

Λύσεις κριτηρίου 3

ΘΕΜΑ Α

A1. (β) A2. (β) A3. (α) A4. (γ) A5. α. Σ β. Σ γ. Σ δ. Λ ε. Λ

ΘΕΜΑ Β

B1. (ii)

Εφαρμόζουμε ΘΜΚΕ από το (Α) μέχρι τη θέση (Γ) λίγο πριν κτυπήσουν στο έδαφος. Τα δύο σώματα αφήνονται από το ίδιο ύψος, άρα θα έχουν ταχύτητες ίδιου μέτρου.

$$\frac{1}{2}mv^2 - 0 = mgh \Rightarrow v = \sqrt{2gh} \quad (1)$$

Η σφαίρα Σ₂ κτυπάει πρώτη στο έδαφος ελαστικά και αντιστρέφει την ταχύτητά της. Επομένως λίγο πριν την κρούση οι σφαίρες έχουν αντίθετες ταχύτητες. Η ταχύτητα της Σ₁ αμέσως μετά την κρούση δίνεται από τη σχέση

$$v'_1 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}v - \frac{2m_2}{m_1 + m_2}v = -\frac{v}{2} - \frac{3v}{2} \Rightarrow v'_1 = -2v$$

Άρα η Σ₁ μετά την κρούση θα ανέβει με ταχύτητα μέτρου 2v.

Εφαρμόζουμε ΘΜΚΕ από το (Δ) μέχρι τη θέση (Ε) όπου η Σ₁ θα σταματήσει στιγμιαία.

$$0 - \frac{1}{2}m_1v_1'^2 = -m_1gh_1 \Rightarrow h_1 = \frac{v_1'^2}{2g} \xrightarrow{(1)} h_1 = 4h$$

B2. (i)

Εφόσον τα σώματα φτάνουν ταυτόχρονα στα Ο τοιχώματα ισχύει

$$\text{Για το Α: } D = v_A t \quad , \quad \text{Για το Β: } 2D = v_B \cdot \eta\mu 30^\circ t$$

$$\text{Επομένως } v_B = 4 \cdot v_A$$

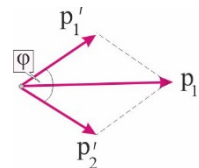
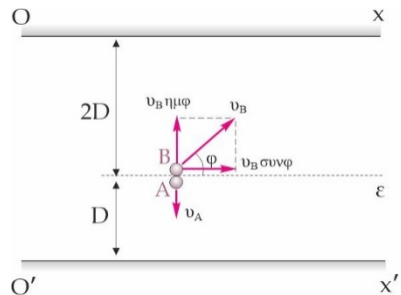
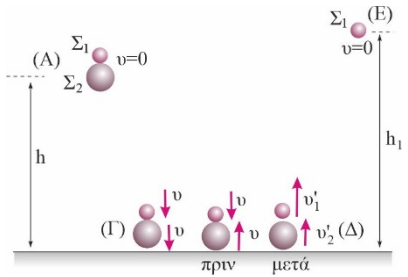
$$t_1 = \frac{4D}{v_A}$$

Όταν το Α φτάνει στην πάνω πλάκα:

Στον ίδιο χρόνο το Β θα έχει διανύσει απόσταση στον άξονα γ:

$$y = v_B \eta\mu 30^\circ t_1 = 4v_A \frac{1}{2} \frac{4D}{v_A} \Rightarrow y = 8D$$

Άρα τη στιγμή t₁ το Β βρίσκεται στην πάνω πλάκα.



B3. (ii)

Από το διάγραμμα ορμών έχουμε:

$$p_1 = \sqrt{p_1'^2 + p_2'^2 + 2p_1' p_2' \cos 60^\circ} = \sqrt{p_1'^2 + p_1'^2 + 2p_1'^2 \frac{1}{2}} \Rightarrow p_1^2 = 3p_1'^2 \quad (1)$$

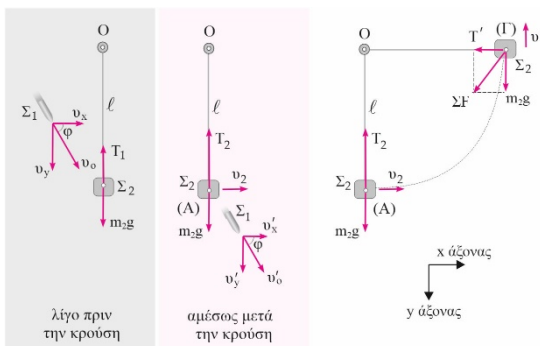
Η κρούση είναι ελαστική. Εφαρμόζοντας την ΑΔΜΕ παίρνουμε:

$$K_1 = K_1' + K_2' \Rightarrow \frac{p_1^2}{2m_1} = \frac{p_1'^2}{2m_1} + \frac{p_2'^2}{2m_2} = \frac{p_1'^2}{2} \left(\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2} \right) \xrightarrow{(1)} \frac{3p_1'^2}{m_1} = p_1'^2 \left(\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2} \right) \Rightarrow \frac{m_1}{m_2} = 2$$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Η ορμή διατηρείται στον x άξονα. Εφαρμόζουμε την ΑΔΟ για τα σώματα Σ₁ - Σ₂ στον x άξονα λίγο πριν και μετά την κρούση.

$$m_1 u_o \sin \varphi = m_2 u_2 + m_1 v'_x \Rightarrow u_2 = 6 \frac{m}{s}$$



Γ2. Πριν την κρούση: $T_1 = m_2 g = 10 \text{ N}$

$$T_2 - m_2 g = \frac{m_2 u_2^2}{R} \Rightarrow T_2 = 50 \text{ N}$$

Μετά την κρούση:

Γ3. Για οριακή ανακύκλωση, στην ανώτερη θέση το νήμα είναι χαλαρό και η κεντρομόλος δύναμη είναι το βάρος του Σ₂.

$$F_k = m_2 g \Rightarrow \frac{m_2 u_{av}^2}{R} = m_2 g \Rightarrow u_{av} = \sqrt{Rg} \quad (1)$$

Η ταχύτητα u_2' του Σ₂ αμέσως μετά την κρούση για οριακή ανακύκλωση θα υπολογιστεί με εφαρμογή του ΘΜΚΕ για το Σ₂ από τη θέση (Α) μέχρι την ψηλότερη θέση.

$$\frac{1}{2} m_2 u_{av}^2 - \frac{1}{2} m_2 u_2'^2 = -m_2 g \cdot 2R \xrightarrow{(1)} u_2' = \sqrt{5g} = \sqrt{45} \frac{m}{s}$$

Επειδή $u_2 < u_2'$ το σώμα δεν κάνει ανακύκλωση.

Γ4. Εφαρμόζουμε το ΘΜΚΕ από το (Α) μέχρι το νήμα να βρεθεί σε οριζόντια θέση (Γ).

$$\frac{1}{2} m_2 u_2'^2 - \frac{1}{2} m_2 u_2^2 = -m_2 g R \Rightarrow u_2' = \sqrt{u_2^2 - 2gR} = \sqrt{36 - 20} \frac{m}{s}$$

$$T' = \frac{m_2 v'^2}{R} \Rightarrow T' = 20 \text{ N}$$

Η τάση του νήματος δίνεται από τη σχέση της κεντρομόλου

$$\frac{dp}{dt} = \Sigma F = \sqrt{T'^2 + (m_2 g)^2} = 10\sqrt{5} \text{ N}$$

Το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της ορμής είναι

Ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας του Σ_2 είναι

$$\frac{dK}{dt} = \Sigma F_y \cdot v' = -m_2 g \cdot v' \Rightarrow \frac{dK}{dt} = -30\sqrt{2} \frac{\text{J}}{\text{s}}$$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Εφαρμόζουμε την ΑΔΟ για το σύστημα των Σ_1 - Σ_2 λίγο πριν και αμέσως μετά την αναπήδηση του βατράχου.

$$p_{\text{αρχ}} = p_{\text{τελ}} \Rightarrow 0 = m_1 v_1 - m_2 v_2, \quad (1)$$

Ο βάτραχος μετά την αναπήδηση φτάνει σε ύψος h , επομένως

$$\frac{1}{2} m_1 v_1^2 = m_1 g h \Rightarrow v_1 = \sqrt{2gh} = 2\sqrt{6} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Αντικαθιστώντας την v_1 στη σχέση (1) παίρνουμε

$$v_2 = \frac{m_1 v_1}{m_2} = \sqrt{6} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Δ2. Η χημική ενέργεια που δαπάνησε ο βάτραχος κατά την αναπήδηση ισούται με το άθροισμα των κινητικών ενεργειών των Σ_1 και Σ_2 αμέσως μετά την αναπήδηση.

$$E_{\text{χημ}} = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 = 18 \text{ J}$$

Δ3. Πριν την αναπήδηση, το ελατήριο είχε αποθηκευμένη δυναμική ενέργεια

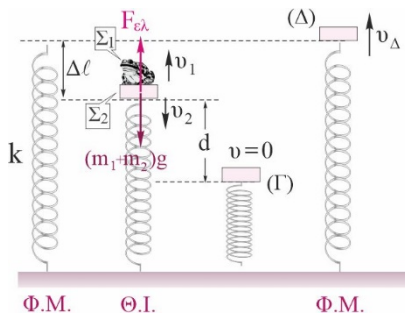
$$U = \frac{1}{2} k \cdot \Delta l^2, \quad (2)$$

Στη θέση ισορροπίας των $\Sigma_1 - \Sigma_2$ ισχύει $(m_1 + m_2)g = k \cdot \Delta l$, (3)

Από τις (2), (3) παίρνουμε: $\Delta l = 0,15 \text{ m}$ και $k = 200 \text{ N/m}$.

Δ4. Εφαρμόζουμε ΘΜΚΕ για το Σ_2 από την αρχική θέση ισορροπίας μέχρι τη θέση (Γ) όπου σταματά στιγμιαία.

$$0 - \frac{1}{2} m_2 v_2^2 = m_2 g d + \frac{1}{2} k \Delta l^2 - \frac{1}{2} k (\Delta l + d)^2 \Rightarrow d = 0,2 \text{ m}$$



$$U_{\text{max}} = \frac{1}{2} k (\Delta l + d)^2 = 12,25 \text{ J}$$

Η μέγιστη δυναμική ενέργεια του ελατηρίου είναι

Δ5. Ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας του δίσκου όταν αυτός περάσει για πρώτη φορά από τη θέση (Δ) που είναι το φυσικό μήκος του ελατηρίου δίνεται από τη σχέση

$$\frac{dK}{dt} = \Sigma F \cdot v_{\Delta} = -m_2 g \cdot v_{\Delta} \quad , \quad (4)$$

Εφαρμόζουμε ΘΜΚΕ για το Σ₂ από την θέση (Γ) μέχρι τη θέση (Δ).

$$\frac{1}{2} m_2 v_{\Delta}^2 - 0 = -m_2 g (\Delta - \Delta_0) + \frac{1}{2} k (\Delta - \Delta_0)^2 \Rightarrow v_{\Delta}^2 = 5,25 \Rightarrow v_{\Delta} = 2,3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Αντικαθιστώντας στη σχέση (4) παίρνουμε $\frac{dK}{dt} = \Sigma F \cdot v_{\Delta} = -46 \frac{\text{J}}{\text{s}}$