2}t = \frac{\pi}{4} \Rightarrow t = \frac{\pi}{40\sqrt{2}}s = \frac{\pi\sqrt{2}}{80}s$



Η ταχύτητα που έχει το κέντρο μάζας του στερεού θα είναι:

$$\upsilon_{cm} = \alpha_{cm}t = \frac{3\pi\sqrt{2}}{80}m/s$$

Τα σημεία του στερεού Α και Γ που βρίσκονται στην περιφέρεια και στα άκρα της διαμέτρου που είναι παράλληλη με το κεκλιμένο επίπεδο έχουν ταχύτητα:

$$\upsilon = \sqrt{\upsilon_{cm}^2 + \upsilon_{cm}^2} = \upsilon_{cm}\sqrt{2} = \frac{6\pi}{80}\frac{m}{s} = \frac{3\pi}{40}\frac{m}{s} \Rightarrow \upsilon = 7,5\pi\frac{cm}{s}$$

και σχηματίζουν γωνία 45° με το κεκλιμένο επίπεδο διότι $\varepsilon\varphi\varphi = \frac{\upsilon_{cm}}{\upsilon_{cm}} = 1$.

Δ5. Ο ρυθμός μεταβολής της βαρυτικής ενέργειας του στερεού είναι:

$$\frac{dU_{\beta\alpha\rho}}{dt} = -Mg\upsilon_{cm,y} = -Mg\upsilon_{cm}\eta\mu\theta \Rightarrow \left|\frac{dU_{\beta\alpha\rho}}{dt}\right| = Mg\upsilon_{cm}\eta\mu\theta \qquad (6)$$

Ο ρυθμός μεταβολής της μεταφορικής κινητικής ενέργειας είναι:

$$\frac{dK_{\mu\varepsilon\tau}}{dt} = \Sigma F_x\ \upsilon_{cm} = \left(Mg\ \eta\mu\theta - T'_{\sigma\tau}\right)\ \upsilon_{cm} \qquad (7)$$

Από τις σχέσεις (6),(7) προκύπτει ότι για να ισχύει η ισότητα στους δύο ρυθμούς μεταβολής θα πρέπει

$$Mg\ \eta\mu\theta - T'_{\sigma\tau} = Mg\eta\mu\theta$$

δηλαδή η στατική τριβή πρέπει να είναι μηδενική.

Εάν όμως δεν υπήρχε στατική τριβή και το σώμα ξεκινούσε από την ακινησία δεν θα υπήρχε ροπή για να στρέψει το στερεό, άρα δεν θα έκανε περιστροφική κίνηση, ούτε θα μπορούσε να κάνει κύλιση.

Άρα, είναι αδύνατο να ισχύει $\left|\frac{dU_{\beta\alpha\rho}}{dt}\right| = \frac{dK_{\mu\varepsilon\tau}}{dt}$.