

Θέματα Γ

Ροπή δύναμης

3.Γ.1

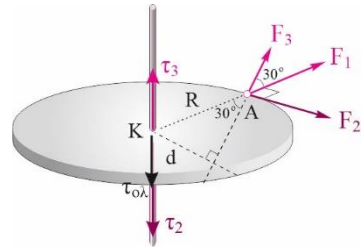
α. Οι μοχλοβραχίονες των F_1 , F_2 και F_3 είναι αντίστοιχα

$$\ell_1=0\text{m}, \ell_2=R=0,1\text{m} \text{ και } \ell_3=d=R\eta\mu 30^\circ \text{ ή } \ell_3=0,05\text{m}$$

$$\beta. \tau_1=0\text{Nm}, \tau_2=-F_2R=-1\text{Nm}, \tau_3=F_3d=0,5\text{Nm}$$

γ. Βλέπε σχήμα.

$$\delta. \tau_{\text{ολ}}=\tau_1+\tau_2+\tau_3 \text{ ή } \tau_{\text{ολ}}=-0,5\text{Nm}$$



3.Γ.2

A. α. Θεωρούμε θετική φορά την αντίθετη της φοράς των δεικτών του ρολογιού και τα μέτρα των ροπών του βάρους είναι

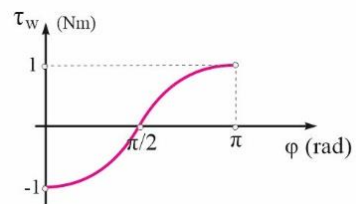
$$\tau_\alpha = -w \frac{L}{2} = -1\text{Nm} \Rightarrow |\tau_\alpha| = 1\text{Nm}$$

$$\tau_\beta = -w \frac{L}{2} \sin \varphi = -0,5\text{Nm} \Rightarrow |\tau_\beta| = 0,5\text{Nm}$$

$$\tau_\gamma = -w \frac{L}{2} \sin 90^\circ \Rightarrow |\tau_\gamma| = 0\text{Nm}$$

$$\text{B. } \tau_{(A)} = -w \cdot x = -w \frac{L}{2} \sin \varphi \Rightarrow$$

$$\tau_{(A)} = -1 \cdot \sin \varphi \text{ (S.I.)}, 0\text{rad} \leq \varphi \leq \pi\text{rad}$$



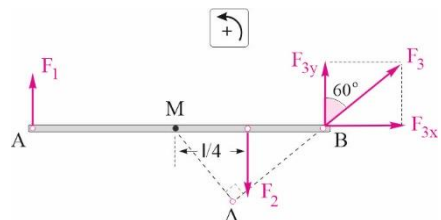
3.Γ.3

$$\alpha. \tau_1 = -F_1 \frac{\ell}{2} \Rightarrow \tau_1 = -10\text{Nm}$$

$$\tau_2 = -F_2 \frac{\ell}{4} \Rightarrow \tau_2 = -8\text{Nm}$$

$$\tau_3 = F_{3y} \frac{\ell}{2} = F_3 \sin 60^\circ \frac{\ell}{2} \Rightarrow \tau_3 = 9\text{Nm}$$

$$\beta. \tau_{\text{ολ}}=\tau_1+\tau_2+\tau_3 \text{ ή } \tau_{\text{ολ}}=-9\text{Nm}$$



Το αρνητικό πρόσημο δηλώνει ότι η ράβδος, αν αρχικά ήταν ακίνητη, θα περιστραφεί όπως οι δείκτες του ρολογιού.

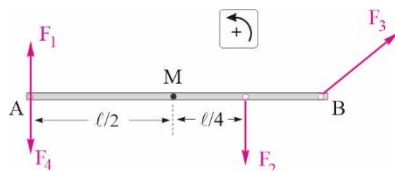
γ. Είναι το ευθύγραμμο τμήμα ΜΛ

$$(M\Lambda) = \frac{\ell}{2} \eta \mu 30^\circ \Rightarrow (M\Lambda) = \frac{\ell}{4} = 0,5\text{m}$$

δ. Θα ασκήσουμε μια οριζόντια δύναμη F_4 στο άκρο Α και κάθετη στη ράβδο με φορά τέτοια ώστε η συνολική ροπή ως προς το Μ να είναι μηδέν

$$\tau_{(M)} = 0 \Rightarrow \tau_1 + \tau_2 + \tau_3 + F_4 \frac{\ell}{2} = 0 \Rightarrow$$

$$-9\text{Nm} + F_4 \frac{\ell}{2} = 0 \Rightarrow F_4 = 9\text{N}$$



3.Γ.4

α. Αναλύουμε τις F_2 και F_3 σε κάθετες συνιστώσες. Ροπές προκαλούν μόνο οι συνιστώσες F_{2y} και F_{3y}

$$F_{2y} = F_2 \eta \mu 60^\circ, F_{3y} = F_3 \eta \mu 30^\circ$$

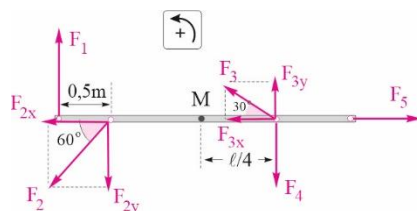
$$\tau_1 = -F_1 \frac{\ell}{2} \Rightarrow \tau_1 = -4,8\text{Nm}$$

$$\tau_2 = F_{2y} \left(\frac{\ell}{2} - 0,5 \right) \Rightarrow \tau_2 = 4,2\text{Nm}$$

$$\tau_3 = F_{3y} \frac{\ell}{4} \Rightarrow \tau_3 = 0,6\text{Nm}$$

$$\tau_4 = -F_4 \frac{\ell}{4} \Rightarrow \tau_4 = -1,8\text{Nm}, \quad \tau_5 = 0\text{Nm}$$

β. $\tau_{\text{ολ}} = \tau_1 + \tau_2 + \tau_3 + \tau_4 + \tau_5$ ή $\tau_{\text{ολ}} = -1,8\text{Nm}$



Βρίσκεται πάνω στον οριζόντιο άξονα περιστροφής με φορά από τον αναγνώστη προς τη σελίδα.

γ. Αν καταργηθεί η F_4 οι υπόλοιπες δυνάμεις δημιουργούν συνολική ροπή μηδέν.

3.Γ.5

α. Η ασκούμενη δύναμη έχει μοχλοβραχίονα

$$d_1 = \ell \sigma \upsilon \nu 60^\circ = 0,1\text{m}$$

$$\tau = F_1 d_1 \Rightarrow F_1 = \frac{\tau}{d_1} = \frac{40\text{Nm}}{0,1\text{m}} \Rightarrow F_1 = 400\text{N}$$

β. Η δύναμη γίνεται ελάχιστη όταν μεγιστοποιείται ο μοχλοβραχίονας. Το μεγαλύτερο μήκος μοχλοβραχίονα, $d=0,4\text{m}$, έχουμε όταν οι δυνάμεις ασκούνται κάθετα στον φορέα του σωλήνα που κρατάμε. Με τον σταυρό δημιουργείται ζεύγος δυνάμεων που έχει μοχλοβραχίονα d_2 .

$$\tau = F_2 d_2 \Rightarrow F_2 = \frac{\tau}{d_2} = \frac{40\text{Nm}}{0,4\text{m}} \Rightarrow F_2 = 100\text{N}$$

3.Γ.6

α. $\tau_1 = -F_1 \cdot 0,6 \text{ (S.I.)} \Rightarrow \tau_1 = -6 \text{ Nm}$

β. Αναλύουμε την F_2 σε κάθετες συνιστώσες. Ροπή προκαλεί μόνο η $F_{2y} = F_2 \eta \mu 30^\circ$ ή $F_{2y} = 15 \text{ N}$.

$\tau_{o\lambda} = -8,1 \text{ Nm} \Rightarrow \tau_1 + \tau_2 = -8,1 \text{ Nm} \Rightarrow \tau_2 = -2,1 \text{ Nm}$

γ. $\tau_2 = -F_{2y} \cdot (\ell - 0,6 \text{ m}) \Rightarrow -2,1 = -15 \cdot (\ell - 0,6 \text{ m}) \Rightarrow \ell - 0,6 = 0,14 \text{ m} \Rightarrow \ell = 0,74 \text{ m}$

δ. Η δύναμη F_3 θα έχει μοχλοβραχίονα $\ell - 0,6 = 0,14 \text{ m}$ και θα προκαλεί ροπή

$\tau_3 = F_3 \cdot 0,14 \text{ m} \Rightarrow \tau_3 = 2,8 \text{ Nm}$

Άρα η συνολική ροπή θα είναι

$\tau'_{o\lambda} = \tau_{o\lambda} + \tau_3 \Rightarrow \tau'_{o\lambda} = -5,3 \text{ Nm}$

3.Γ.7

α. $\tau_{o\lambda} = \tau_1 + \tau_2 = 30 \cdot 0,2 \text{ Nm} - 50 \cdot 0,1 \text{ Nm} \Rightarrow \tau_{o\lambda} = 1 \text{ Nm}$

β. Επειδή η συνολική ροπή είναι θετική, το σώμα περιστρέφεται αντίθετα από τους δείκτες του ρολογιού. Έτσι, οι γραμμικές ταχύτητες είναι όπως στο σχήμα.

γ. Όλα τα σημεία του στερεού έχουν την ίδια γωνιακή ταχύτητα

$v_1 = \omega R_1$

και

$v_2 = \omega R_2$

$\frac{v_1}{v_2} = \frac{R_1}{R_2} \Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = 2$

δ. Το σώμα Σ_1 κατεβαίνει με επιτάχυνση μέτρου

$\alpha_1 = \alpha_{\gamma\omega\nu} R_1 = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

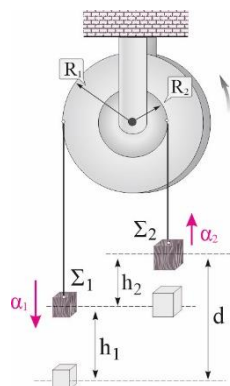
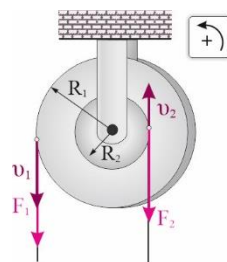
Το σώμα Σ_2 ανεβαίνει με επιτάχυνση μέτρου

$\alpha_2 = \alpha_{\gamma\omega\nu} R_2 = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

Το Σ_1 κατεβαίνοντας διανύει κατακόρυφη απόσταση $h_1 = \frac{1}{2} \alpha_1 t^2 = 1 \text{ m}$.

Το Σ_2 ανεβαίνοντας διανύει κατακόρυφη απόσταση $h_2 = \frac{1}{2} \alpha_2 t^2 = 0,5 \text{ m}$.

Επομένως τη στιγμή t , τα σώματα απέχουν κατακόρυφα $d = h_1 + h_2 = 1,5 \text{ m}$.



3.Γ.8

$$\alpha. \tau_{\text{ολ}} = \tau_1 + \tau_2 + \tau_3 \Rightarrow 3,6 \text{ Nm} = F_1 \cdot 0,1 \text{ m} + F_2 \cdot 0,04 \text{ m} + F_3 \cdot 0,1 \text{ m} \Rightarrow 3,6 \text{ N} = 0,24 F \Rightarrow F = 15 \text{ N}$$

β. Για τη μελέτη της μεταφορικής κίνησης μετατοπίζουμε όλες τις δυνάμεις παράλληλα στο φορέα τους και τις εφαρμόζουμε στο κέντρο μάζας του σώματος. Έτσι

$$\Sigma F = F_1 + F_2 - F_3 \quad \text{ή} \quad \Sigma F = 15 \text{ N}$$

Ο δίσκος μεταφορικά θα εκτελέσει ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση.

γ. Τα ελεύθερα στερεά περιστρέφονται γύρω από άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας τους.

δ. Αν καταργηθεί η F_1 , οι απομένουσες δυνάμεις αποτελούν ζεύγος δυνάμεων. Έτσι, μεταφορικά ο δίσκος θα σταματήσει να αυξάνει την ταχύτητά του, ενώ στροφικά η ροπή του ζεύγους θα εξακολουθεί να του μεταβάλλει την κινητική κατάσταση.

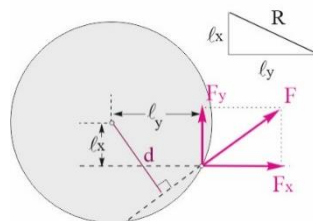
3.Γ.9

$$\alpha. \tau_{F_x} = F_x \cdot \ell_x \Rightarrow \tau_{F_x} = 0,6 \text{ Nm}$$

β. Οι αλγεβρικές τιμές των ροπών των F_x και F_y έχουν ίδιο πρόσημο, θετικό

γ. $\tau_{F_y} = F_y \cdot \ell_y$ Από το πυθαγόρειο θεώρημα προκύπτει

$$R^2 = \ell_x^2 + \ell_y^2 \Rightarrow \ell_y = 9 \text{ cm}, \text{ άρα } F_y = 10 \text{ N}.$$



δ. Για τη ροπή της F ισχύει

$$\tau_F = Fd \Rightarrow 1,5 \text{ Nm} = Fd \quad (1)$$

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} \Rightarrow F = 20 \text{ N}$$

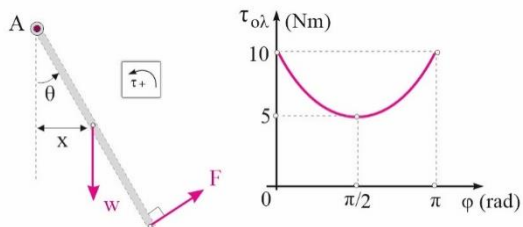
Αντικαθιστώντας στην (1) έχουμε $d = 0,075 \text{ m}$.

3.Γ.10

$$A. \alpha. \tau_{\text{ολ}} = \tau_F + \tau_w = F \cdot L + 0 \Rightarrow \tau_{\text{ολ}} = 10 \text{ Nm}$$

$$\beta. \tau_{\text{ολ}} = \tau_F + \tau_w = F \cdot L - w \frac{L}{2} \eta \mu \theta \Rightarrow \tau_{\text{ολ}} = 7,5 \text{ Nm}$$

$$\gamma. \tau_{\text{ολ}} = \tau_F + \tau_w = F \cdot L - w \frac{L}{2} \Rightarrow \tau_{\text{ολ}} = 5 \text{ Nm}$$



B. $\tau_{o\lambda} = F \cdot L - w \frac{L}{2} \eta \mu \theta = 10 - 5 \cdot \eta \mu \theta$, (S.I.)

Γ. Η γραφική παράσταση είναι όπως στο σχήμα.

3.Γ.11

α. $\Sigma \tau_{(A)} = F_4 \cdot \alpha + F_3 \cdot \alpha \sqrt{2} - F_2 \cdot \alpha \Rightarrow$

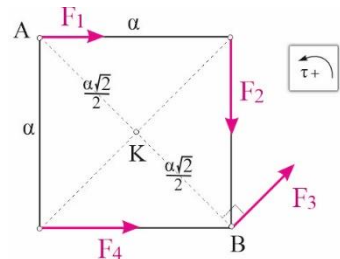
$\Sigma \tau_{(A)} = 30 \text{ N} \cdot 1 \text{ m} + 10 \sqrt{2} \cdot \text{N} \cdot \sqrt{2} \text{ m} - 20 \text{ N} \cdot 1 \text{ m} \Rightarrow \Sigma \tau_{(A)} = 30 \text{ Nm}$

β. $\Sigma \tau_{(K)} = F_4 \cdot \frac{\alpha}{2} + F_3 \cdot \frac{\alpha \sqrt{2}}{2} - F_2 \cdot \frac{\alpha}{2} - F_1 \cdot \frac{\alpha}{2} =$

$30 \text{ N} \cdot \frac{1}{2} \text{ m} + 10 \sqrt{2} \cdot \text{N} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ m} - 20 \text{ N} \cdot \frac{1}{2} \text{ m} - 10 \text{ N} \cdot \frac{1}{2} \text{ m} \Rightarrow$

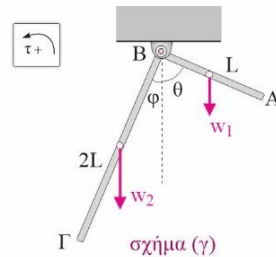
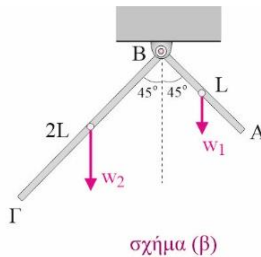
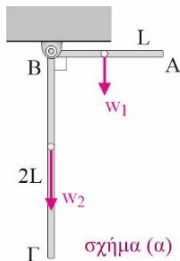
$\Sigma \tau_{(K)} = 10 \text{ Nm}$

γ. $\Sigma \tau_{(B)} = -F_1 \cdot \alpha \Rightarrow \Sigma \tau_{(B)} = -10 \text{ Nm}$



3.Γ.12

α. Οι ράβδοι είναι φτιαγμένοι από το ίδιο υλικό και είναι ομογενείς, επομένως έχουν την ίδια πυκνότητα. Έχουν την ίδια διατομή και αφού η ράβδος ΒΓ είναι η διπλάσια σε μήκος άρα θα έχει και το διπλάσιο βάρος. Επομένως $w_{B\Gamma} = w_2 = 10 \text{ N}$.



Η όποια δύναμη ασκείται από την άρθρωση στη ράβδο δεν προκαλεί ροπή.

β. Η ΑΒ είναι οριζόντια και η ΒΓ κατακόρυφη (σχήμα α).

$\tau_{w1} = -w_1 \cdot \frac{L}{2} = -2,5 \text{ Nm}$, $\tau_{w2} = 0 \text{ Nm}$

$\Sigma \tau_{(B)} = \tau_{w1} + \tau_{w2} = -2,5 \text{ Nm}$

γ. Η κατακόρυφος που διέρχεται από το Β διχοτομεί τις ΑΒ και ΒΓ (σχήμα β).

$$\tau_{w1} = -w_1 \cdot \frac{L}{2} \eta \mu 45^\circ = -1,25\sqrt{2} \text{ Nm}$$

$$\tau_{w2} = w_2 \cdot \frac{2L}{2} \eta \mu 45^\circ = 2w_1 \cdot L \cdot \eta \mu 45^\circ = 5\sqrt{2} \text{ Nm}$$

$$\Sigma \tau_{(B)} = \tau_{w1} + \tau_{w2} = 3,75\sqrt{2} \text{ Nm}$$

δ. Εφόσον οι δύο ροπές των βαρών ως προς το Β είναι αντίθετες, το άθροισμά τους είναι μηδέν. Στη θέση αυτή (σχήμα γ) οι γωνίες θ και φ είναι συμπληρωματικές.

$$\Sigma \tau_{(B)} = 0 \Rightarrow 2w_1 \cdot L \cdot \eta \mu \varphi - w_1 \cdot \eta \mu \vartheta \frac{L}{2} = 0 \Rightarrow 2 \cdot \sigma \upsilon \nu \vartheta = \eta \mu \vartheta \frac{1}{2} \Rightarrow \epsilon \varphi \vartheta = 4$$

3.Γ.13

α. Εφαρμόζουμε τον 2^ο νόμο του Νεύτωνα στο Σ₁

$$\Sigma F = m_1 \alpha \Rightarrow w_1 - T_1 = m_1 \alpha \Rightarrow T_1 = w_1 - m_1 \alpha = 24 \text{ N}$$

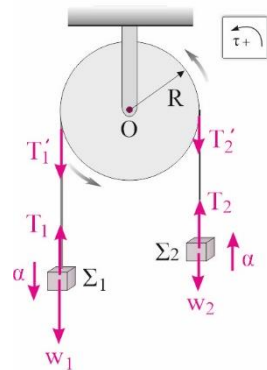
Εφαρμόζουμε τον 2^ο νόμο του Νεύτωνα στο Σ₂

$$\Sigma F = m_2 \alpha \Rightarrow T_2 - w_2 = m_2 \alpha \Rightarrow T_2 = w_2 + m_2 \alpha = 12 \text{ N}$$

β. $\tau_1 = +T_1 \cdot R = 2,4 \text{ Nm}$, $\tau_2 = -T_2 \cdot R = -1,2 \text{ Nm}$

γ. $\Sigma \tau_{(O)} = \tau_1 + \tau_2 = 1,2 \text{ Nm}$

$$\delta. \alpha = \alpha_\epsilon = \frac{dv_{\gamma p}}{dt} = \frac{d(\omega R)}{dt} = \alpha_{\gamma \omega v} R = 20 \frac{\text{rad}}{\text{s}^2}$$

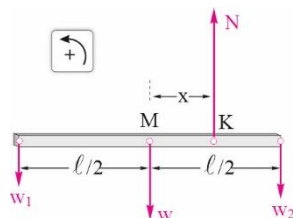


Ισορροπία στερεού σώματος

3.Γ.14

α. Η δύναμη Ν ασκείται από τον ώμο στη δοκό.

β. $\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N - w - w_1 - w_2 = 0 \Rightarrow N = 200 \text{ N}$



$$\gamma. \Sigma \tau_{(K)} = 0 \Rightarrow w_1 \left(\frac{\ell}{2} + x \right) + w x - w_2 \left(\frac{\ell}{2} - x \right) = 0 \Rightarrow$$

$$x = \frac{\ell(w_2 - w_1)}{2(w + w_1 + w_2)} \Rightarrow x = 0,1\text{m}$$

δηλαδή σε απόσταση $x = 0,1\text{m}$ δεξιά του μέσου M.

δ. Παίρνουμε ροπές ως προς το άκρο A

$$\tau_{(w)} = w \frac{\ell}{2} = 100\text{Nm}, \tau_{(w_1)} = w_1 \ell = 80\text{Nm}$$

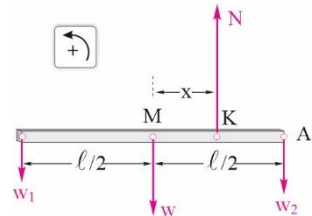
$$\tau_{(N)} = -N \left(\frac{\ell}{2} - x \right) = -180\text{Nm}$$

$$\Sigma \tau_{(A)} = \tau_{(w)} + \tau_{(w_1)} + \tau_{(N)} \Rightarrow \Sigma \tau_{(A)} = 0$$

Ήταν αναμενόμενο αφού το όλο σύστημα ισορροπεί.

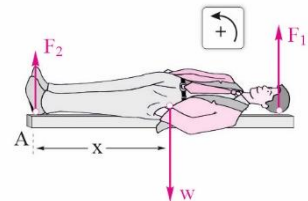
3.Γ.15

α. Οι ενδείξεις των ζυγαριών οφείλονται στις δυνάμεις που τους ασκούνται από τη σανίδα. Από τον 3^ο νόμο του Νεύτωνα προκύπτει ότι ο ζυγαριές θα ασκούν αντίθετες δυνάμεις. Έτσι στη σανίδα ασκούνται οι $F_1 = 425\text{N}$, $F_2 = 255\text{N}$ και το βάρος w του ανθρώπου.



$$\beta. \Sigma F_y = 0 \Rightarrow F_1 + F_2 - w = 0 \Rightarrow w = 680\text{N}$$

$$\gamma. \Sigma \tau_{(A)} = 0 \Rightarrow -w x + F_1 \ell = 0 \Rightarrow x = 1,5\text{m}$$



3.Γ.16

α. Εφαρμόζουμε ροπές ως προς το K για την πρώτη πλάκα

$$\Sigma \tau_{(K)} = 0 \Rightarrow -F_A x + F_B y = 0 \Rightarrow 4x = y \quad (1)$$

Εφαρμόζουμε ροπές ως προς το K για τη δεύτερη πλάκα

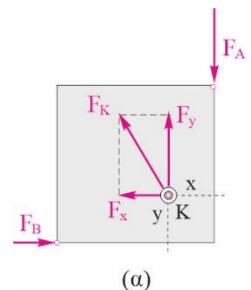
$$\Sigma \tau_{(K)} = 0 \Rightarrow -F_A x + F_B (0,8 - y) = 0 \Rightarrow 4x = 0,8 - y \quad (2)$$

Από τις (1) και (2) έχουμε $y = 0,4\text{m}$.

β. Από τις (1) και (2) έχουμε $x = 0,1\text{m}$.

γ. Η πλάκα ισορροπεί. Επομένως

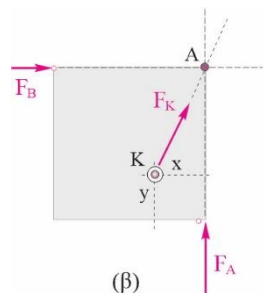
$$\Sigma F_x = 0 \quad \text{ή} \quad F_B - F_x = 0 \quad \text{ή} \quad F_x = F_B = 10\text{N}$$



$$\Sigma F_y = 0 \quad \text{ή} \quad F_A - F_y = 0 \quad \text{ή} \quad F_y = F_A = 40 \text{ N}$$

$$F_K = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = 10\sqrt{17} \text{ N}$$

δ. Οι δυνάμεις που ασκούνται στην πλάκα είναι τρεις, επομένως εφόσον αυτή ισορροπεί θα πρέπει οι φορείς τους να διέρχονται από το ίδιο σημείο. Το σημείο τομής των φορέων των F_A και F_B είναι το σημείο A που βρίσκεται στην κορυφή της πλάκας, επομένως και ο φορέας της F_K θα διέρχεται από το σημείο αυτό.



3.Γ.17

α. Για τη ράβδο

$$\Sigma \tau_{(K)} = 0 \Rightarrow T_2 \ell - w \frac{\ell}{2} = 0 \Rightarrow T_2 = \frac{w}{2} \Rightarrow T_2 = 100 \text{ N}$$

β. Για την τροχαλία

$$\Sigma \tau_{(cm)} = 0 \Rightarrow T_2' R - T_1' 2R = 0 \Rightarrow T_2 = 2T_1 \Rightarrow T_1 = 50 \text{ N}$$

Για το σώμα

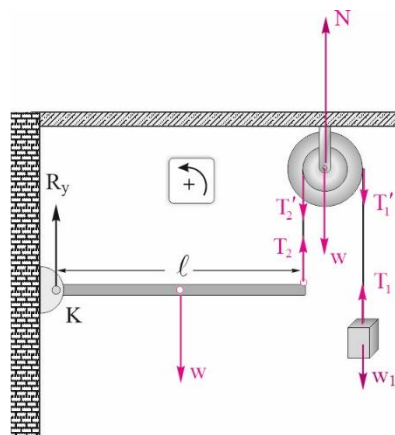
$$\Sigma F = 0 \Rightarrow T_1 - w_1 = 0 \Rightarrow w_1 = 50 \text{ N}$$

γ. Για τη ράβδο

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow R_y + T_2 - w = 0 \Rightarrow R_y = 100 \text{ N}$$

δ. Για την τροχαλία

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N - w - T_1' - T_2' = 0 \Rightarrow N = 350 \text{ N}$$



3.Γ.18

α. Οι δυνάμεις που ασκούνται στη ράβδο είναι όπως στο σχήμα.

$$\beta. \Sigma \tau_{(K)} = 0 \Rightarrow T_y(KA) - w_1(KB) - w(KM) = 0 \Rightarrow$$

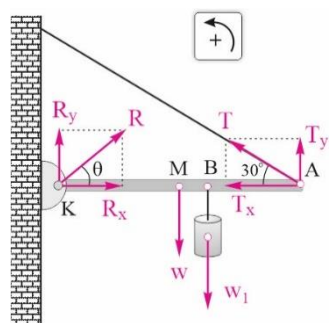
$$w_1 = \frac{T \eta \mu 30^\circ (KA) - w(KM)}{(KB)} \Rightarrow w_1 = 400 \text{ N}$$

$$\gamma. \Sigma F_x = 0 \Rightarrow R_x = T_x = T \sigma \nu 30^\circ \Rightarrow R_x = 500\sqrt{3} \text{ N}$$

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow R_y = w + w_1 - T_y = w + w_1 - T \eta \mu 30^\circ \Rightarrow R_y = 300 \text{ N}$$

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} \Rightarrow R = 100\sqrt{84} \text{ N}, \quad \epsilon \phi \theta = \frac{R_y}{R_x} = \frac{3}{5\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{5}$$

$$\delta. \Sigma \tau_{(K)} = -w_1(KB) - w(KM) \Rightarrow \Sigma \tau_{(K)} = -1000 \text{ Nm}$$



3.Γ.19

α. Οι δυνάμεις που ασκούνται στη ράβδο είναι όπως στο σχήμα.

$$\beta. \Sigma \tau_{(K)} = 0 \Rightarrow T_y(K\Gamma) - w \frac{\ell}{2} - w_1 \ell = 0 \Rightarrow$$

$$T \sin 60^\circ (K\Gamma) = w \frac{\ell}{2} + w_1 \ell \Rightarrow T = 1000 \text{ N}$$

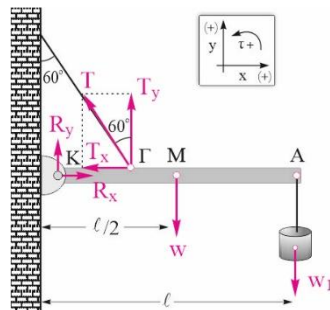
$$\gamma. \Sigma F_x = 0 \Rightarrow R_x - T_x = 0 \Rightarrow R_x = T \eta \mu 60^\circ \Rightarrow R_x = 500\sqrt{3} \text{ N}$$

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow R_y + T_y - w - w_1 = 0 \Rightarrow$$

$$R_y = w + w_1 - T \sin 60^\circ \Rightarrow R_y = -200 \text{ N}$$

Το αρνητικό πρόσημο δηλώνει ότι η R_y έχει φορά προς τα κάτω.

$$\delta. R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} \Rightarrow R = 10\sqrt{79} \text{ N}$$



3.Γ.20

α. Οι δυνάμεις F_1 και F_2 έχουν υποχρεωτικά τις κατευθύνσεις του σχήματος, γιατί αλλιώς ο δίσκος δε θα ισορροπούσε.

β. Οι μοχλοβραχίονες των δυνάμεων ως προς το K είναι

• της F_2 : x

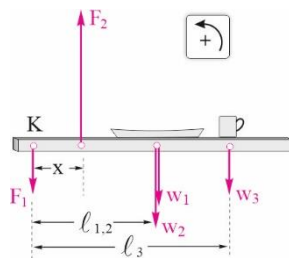
• των w_1 και w_2 : $\ell_{1,2} = \frac{\ell}{2} - 0,04 = 0,17 \text{ m}$

• της w_3 : $\ell_3 = \frac{\ell}{2} - 0,04 + 0,13 = 0,3 \text{ m}$

$$\gamma. \Sigma F_y = 0 \Rightarrow F_2 - F_1 - w_1 - w_2 - w_3 = 0 \Rightarrow F_2 = 32 \text{ N}$$

$$\delta. \Sigma \tau_{(K)} = 0 \Rightarrow F_2 x - w_1 \ell_{1,2} - w_2 \ell_{1,2} - w_3 \ell_3 = 0 \Rightarrow x = 0,06 \text{ m}$$

Άρα η δύναμη των δακτύλων εφαρμόζεται σε απόσταση $x_3 = 10 \text{ cm}$ από το άκρο του δίσκου.

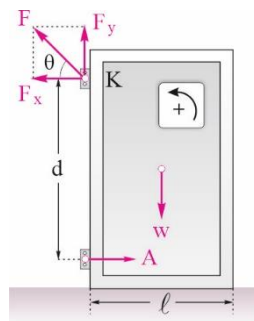


3.Γ.21

α. Επειδή όλο το βάρος συγκρατείται από τον πάνω μεντεσέ, ο κάτω μεντεσές ασκεί στην πόρτα μόνο οριζόντια δύναμη. Επειδή η πόρτα είναι εξαρτημένη από τον πάνω μεντεσέ και η ροπή του w ως προς αυτόν είναι αρνητική, θα πρέπει η ροπή της δύναμης A να είναι θετική, άρα να έχει την κατεύθυνση του σχήματος.

β. Για να εξασφαλίζεται $\Sigma F_x = 0$ θα πρέπει η F_x του πάνω μεντεσέ να έχει αντίθετη κατεύθυνση από την A .

Για να εξασφαλίζεται $\Sigma F_y = 0$ θα πρέπει η F_y του πάνω μεντεσέ να έχει αντίθετη κατεύθυνση από το w .



$$\gamma. \Sigma F_x = 0 \Rightarrow A - F_x = 0 \quad (1)$$

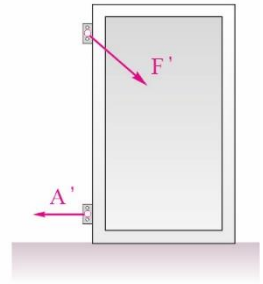
$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow F_y - w = 0 \Rightarrow F_y = 240 \text{ N}$$

$$\Sigma \tau_{(K)} = 0 \Rightarrow A d - w \frac{\ell}{2} = 0 \Rightarrow A = 80 \text{ N}$$

Αντικαθιστώντας στην (1) προκύπτει $F_x = 80 \text{ N}$.

δ. Οι δυνάμεις που ασκεί η πόρτα στους μεντεσέδες είναι οι αντιδράσεις των Α και F, δηλαδή οι Α' και F' αντίστοιχα

$$|A'| = |A| = 80 \text{ N}, |F'| = |F| = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} \Rightarrow |F'| = 253 \text{ N}$$



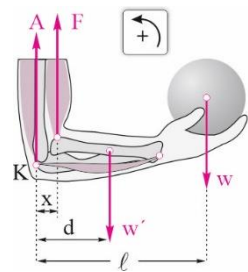
3.Γ.22

$$\alpha. \Sigma \tau_{(K)} = 0 \Rightarrow F x - w' d - w \ell = 0 \Rightarrow$$

$$F = \frac{w' d + w \ell}{x} \Rightarrow F = 340 \text{ N}$$

$$\beta. \Sigma F_y = 0 \Rightarrow A = w' + w - F \Rightarrow A = -280 \text{ N}$$

Το αρνητικό πρόσημο δηλώνει ότι η Α έχει φορά προς τα πάνω.



3.Γ.23

$$\alpha. \Sigma \tau_{(K)} = 0 \Rightarrow F_y x - w_1 d - w \ell = 0 \Rightarrow$$

$$F_y = \frac{w_1 d + w \ell}{x} \Rightarrow F_y = 380 \text{ N}$$

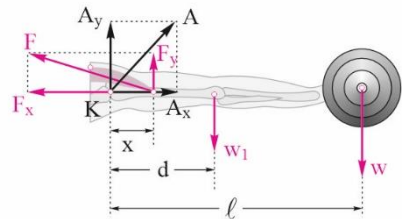
αλλά

$$F_y = F \eta \mu 12^\circ \Rightarrow F = \frac{F_y}{\eta \mu 12^\circ} \Rightarrow F = \frac{380}{0,2} \text{ N} \Rightarrow F = 1900 \text{ N}$$

$$\beta. \Sigma F_y = 0 \Rightarrow F_y + A_y - w_1 - w = 0 \Rightarrow$$

$$A_y = w + w_1 - F_y \Rightarrow A_y = -270 \text{ N}$$

$$\alpha\lambda\lambda\acute{\alpha} |A_y| = A \eta \mu 45^\circ \Rightarrow |A| = \frac{A_y}{\eta \mu 45^\circ} \Rightarrow |A| = 270 \sqrt{2} \text{ N}$$



3.Γ.24

$$\alpha. \Sigma \tau_{(A)} = 0 \Rightarrow T \cdot \frac{L}{2} - w_1 \cdot \eta \mu \phi \cdot \frac{L}{2} - w_2 \cdot \eta \mu \phi \cdot L = 0 \Rightarrow$$

$$T = 48 \text{ N}$$

$$\beta. \Sigma F_x = 0 \Rightarrow F_x - w_1 \cdot \sigma \upsilon \nu \phi - w_2 \cdot \sigma \upsilon \nu \phi = 0 \Rightarrow$$

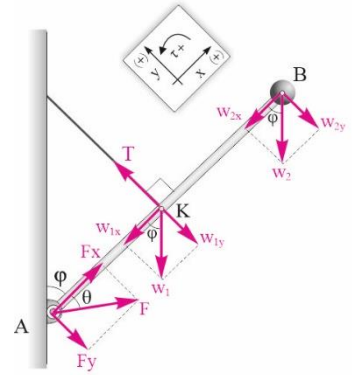
$$F_x = 56 \text{ N}$$

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow T - w_1 \cdot \eta \mu \phi - w_2 \cdot \eta \mu \phi - F_y = 0 \Rightarrow$$

$$F_y = 6 \text{ N}$$

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = \sqrt{3172} \text{ N} \Rightarrow F = 56,3 \text{ N}$$

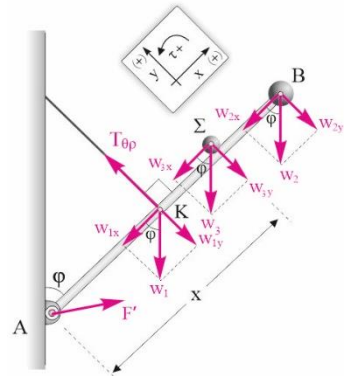
$$\varepsilon \phi \theta = \frac{F_y}{F_x} = \frac{6}{56} = \frac{3}{28}$$



$$\gamma. \Sigma \tau_{(A)} = 0 \Rightarrow T = T_{\theta p} = 60 \text{ N} \Rightarrow$$

$$T_{\theta p} \cdot \frac{L}{2} - w_1 \cdot \eta \mu \phi \cdot \frac{L}{2} - w_2 \cdot \eta \mu \phi \cdot L - w_3 \cdot \eta \mu \phi \cdot x = 0 \Rightarrow$$

$$x = \frac{1}{w_3} \left(\frac{T_{\theta p} \cdot L}{2 \eta \mu \phi} - w_1 \cdot \frac{L}{2} - w_2 \cdot L \right) \Rightarrow x = 1,5 \text{ m}$$

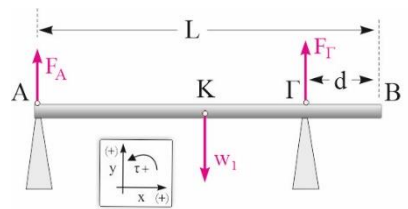


3.Γ.25

$$A. \alpha. \Sigma \tau_{(r)} = 0 \Rightarrow w_1(K\Gamma) - F_A(A\Gamma) = 0 \Rightarrow$$

$$F_A = 20 \text{ N}$$

$$\beta. \Sigma F_y = 0 \Rightarrow F_A + F_{\Gamma} - w_1 = 0 \Rightarrow F_{\Gamma} = 30 \text{ N}$$



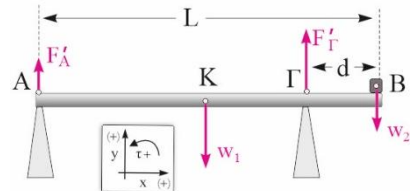
$$B. \alpha. F'_A = F_A / 2 ,$$

$$\Sigma \tau_{(r)} = 0 \Rightarrow w_1(K\Gamma) - F'_A(A\Gamma) - w_2(B\Gamma) = 0 \Rightarrow$$

$$w_2 = 50 \text{ N}$$

$$\beta. \Sigma F_y = 0 \Rightarrow F'_A + F'_{\Gamma} - w_1 - w_2 = 0 \Rightarrow$$

$$F'_{\Gamma} = 90 \text{ N}$$



3.Γ.26

α. Στην τραμπάλα ασκούνται οι εξής δυνάμεις:

- το βάρος της τραμπάλας w .
- η δύναμη που ασκεί ο Γιώργος στο Γ που έχει φορά προς τα κάτω και μέτρο w_1 .
- η δύναμη που ασκεί ο Θανάσης στο Θ που έχει φορά προς τα κάτω και μέτρο w_2 .
- η δύναμη N_K από το στήριγμα K .

Σχήμα (α):

$$\Sigma \tau_{(0)} = w_1 \left(\frac{L}{2} + d \right) + w \cdot d - w_2 \left(\frac{L}{2} - d \right) \Rightarrow$$

$$\Sigma \tau_{(0)} = 320 \text{ Nm} + 52 \text{ Nm} - 360 \text{ Nm} = 12 \text{ Nm} \neq 0$$

αφού $\Sigma \tau \neq 0$, η τραμπάλα δεν ισορροπεί.

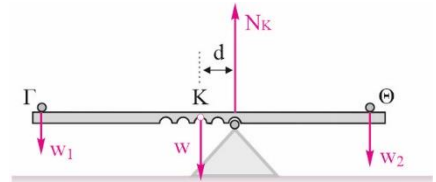
β. Σχήμα (β):

$$\Sigma \tau_{(0)} = 0 \Rightarrow w_1 \left(\frac{L}{2} + d \right) + w \cdot d - (w_2 + w_3) \left(\frac{L}{2} - d \right) = 0 \Rightarrow$$

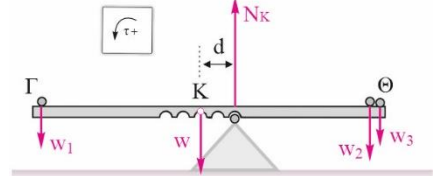
$$w_3 = 10 \text{ N} \Rightarrow m_3 = 1 \text{ kg}$$

γ. Σχήμα (γ):

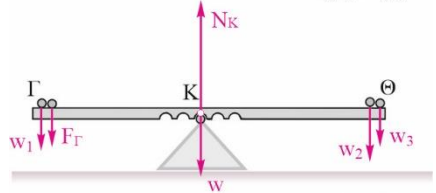
$$\Sigma \tau_{(0)} = 0 \Rightarrow (w_1 + F_\Gamma) \frac{L}{2} - (w_2 + w_3) \frac{L}{2} = 0 \Rightarrow F_\Gamma = 110 \text{ N}$$



σχήμα (α)



σχήμα (β)



σχήμα (γ)

3.Γ.27

α. $\Sigma \tau_{(A)} = 0 \Rightarrow T \cdot L \cdot \eta \mu \phi - w \frac{L}{2} \sigma \upsilon \nu \phi = 0 \Rightarrow T = \frac{w}{2} = 30 \text{ N}$

β. $\Sigma F_x = 0 \Rightarrow T - F_x = 0 \Rightarrow F_x = 30 \text{ N}$

$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow F_y - w = 0 \Rightarrow F_y = 60 \text{ N}$

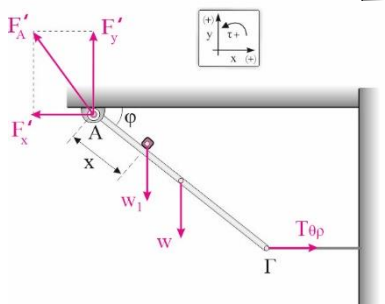
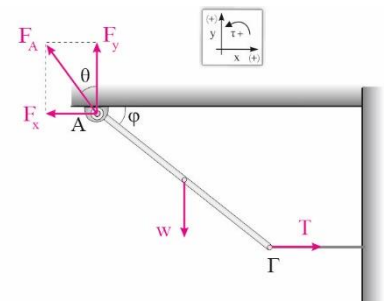
$F_A = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} \Rightarrow F_A = 30\sqrt{5} \text{ N}$

$\epsilon \phi \theta = \frac{F_x}{F_y} = \frac{1}{2}$

γ. $\Sigma \tau_{(A)} = 0 \Rightarrow$

$T_{\theta \rho} \cdot L \cdot \eta \mu \phi - w \frac{L}{2} \sigma \upsilon \nu \phi - w_1 \cdot x \cdot \sigma \upsilon \nu \phi = 0 \Rightarrow$

$x = 1,5 \text{ m}$



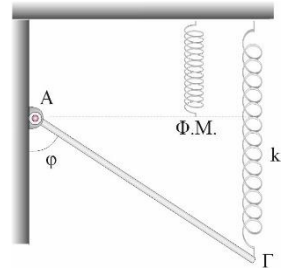
3.Γ.28

α. Αρκεί να βρούμε τη δύναμη που ασκεί το ελατήριο στη ράβδο

$$\Sigma \tau_{(A)} = 0 \Rightarrow F_{ελ} \ell \cdot \eta \mu \varphi - Mg \frac{\ell}{2} \cdot \eta \mu \varphi = 0 \Rightarrow$$

$$F_{ελ} = \frac{Mg}{2} = 20N$$

Η δύναμη που ασκεί η ράβδος στο ελατήριο έχει μέτρο 20N και φορά προς τα κάτω.



β. $\Sigma F_y = 0 \Rightarrow F_A + F_{ελ} - Mg = 0 \Rightarrow F_A = 20N$

γ. $F_{ελ} = k \cdot \Delta \ell \Rightarrow \Delta \ell = \frac{F_{ελ}}{k} \Rightarrow \Delta \ell = 0,2m$, $\sigma \upsilon \nu \varphi = \frac{\Delta \ell}{\ell} = \frac{1}{2} \Rightarrow \varphi = 60^\circ$

3.Γ.29

α. Ο μοχλοβραχίονας της T_x είναι η απόσταση $L \sigma \upsilon \nu \varphi_2$.

Ο μοχλοβραχίονας της T_y είναι η απόσταση $L \eta \mu \varphi_2$.

β. Το Σ_1 ισορροπεί, άρα $T_1 = w$.

Η δοκός ισορροπεί, άρα

$$T_y \cdot L \eta \mu \varphi_2 - w L \eta \mu \varphi_2 - T_x \cdot L \sigma \upsilon \nu \varphi_2 = 0, (1)$$

$$T_x = T \eta \mu \varphi_1 = \frac{T}{2}, T_y = T \sigma \upsilon \nu \varphi_1 = \frac{T \sqrt{3}}{2}$$

$$\frac{T \sqrt{3}}{2} L \eta \mu \varphi_2 - \frac{T}{2} L \sigma \upsilon \nu \varphi_2 - w L \eta \mu \varphi_2 = 0 \Rightarrow T = 20 \sqrt{3} N$$

γ. $\Sigma F_x = 0 \Rightarrow F_x - T_x = 0 \Rightarrow F_x = \frac{T}{2}, (2)$

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow F_y + T_y - w = 0 \Rightarrow F_y + \frac{T \sqrt{3}}{2} = w, (3)$$

Αντικαθιστώντας την T στις σχέσεις (2), (3) παίρνουμε

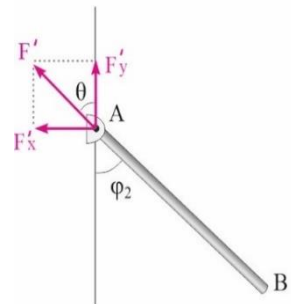
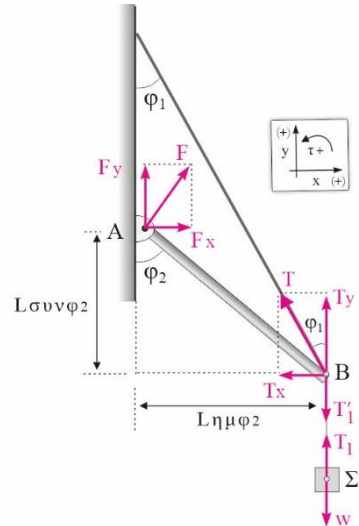
$$F_x = 10 \sqrt{3} N, F_y = -10 N$$

Το αρνητικό πρόσημο δηλώνει ότι η F_y έχει φορά αντίθετη από αυτήν που σχεδιάστηκε στο σχήμα.

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} \Rightarrow F = 20 N$$

δ. Η ζητούμενη δύναμη είναι η αντίδραση της F

$$F' = 20 N, \epsilon \varphi \theta = \frac{F'_x}{F'_y} = \sqrt{3} \Rightarrow \theta = 60^\circ$$



3.Γ.30

α. Η σκάλα ισορροπεί, επομένως

$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow F - T = 0 \Rightarrow F = T, (1)$$

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N - w = 0 \Rightarrow N = w = 50\text{N}, (2)$$

$$\Sigma \tau_{(B)} = 0 \Rightarrow w \frac{s}{2} - F \cdot h = 0 \Rightarrow F = \frac{150}{8}\text{N} = 18,75\text{N}$$

β. Από την (1) παίρνουμε $T = 18,75\text{N}$.

γ. Το δάπεδο ασκεί στη σκάλα τη συνισταμένη των T και N

$$F_{\delta\alpha\pi} = \sqrt{T^2 + N^2} = \sqrt{\left(\frac{150}{8}\right)^2 + (50)^2} \Rightarrow$$

$$F_{\delta\alpha\pi} = 12,5\sqrt{18,25}\text{N} \Rightarrow F_{\delta\alpha\pi} = 53,4\text{N}$$

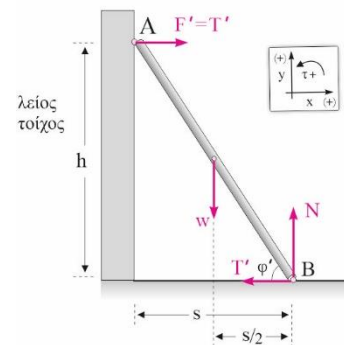
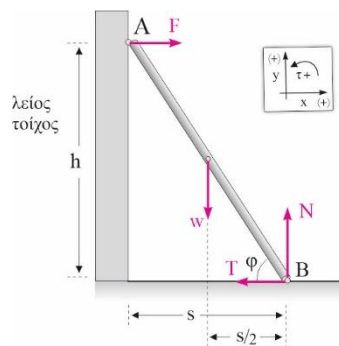
δ. Στην οριακή κατάσταση

$$T' = T_{\text{op}} \Rightarrow T' = \mu N = 0,5 \cdot 50\text{N} \Rightarrow T' = 25\text{N}$$

$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow F' - T' = 0 \Rightarrow F' = T' = 25\text{N}$$

$$\Sigma \tau_{(B)} = 0 \Rightarrow w \frac{L}{2} \sin \varphi' - F' L \cdot \eta \mu \varphi' = 0 \Rightarrow$$

$$\sin \varphi' = \eta \mu \varphi' \Rightarrow \varphi' = 45^\circ$$



3.Γ.31

α. Αν το επίπεδο ήταν λείο και υπολογίζαμε το $\Sigma \tau$ ως προς το K , μόνο η T_v θα προκαλούσε ροπή με αποτέλεσμα το σώμα να μην ισορροπούσε στροφικά. Εφόσον από την εκφώνηση γνωρίζουμε ότι η σφαίρα ισορροπεί θα πρέπει να υπάρχει και μια δεύτερη δύναμη η οποία να εξουδετερώνει τη ροπή της T_v . Αυτή είναι η $T_{\sigma\tau}$ η οποία έχει τη φορά του σχήματος.

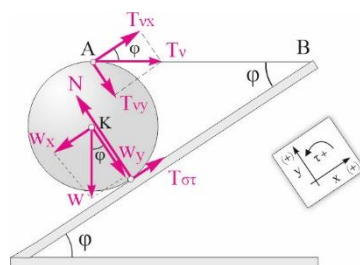
$$\beta. \Sigma F_x = 0 \Rightarrow T_v \cdot \sin \varphi + T_{\sigma\tau} - w \cdot \eta \mu \varphi = 0, (1)$$

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N - w \cdot \cos \varphi - T_v \cdot \eta \mu \varphi = 0, (2)$$

$$\Sigma \tau_{(K)} = 0 \Rightarrow -T_v \cdot R + T_{\sigma\tau} \cdot R = 0 \Rightarrow T_{\sigma\tau} = T_v, (3)$$

Από τις (1), (2), (3) παίρνουμε

$$T_v \cdot \sin 60^\circ + T_v = w \cdot \eta \mu 60^\circ \Rightarrow T_v = 20\text{N}$$



$$\gamma. F_{\delta\alpha\pi} = \sqrt{T_{\sigma\tau}^2 + N^2}, \quad (4)$$

$$N = w \cdot \sigma \sin 60^\circ + T_v \cdot \eta \mu 60^\circ = 20\sqrt{3} \text{ N}$$

$$F_{\delta\alpha\pi} = \sqrt{20^2 + (20\sqrt{3})^2} \Rightarrow F_{\delta\alpha\pi} = 40 \text{ N}$$

$$\delta. T_{\sigma\tau} \leq T_{op} \Rightarrow T_{\sigma\tau} \leq \mu N \Rightarrow \mu \geq \frac{20}{20\sqrt{3}} \Rightarrow \mu_{\min} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

3.Γ.32

Η τροχαλία ισορροπεί

$$\Sigma \tau_{(K)} = 0 \Rightarrow T_2' \cdot R_1 - F_{\epsilon\lambda} \cdot 3R_1 - T_1' \cdot 3R_1 = 0, \quad (1)$$

Τα σώματα Σ_1, Σ_2 ισορροπούν

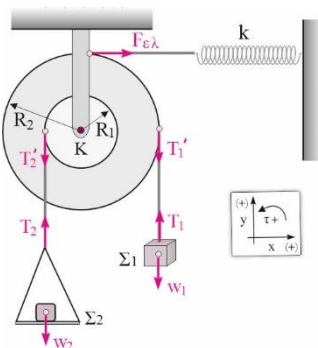
$$\Sigma_1 : \Sigma F_y = 0 \Rightarrow T_1 - m_1 g = 0, \quad (2)$$

$$\Sigma_2 : \Sigma F_y = 0 \Rightarrow T_2 - m_2 g = 0, \quad (3)$$

$$\xrightarrow{(1),(2),(3)} m_2 = \frac{3F_{\epsilon\lambda} + 3m_1 g}{g}, \quad (4)$$

Το ελατήριο είναι στο φυσικό του μήκος άρα $F_{\epsilon\lambda} = 0 \text{ N}$.

Η σχέση (4) δίνει $m_2 = 3m_1 = 3 \text{ kg}$.



$$\beta. F_{\epsilon\lambda} = k \cdot \Delta \ell = 20 \text{ N} \xrightarrow{(4)} m_2 + m_3 = 9 \text{ kg} \Rightarrow m_3 = 6 \text{ kg}$$

γ. Το Σ_2 θα κατέβει κατά $\Delta y_1 = R_1 \cdot \Delta \theta$ και το Σ_1 θα ανέβει κατά $\Delta y_2 = 3R_1 \cdot \Delta \theta$

Όμως $\Delta \theta = \frac{\Delta \ell}{3R_1}$, άρα

$$\Delta y_1 = \frac{R_1 \cdot \Delta \ell}{3R_1} = \frac{\Delta \ell}{3}, \quad \Delta y_2 = \Delta \ell, \quad \Delta y = \Delta y_1 + \Delta y_2 = \frac{4}{3} \Delta \ell = \frac{80}{3} \text{ cm}$$

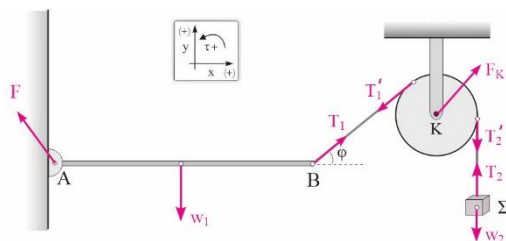
3.Γ.33

α. Για το σώμα Σ

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow T_2 - w_2 = 0 \Rightarrow T_2 = m_2 g = 10 \text{ N}$$

Για την τροχαλία

$$\Sigma \tau_{(K)} = 0 \Rightarrow T_1' \cdot R - T_2' \cdot R = 0 \Rightarrow T_1' = T_2' = 10 \text{ N}$$



Λύσεις κεφαλαίου 3

β. Για τη ράβδο

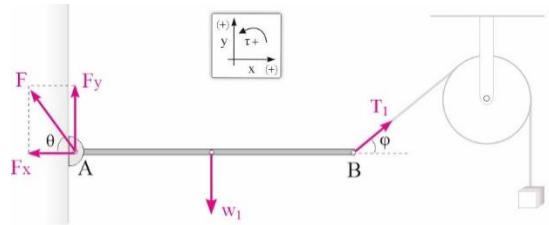
$$\Sigma \tau_{(A)} = 0 \Rightarrow T_1 \cdot \eta \mu \varphi \cdot L - w_1 \cdot \frac{L}{2} = 0 \Rightarrow$$

$$w_1 = 2T_1 \cdot \eta \mu \varphi = 12 \text{ N}$$

$$\gamma. \Sigma F_x = 0 \Rightarrow T_1 \cdot \sigma \upsilon \nu \varphi - F_x = 0 \Rightarrow F_x = 8 \text{ N}$$

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow F_y + T_1 \cdot \eta \mu \varphi - w_1 = 0 \Rightarrow F_y = 6 \text{ N}$$

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = 10 \text{ N}, \varepsilon \varphi \theta = \frac{F_y}{F_x} = \frac{3}{4}$$

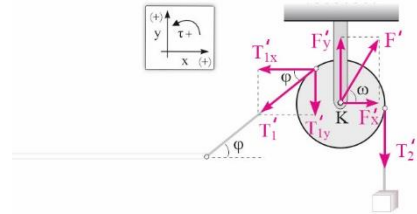


δ. Για την τροχαλία

$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow F'_x - T'_{1x} = 0 \Rightarrow F'_x = T'_1 \cdot \sigma \upsilon \nu \varphi = 8 \text{ N}$$

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow F'_y - T'_{1y} - T'_2 = 0 \Rightarrow F'_y = T'_1 \cdot \eta \mu \varphi + T'_2 = 16 \text{ N}$$

$$F' = \sqrt{F'^2_x + F'^2_y} = 8\sqrt{5} \text{ N}, \varepsilon \varphi \omega = \frac{F'_y}{F'_x} = 2$$



3.Γ.34

$$\alpha. \Sigma \tau_{(K)} = 0 \Rightarrow T_{\sigma\tau} \cdot R - T_v \cdot R = 0 \Rightarrow T_{\sigma\tau} = T_v$$

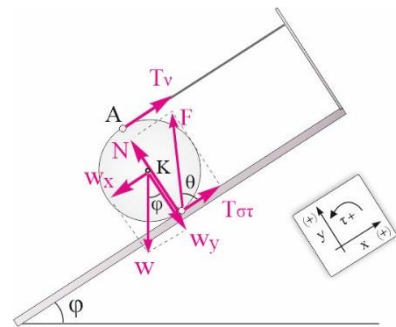
$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow T_{\sigma\tau} + T_v - w \cdot \eta \mu \varphi = 0 \Rightarrow$$

$$T_v = \frac{w \cdot \eta \mu \varphi}{2} = 5 \text{ N}$$

β. Το επίπεδο ασκεί στον κύλινδρο τη συνισταμένη δύναμη των $T_{\sigma\tau}$ και N .

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N - w \cdot \sigma \upsilon \nu \varphi = 0 \Rightarrow N = 10\sqrt{3} \text{ N}$$

$$F = \sqrt{T_{\sigma\tau}^2 + N^2} \Rightarrow F = 5\sqrt{13} \text{ N}, \varepsilon \varphi \theta = \frac{N}{T_{\sigma\tau}} = 2\sqrt{3}$$



γ. Για να μην ολισθαίνει πρέπει

$$T_{\sigma\tau} \leq T_{op} \Rightarrow T_{\sigma\tau} \leq \mu N \Rightarrow \mu \geq \frac{T_{\sigma\tau}}{N} \Rightarrow \mu \geq \frac{\sqrt{3}}{6} \Rightarrow \mu_{\min} = \frac{\sqrt{3}}{6}$$

3.Γ.35

α. Ο τοίχος είναι λείος, άρα οι δυνάμεις που ασκούνται στη ράβδο είναι κάθετες στην επιφάνεια επαφής.

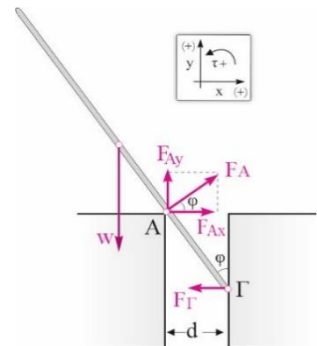
$$\Sigma \tau_{(Γ)} = 0 \Rightarrow w \cdot \frac{L}{2} \cdot \eta \mu \varphi - F_A \cdot \frac{d}{\eta \mu \varphi} = 0 \Rightarrow$$

$$w \cdot 0,4 \cdot \eta \mu^2 \varphi = F_A \cdot 0,05 \Rightarrow F_A = 40 \cdot \eta \mu^2 \varphi, (1)$$

$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow F_A \cdot \sigma \upsilon \nu \varphi - F_{\Gamma} = 0 \Rightarrow F_{\Gamma} = F_A \cdot \sigma \upsilon \nu \varphi, (2)$$

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow F_A \cdot \eta \mu \varphi - w = 0 \Rightarrow F_A = \frac{w}{\eta \mu \varphi}, (3)$$

$$\xrightarrow{(1),(3)} 40 \cdot \eta \mu^2 \varphi = \frac{5}{\eta \mu \varphi} \Rightarrow \eta \mu^3 \varphi = \frac{1}{8} \Rightarrow \varphi = 30^\circ$$



β. Από τη σχέση (1) παίρνουμε $F_A = 10\text{ N}$.

γ. Από τη σχέση (2) παίρνουμε $F_T = 5\sqrt{3}\text{ N}$.

3.Γ.36

α. Επιλέγουμε το ορθογώνιο σύστημα αξόνων που μας επιτρέπει να εμφανίσουμε την $T_{στ}$ που ανήκει στα ζητούμενα. Ο τοίχος είναι λείος επομένως η F_T είναι κάθετη στην επιφάνεια επαφής.

$$\Sigma \tau_{(B)} = 0 \Rightarrow F_T \cdot (B\Gamma) - w \cdot \frac{L}{2} \cdot \sigma \nu \nu \varphi = 0 \Rightarrow F_T = 60\text{ N}$$

$$\beta. F_{Ty} = F_T \cdot \sigma \nu \nu \varphi = 48\text{ N}$$

$$F_{Tx} = F_T \cdot \eta \mu \varphi = 36\text{ N}$$

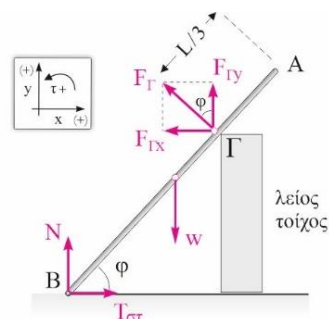
$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow T_{στ} - F_{Tx} = 0 \Rightarrow T_{στ} = 36\text{ N}$$

γ. Για να ισορροπεί η σκάλα, θα πρέπει $T_{στ} \leq T_{op}$

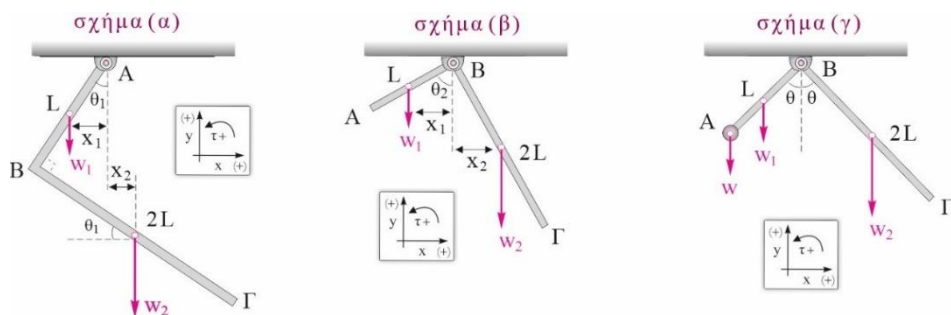
$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow F_{Ty} + N - w = 0 \Rightarrow N = 52\text{ N}$$

$$T_{op} = \mu N = 0,8 \cdot 52\text{ N} \Rightarrow T_{op} = 41,6\text{ N}$$

Επειδή $T_{στ} < T_{op}$ η σκάλα ισορροπεί.



3.Γ.37



Σχήμα (α):

$$\Sigma \tau_{(A)} = 0 \Rightarrow w_1 \cdot x_1 - w_2 \cdot x_2 = 0 \Rightarrow w_1 \cdot \frac{L}{2} \eta \mu \theta_1 = w_2 \cdot (L \cdot \sigma \nu \nu \theta_1 - L \cdot \eta \mu \theta_1) \Rightarrow$$

$$\eta \mu \theta_1 = 4 \sigma \nu \nu \theta_1 - 4 \eta \mu \theta_1 \Rightarrow \epsilon \varphi \theta_1 = 0,8$$

Σχήμα (β):

$$\Sigma \tau_{(B)} = 0 \Rightarrow w_1 \cdot x_1 - w_2 \cdot x_2 = 0 \Rightarrow w_1 \cdot \frac{L}{2} \eta \mu \theta_2 = w_2 \cdot L \cdot \eta \mu \left(\frac{\pi}{2} - \theta_2 \right) \Rightarrow \epsilon \varphi \theta_2 = 4$$

Σχήμα (γ):

$$\Sigma \tau_{(B)} = 0 \Rightarrow w \cdot L \cdot \eta \mu \theta + w_1 \cdot \frac{L}{2} \eta \mu \theta - w_2 \cdot L \cdot \eta \mu \theta = 0 \Rightarrow w + \frac{w_1}{2} = w_2 \Rightarrow w = 3 \frac{w_1}{2} = 3\text{ N}$$