

Λύσεις κριτηρίου 4

ΘΕΜΑ Α

A1. (α) A2. (δ) A3. (γ) A4. (γ) A5. α Σ β. Λ γ. Σ δ. Σ ε. Σ

ΘΕΜΑ Β

B1. (i)

Για το σημείο E που είναι σημείο του καρουλιού έχουμε:

$$\underline{\omega}_E = \underline{\omega}_{cm} + \underline{\omega}_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow \alpha_E = \alpha_{cm} - \alpha_{\gamma\omega\nu} R, \quad (1)$$

Για το καρούλι ισχύει: $\alpha_{cm} = \alpha_{\gamma\omega\nu} R$, (2)

Συνδυάζοντας τις (1), (2) παίρνουμε:

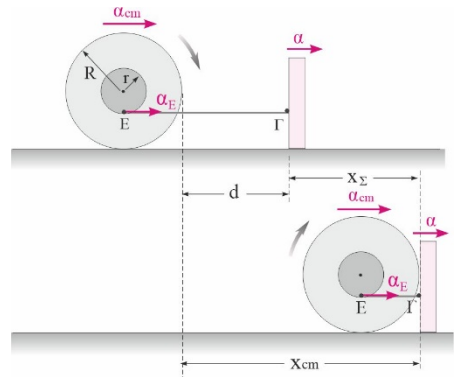
$$\alpha_E = \alpha_{cm} - \frac{\alpha_{cm}}{R} R \Rightarrow \alpha_{cm} = \frac{3}{2} \alpha$$

Όταν το καρούλι φτάσει στο σώμα θα έχει διανύσει x_{cm} και το σώμα Σ διάστημα x_{Σ} .

$$x_{cm} = d + x_{\Sigma} \Rightarrow \frac{1}{2} \alpha_{cm} t^2 = d + \frac{1}{2} \alpha t^2 \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2} \frac{3}{2} \alpha t^2 = d + \frac{1}{2} \alpha t^2 \Rightarrow$$

$$\frac{\alpha t^2}{4} = d \Rightarrow t = 2\sqrt{\frac{d}{\alpha}}$$



B2. (ii)

Σχεδιάζουμε τις δυνάμεις στη ράβδο ΑΓ.

Η F_{Γ} είναι κάθετη στον λείο κατακόρυφο τοίχο.

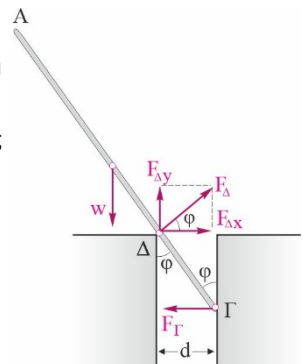
Η F_{Δ} είναι κάθετη στη ράβδο αφού αυτή ακουμπά στην κορυφή Δ.

Το βάρος της w είναι κατακόρυφο και περνά από το κέντρο μάζας της.

Βρίσκουμε τις ροπές ως προς το σημείο Γ:

$$\Sigma \tau_{(\Gamma)} = 0 \Rightarrow w \cdot \frac{L}{2} \eta\mu\varphi - F_{\Delta}(\Gamma\Delta) = 0, \quad (1)$$

Από την ισορροπία στον άξονα γ:



$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow w = F_{\Delta y} = F_{\Delta} \eta \mu \varphi, \quad (2)$$

Συνδυάζοντας τις (1), (2) παίρνουμε:

$$w \cdot \frac{L}{2} \eta \mu \varphi - \frac{w}{\eta \mu \varphi} (\Gamma \Delta) \Rightarrow w \cdot \frac{L}{2} \frac{1}{2} - \frac{w}{0,5} (\Gamma \Delta) \Rightarrow (\Gamma \Delta) = \frac{L}{8}$$

$$d = (\Gamma \Delta) \eta \mu \varphi = \frac{L}{8} \frac{1}{2} \Rightarrow d = \frac{L}{16}$$

Από τη γεωμετρία του σχήματος έχουμε:

B3. (ii)

Σχεδιάζουμε τις δυνάμεις στη σφαίρα.

Η F_A ασκείται σε τυχαία διεύθυνση από την κορυφή Α.

Αναλύουμε το βάρος σε δύο συνιστώσες

$$w_x = w \eta \mu \varphi = 0,6w \quad \text{και} \quad w_y = w \sigma \nu \varphi = 0,8w$$

Επειδή η σφαίρα μόλις θα υπερπηδήσει το εμπόδιο, δεν ακουμπά στο επίπεδο αλλά μόνον στο Α.

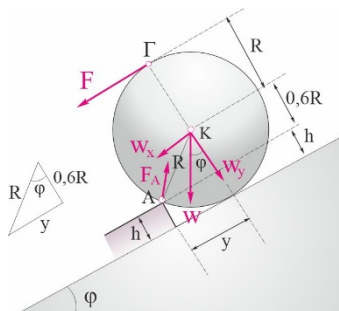
Βρίσκουμε τις ροπές ως προς το σημείο Α:

$$\Sigma \tau_{(A)} = 0 \Rightarrow F \cdot 1,6R + w \eta \mu \varphi \cdot 0,6R - w \sigma \nu \varphi \cdot y = 0, \quad (1)$$

Από τη γεωμετρία του σχήματος $y = \sqrt{R^2 - (0,6R)^2} \Rightarrow y = 0,8R$

Η σχέση (1) γίνεται:

$$F \cdot 1,6R + 0,6w \cdot 0,6R = 0,8w \cdot 0,8R \Rightarrow 1,6F = 0,28w \Rightarrow F = \frac{7}{40}w$$



ΘΕΜΑ Γ

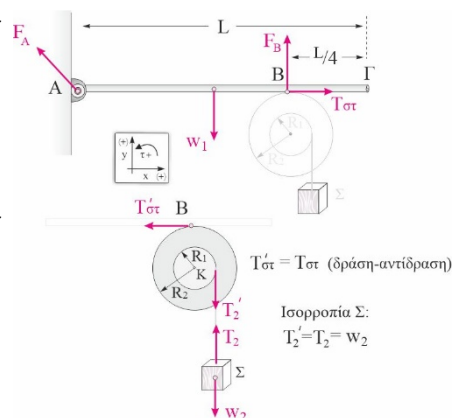
Γ1. Σχεδιάζουμε τις δυνάμεις στη ράβδο και παίρνουμε ροπές ως προς το (Α).

$$\Sigma \tau_{(A)} = 0 \Rightarrow F_B \frac{3L}{4} - w_1 \frac{L}{2} = 0 \Rightarrow F_B = 20N$$

Γ2. Σχεδιάζουμε τις δυνάμεις στην τροχαλία και παίρνουμε ροπές ως προς το κέντρο (Κ).

$$\Sigma \tau_{(K)} = 0 \Rightarrow -w_2 \cdot R_1 + T'_{\sigma} \cdot R_2 = 0 \Rightarrow T'_{\sigma} = 5N$$

$$T_{op} = T_{\sigma} = \mu \cdot F_B \Rightarrow \mu = \frac{T_{\sigma}}{F_B} = \frac{5N}{20N} = 0,25$$



Γ3. Σχεδιάζουμε στη ράβδο τη νέα δύναμη F_r και παίρνουμε ροπές ως προς το (Α) και ροπές ως προς το κέντρο (Κ) της τροχαλίας.

$$\Sigma \tau_{(A)} = 0 \Rightarrow F_{IB} \frac{3L}{4} - w_1 \frac{L}{2} - F_{\Gamma} \cdot L = 0 \Rightarrow$$

$$F_{IB} = 32\text{N}$$

$$T_{\text{ιστ}} = T_{\text{ιορ}} = \mu \cdot F_{IB} \Rightarrow T_{\text{ιστ}} = 8\text{N}$$

$$\Sigma \tau_{(K)} = 0 \Rightarrow -w_3 \cdot R_1 + T'_{\text{ιστ}} \cdot R_2 = 0 \Rightarrow$$

$$w_3 = 16\text{N} \Rightarrow m_3 = 1,6\text{kg}$$

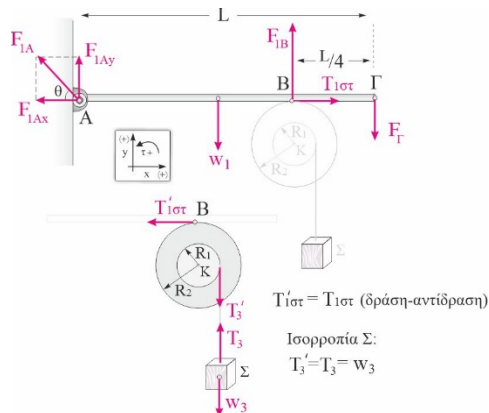
Γ4. Η δύναμη F_{1A} που ασκείται από την άρθρωση στην ράβδο θα υπολογιστεί από την ισορροπία της ράβδου στον x και στον y άξονα.

$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow T_{\text{ιστ}} - F_{A1x} = 0 \Rightarrow F_{A1x} = 8\text{N}$$

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow F_{A1y} - w_1 + F_{IB} - F_{\Gamma} = 0 \Rightarrow$$

$$F_{A1y} = 7\text{N}$$

$$F_{1A} = \sqrt{F_{A1x}^2 + F_{A1y}^2} = \sqrt{113}\text{N}, \quad \varepsilon\varphi\theta = \frac{F_{A1y}}{F_{A1x}} = \frac{7}{8}$$



Γ5. Όταν θα αντικαταστήσουμε το Σ_3 με άλλο Σ_4 μεγαλύτερης μάζας, αυτό θα κατέρχεται επιταχυνόμενο και η τροχαλία θα περιστρέφεται. Η παραγόμενη θερμότητα θα ισούται με το απόλυτο του έργου της τριβής ολίσθησης. Όταν το Σ_4 κατέλθει κατά 1m, ένα σημείο στην εξωτερική περιφέρεια της τροχαλίας θα διανύσει τόξο ίσο με 2m, γιατί η ακτίνα του εξωτερικού δίσκου είναι διπλάσια αυτής του εσωτερικού που είναι τυλιγμένο το σχοινί που είναι δεμένο το Σ_4 .

Το έργο της τριβής ολίσθησης είναι

$$W_T = -T_{\text{ολ}} \cdot x = -\mu \cdot F_{IB} \cdot x = -0,25 \cdot 32\text{N} \cdot 2\text{J} \Rightarrow W_T = -16\text{J}$$

Άρα η εκλυόμενη θερμότητα είναι 16 J.

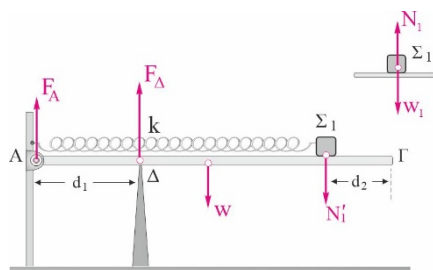
ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Σχεδιάζουμε τις δυνάμεις στη ράβδο και παίρνουμε ροπές ως προς την άρθρωση (A).

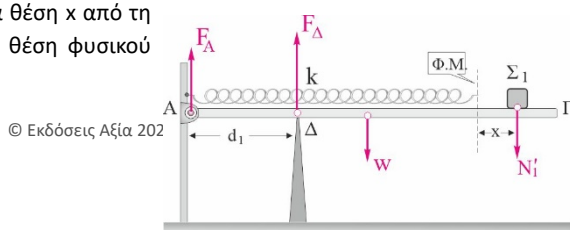
$$\Sigma \tau_{(A)} = 0 \Rightarrow F_{\Delta} \cdot d_1 - w \frac{L}{2} - N'_1 \cdot (L - d_2) = 0 \Rightarrow$$

$$N'_1 = 10\text{N}$$

Η N'_1 είναι η δύναμη που ασκεί το Σ_1 στη ράβδο και επειδή αυτό ισορροπεί ισούται με το βάρος του σώματος, άρα $w_1=10\text{N}$ και $m_1=1\text{kg}$.



Δ2. Τοποθετούμε το Σ_1 σε μια τυχαία θέση x από τη θέση ισορροπίας του που είναι και η θέση φυσικού



Φυσική Γ' Λυκείου - Επανάληψη / Παλόγος Αντ., Κατεβάτης Χ., Μπιτσάκος Π. & Ποντικός Ηλ.
μήκους του ελατηρίου και παίρνουμε ροπές ως προς την άρθρωση (Α).

$$\Sigma \tau_{(A)} = 0 \Rightarrow F_{\Delta} \cdot d_1 - w \frac{L}{2} - N'_1 \cdot (L - d_2 + x) = 0 \Rightarrow$$

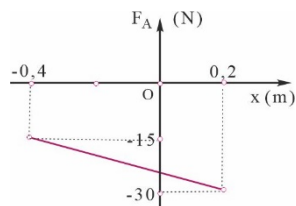
$$F_{\Delta} = 55 + 25x \text{ (S.I.)} \quad (1)$$

Από την ισορροπία στον άξονα γ έχουμε:

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow F_A + F_{\Delta} = w + w_1 \Rightarrow F_A = -25 - 25x \text{ (S.I.)} \quad \text{για } -0,4\text{m} \leq x \leq 0,2\text{m}$$

Άρα, η δύναμη από την άρθρωση έχει αντίθετη φορά από αυτή που σχεδιάσαμε στο σχήμα.

Η γραφική παράσταση $F_A=f(x)$ δίνεται στο διπλανό διάγραμμα.



Δ3. Για να βρούμε την ταχύτητα του Σ_1 λίγο πριν την κρούση εφαρμόζουμε το ΘΜΚΕ από την αρχική θέση εκτροπής ($x_{\text{αρχ}}=-0,4\text{m}$) μέχρι την άκρη Γ ($x_{\Gamma}=0,2\text{m}$).

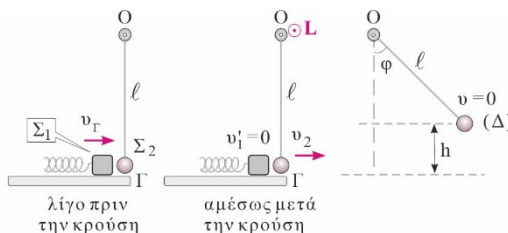
$$K_{\Gamma} - 0 = W_{\text{Fελ.}} \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2} m v_{\Gamma}^2 - 0 = \frac{1}{2} k x_{\text{αρχ}}^2 - \frac{1}{2} k x_{\Gamma}^2 \Rightarrow$$

$$v_{\Gamma} = 2\sqrt{3} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Επειδή τα σώματα έχουν ίδιες μάζες, ανταλλάσσουν ταχύτητες, έτσι

$$v_2 = 2\sqrt{3} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$



και το μέτρο της στροφορμής του σφαιριδίου αμέσως μετά την κρούσης ως προς τον οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το Ο είναι

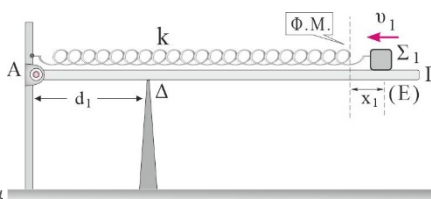
$$L_2 = m_2 v_2 \cdot \boxed{1,2\sqrt{3}} \text{ kg} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$$

Δ4. Για να βρούμε τη μέγιστη γωνία ϕ , εφαρμόζουμε για το σφαιρίδιο το ΘΜΚΕ μεταξύ του άκρου Γ της ράβδου και του σημείου (Δ) που θα φτάσει το σφαιρίδιο.

$$K_{\Delta} - K_{\Gamma} = W_w + W_{\Gamma} \Rightarrow 0 - \frac{1}{2} m v_2^2 = -mgh \Rightarrow h = \frac{v_2^2}{2g} = 0,6\text{m}$$

Επειδή $h=\boxed{0,6}$, το σφαιρίδιο θα φτάσει μέχρι τη θέση που το νήμα θα γίνει οριζόντιο, άρα $\phi=90^\circ$.

Δ5. Το σώμα Σ_1 αμέσως μετά την κρούση ξεκινά με ταχύτητα μηδέν (ανταλλαγή ταχυτήτων). Για να βρούμε το μέτρο της δύναμης που ασκείται στο σημείο Δ, τη χρονική στιγμή που η κινητική ενέργεια του σώματος Σ_1 είναι δεκαπενταπλάσια



Φυσική Γ' Λυκείου - Επανάληψη / Παλόγος Αντ., Κατεβάτης Χ., Μπετσάκος Π. & Ποντικός Ηλ.

της δυναμικής ενέργειας του ελατηρίου, θα πρέπει να βρούμε σε ποια θέση (Ε) που απέχει x_1 από το Φ.Μ. του ελατηρίου συμβαίνει αυτό.

Εφαρμόζουμε για το Σ₁ το ΘΜΚΕ μεταξύ του άκρου Γ της ράβδου και του σημείου (Ε).

$$K_E - K_\Gamma = W_{F_{ελ}} \Rightarrow 15U_{E\kappa} - 0 = \frac{1}{2}kd_2^2 - \frac{1}{2}kx_1^2 \Rightarrow$$

$$15\frac{1}{2}kx_1^2 - 0 = \frac{1}{2}kd_2^2 - \frac{1}{2}kx_1^2 \Rightarrow x_1 = \pm 0,05\text{m}$$

Αυτό συμβαίνει σε δύο θέσεις που ισαπέχουν 0,05m δεξιά και αριστερά του Φ.Μ. του ελατηρίου.

Η δύναμη στήριξης στο Δ σύμφωνα με τη σχέση (1) του Δ₁ ερωτήματος είναι

$$F_{\Delta 1} = 55 + 25 \cdot 0,05, \text{ (S.I.)} \Rightarrow F_{\Delta 1} = 56,25\text{N}$$