

Θέματα Γ

10.Γ.1

α. Από τη σύγκριση της δοθείσας εξίσωσης με τη γενική εξίσωση του κύματος προκύπτουν:

$$\lambda = 0,5\text{m}, f = 680\text{Hz}$$

$$\beta. v = \lambda f = 340\text{m/s}$$

$$\gamma. v_{\max} = 2\pi f A = 0,408\pi \text{ m/s}$$

$$\delta. t = x/v = 3\text{s}$$

10.Γ.2

$$T/4 = 0,0625\text{s} \quad \text{ή} \quad T = 0,25\text{s}$$

$$\lambda/4 = 0,125\text{m} \quad \text{ή} \quad \lambda = 0,5\text{m}$$

$$v = \lambda/T \quad \text{ή} \quad v = 2\text{m/s}$$

$$\alpha. \varphi = \frac{2\pi}{T}t = 8\pi t$$

$$\beta. \varphi_M = 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) = 2\pi\left(\frac{t}{0,25} - \frac{x}{0,5}\right) \Rightarrow \varphi_M = 2\pi(4t - 2x) \quad (\text{S.I.})$$

$$\gamma. \varphi = 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) = 2\pi\left(\frac{2}{0,25} - \frac{x}{0,5}\right) \Rightarrow \varphi = 2\pi(8 - 2x) \quad (\text{S.I.})$$

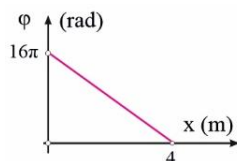
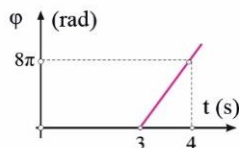
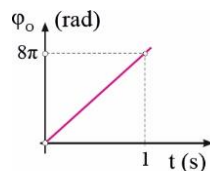
δ. Βρίσκουμε πρώτα τη θέση του υλικού σημείου N

$$\varphi_O - \varphi_N = 2\pi \frac{(x_N - x_O)}{\lambda} \Rightarrow \pi = 2\pi \frac{x_N}{\lambda} \Rightarrow x_N = \frac{\lambda}{2} \Rightarrow x_N = 0,25\text{m}$$

Άρα το κύμα φθάνει στο συγκεκριμένο σημείο τη χρονική στιγμή

$$t_1 = \frac{x_N}{v} = \frac{0,25}{2} \text{s} = 0,125\text{s}$$

Επομένως οι χρονικές εξισώσεις της ταχύτητας και της επιτάχυνσης του σημείου θα είναι



$$v = \omega A \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x_N}{\lambda} \right) \Rightarrow v = 0,8\pi \sin 2\pi(4t - 0,5) \text{ (S.I.)}, t \geq 0,125s$$

$$\alpha = -\omega^2 A \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x_N}{\lambda} \right) \Rightarrow \alpha = -6,4\pi^2 \sin 2\pi(4t - 0,5) \text{ (S.I.)}, t \geq 0,125s$$

10.Γ.3

$$\alpha. \omega = 2\pi f \Rightarrow f = 5\text{Hz}$$

$$v = \lambda f \quad \text{ή} \quad \lambda = 0,5\text{m/s}/5\text{Hz} = 0,1\text{m}$$

$$y = 2 \cdot 10^{-2} \eta \mu 2\pi \left(5t - \frac{x}{0,1} \right) \text{ (S.I.)}$$

$$\beta. t_1 = x_M / v = 0,1s$$

$$\gamma. y_M = 2 \cdot 10^{-2} \eta \mu 2\pi(5t - 0,5) \text{ (S.I.)}$$

$$v_M = 2 \cdot 10^{-1} \pi \sin 2\pi(5t - 0,5) \text{ (S.I.)}$$

$$\alpha_M = -2\pi^2 \eta \mu 2\pi(5t - 0,5) \text{ (S.I.)}$$

$$\delta. y = A \eta \mu 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) = 2 \cdot 10^{-2} \eta \mu 2\pi \left(5t - \frac{x}{0,1} \right) = 2 \cdot 10^{-2} \eta \mu 2\pi \left(5 \cdot 0,8 - \frac{0,05}{0,1} \right) = 0\text{m}$$

$$v_M = 2 \cdot 10^{-1} \pi \sin 2\pi \left(5t - \frac{x}{0,1} \right) = 2 \cdot 10^{-1} \pi \sin 7\pi \Rightarrow v_M = -v_{\max} = -0,2\pi \text{m/s}$$

10.Γ.4

$$\alpha. v = \frac{x_M}{t} = \frac{3}{0,6} \text{m/s} \Rightarrow v = 5\text{m/s}$$

$$\text{Όταν το σημείο } x=0\text{m} \text{ βρίσκεται για } 2^{\text{η}} \text{ φορά στη θέση } y=+A \text{ έχει φάση } \varphi_0 = \frac{\pi}{2} + 2\pi = \frac{5\pi}{2} \text{rad,}$$

άρα

$$\varphi_0 = \omega t \Rightarrow \frac{5\pi}{2} = \frac{2\pi}{T} 0,6 \Rightarrow T = 0,48s$$

$$\lambda = vT = 5 \cdot 0,48\text{m} \Rightarrow \lambda = 2,4\text{m}$$

$$\beta. y = A \eta \mu 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) \quad (1)$$

το πλάτος ταλάντωσης δίνεται από τη σχέση

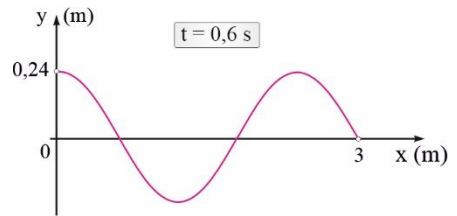
$$v_{\max} = \omega A \Rightarrow \pi = \frac{2\pi}{T} A \Rightarrow A = 0,24\text{m}$$

Αντικαθιστώντας $t=0,6s$ στη σχέση (1) έχουμε

$$y = 0,24\eta\mu 2\pi\left(1,25 - \frac{x}{2,4}\right) \text{ (S.I.)}$$

Είναι $x=ut=3m=5\lambda/4$ και

$$y_0 = 0,24\eta\mu 2\pi\left(1,25 - \frac{x_0}{2,4}\right) = 0,24m$$

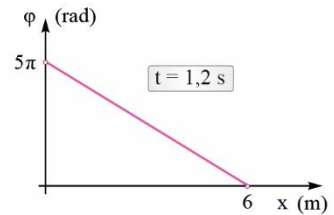


Το στιγμιότυπο δείχνεται στο διπλανό σχήμα.

γ. Αντικαθιστώντας $t=1,2s$ στον τύπο της φάσης παίρνουμε

$$\varphi = 2\pi\left(\frac{1,2}{0,48} - \frac{x}{2,4}\right) \text{ (S.I.)} \Rightarrow \varphi = 2\pi\left(2,5 - \frac{x}{2,4}\right) \text{ (S.I.)}$$

Το διάγραμμα φάσης - απόστασης δείχνεται στο διπλανό σχήμα.



δ. Για το σημείο αυτό από την ΑΔΕΤ προκύπτει ότι

$$E = K + U \Rightarrow E = 2U \Rightarrow \frac{1}{2}DA^2 = 2\frac{1}{2}Dy^2 \Rightarrow y = \pm \frac{A\sqrt{2}}{2} \Rightarrow y = \pm 0,12\sqrt{2}m$$

Από το αντίστοιχο στιγμιότυπο παρατηρούμε ότι το πιο απομακρυσμένο σημείο από το Ο, για το οποίο $y = \pm \frac{A\sqrt{2}}{2}$, θα πρέπει να βρίσκεται στο διάστημα από 2,4m έως 3m. Η αντίστοιχη απομάκρυνσή του είναι θετική και η ταχύτητα επίσης θετική, δηλαδή η λύση που αναζητούμε θα βρίσκεται στο 1^ο τεταρτημόριο του κύκλου αναφοράς. Έχουμε

$$y = 0,12\sqrt{2} = 0,24\eta\mu 2\pi\left(\frac{0,6}{0,48} - \frac{x}{2,4}\right) \Rightarrow \eta\mu 2\pi\left(\frac{0,6}{0,48} - \frac{x}{2,4}\right) = \eta\mu \frac{\pi}{4} \Rightarrow \eta\mu\left(2,5\pi - \frac{\pi x}{1,2}\right) = \eta\mu \frac{\pi}{4} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} 2,5\pi - \frac{\pi x}{1,2} = 2k\pi + \frac{\pi}{4} & (1) \\ 2,5\pi - \frac{\pi x}{1,2} = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{4} & (2) \end{cases}$$

Αφού η λύση που αναζητούμε βρίσκεται στο 1^ο τεταρτημόριο, συνεχίζουμε με την 1^η σειρά λύ-

$$(1) \Rightarrow \frac{\pi x}{1,2} = 2,5\pi - 2k\pi - \frac{\pi}{4} \Rightarrow x = 2,7 - 2,4k \text{ (S.I.)}$$

σεων $2,4m < x < 3m \Rightarrow 2,4 < 2,7 - 2,4k < 3 \Rightarrow -0,3 < -2,4k < 0,3 \Rightarrow 0,125 > k > -0,125 \Rightarrow k = 0$

$$(1), k = 0: \frac{\pi x}{1,2} = 2,5\pi - \frac{\pi}{4} \Rightarrow \frac{\pi x}{1,2} = \frac{9\pi}{4} \Rightarrow x = 2,7m$$

10.Γ.5

α. Για το Α: $\alpha_A = \alpha_{\max} = \omega^2 A \Rightarrow 2\pi = \omega^2 A$ (1)

Για το Β: $v_B = v_{\max} = \omega A \Rightarrow 0,2 = \omega A$ (2)

Διαιρώντας τις (1), (2) κατά μέλη έχουμε

$$\frac{2\pi}{0,2} = \omega \Rightarrow 10\pi = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = 0,2\text{s}$$

Με αντικατάσταση στη σχέση (2) παίρνουμε

$$0,2 = \frac{2\pi}{T} A \Rightarrow A = \frac{0,02}{\pi} \text{ m}$$

β. $\Delta t = \frac{T}{2} = 0,1\text{s}$

γ. $x_A = \frac{\lambda}{4} \Rightarrow \lambda = 2\text{m}$, $v = \frac{\lambda}{T} = 10\text{m/s}$

δ. $y = A\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) \Rightarrow y = \frac{0,02}{\pi}\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{0,2} - \frac{x}{2}\right)$ (S.I.)

10.Γ.6

α. $\omega = 8\pi \text{ rad/s}$ ή $\frac{2\pi}{T} = 8\pi$ ή $T = 0,25\text{s}$

β. $\lambda = vT = 20 \cdot 0,25\text{m}$ ή $\lambda = 5\text{m}$

γ. $y = A\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) = 0,05\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{0,25} - \frac{x}{5}\right)$ (S.I.)

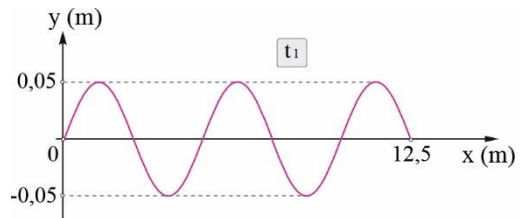
δ. $v_{\max} = \omega A = 8\pi \cdot 0,05\text{m/s}$ ή $v_{\max} = 0,4\pi \text{ m/s}$

ε. Το κύμα τη χρονική στιγμή $t_1 = 0,625\text{s}$ που αντιστοιχεί σε $t_1 = 2,5T$, έχει προχωρήσει κατά 2,5 μήκη κύματος ($x = 2,5\lambda = 12,5\text{m}$). Η εξίσωση $y = f(x)$ είναι

$$y = 0,05\eta\mu 2\pi\left(\frac{0,625}{0,25} - \frac{x}{5}\right) \Rightarrow$$

$$y = 0,05\eta\mu 2\pi\left(2,5 - \frac{x}{5}\right)$$
 (S.I.)

και το στιγμιότυπο δείχνεται στο διπλανό σχήμα.



10.Γ.7

$$\alpha. \quad \varphi_1 - \varphi_2 = \frac{2\pi(x_2 - x_1)}{\lambda} = \frac{2\pi \text{rad} \cdot (70\text{cm} - 20\text{cm})}{40\text{cm}} \Rightarrow \varphi_1 - \varphi_2 = 2,5\pi \text{rad}$$

$$\beta. \quad \varphi = 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{40}\right), (1)$$

Με αντικατάσταση στην (1) $x=20\text{cm}$, $\varphi=3\pi \text{ rad}$ βρίσκουμε τη χρονική στιγμή t_1

$$3\pi = 2\pi\left(\frac{t_1}{T} - \frac{20}{40}\right) \quad \text{ή} \quad t_1 = 2T$$

Αντικαθιστούμε στην (1) $t=t_1$, $x=70\text{cm}$

$$\varphi_{M_2} = 2\pi\left(\frac{2T}{T} - \frac{70}{40}\right) \text{rad} \Rightarrow \varphi_{M_2} = \frac{\pi}{2} \text{rad}$$

Αντικαθιστούμε στην (1) $\varphi=0\text{rad}$, $t=2T$ βρίσκουμε το x μέχρι το οποίο έχει φτάσει η διαταραχή.

Προκύπτει $x=80\text{cm}$. Άρα το κύμα δεν έχει φτάσει μέχρι το M_3 .

$$\gamma. \quad \Delta t = T/2 = 0,5\text{s} \quad \text{ή} \quad T = 1\text{s}, \quad v = \lambda f = 40\text{cm/s}$$

$$t = \frac{\Delta x}{v} = \frac{85\text{cm} - 20\text{cm}}{40\text{cm/s}} \quad \text{ή} \quad t = 1,625\text{s}.$$

δ. Το σημείο M_1 ξεκινάει να ταλαντώνεται τη στιγμή

$$t = \frac{x_{M1}}{v} \Rightarrow t = \frac{0,2}{0,4} \text{s} = 0,5\text{s}$$

Άρα στο ζητούμενο χρονικό διάστημα θα έχει κάνει

$$N = \frac{\Delta t}{T} = \frac{(1,5 - 0,5)\text{s}}{1\text{s}} = 1 \text{ ταλάντωση}$$

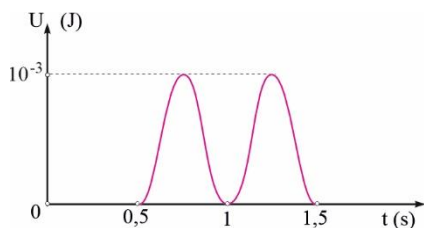
Η χρονική εξίσωση της δυναμικής ενέργειας ταλάντωσης είναι

$$U = \frac{1}{2} D y^2 \Rightarrow U = \frac{1}{2} D A^2 \eta \mu^2 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) \Rightarrow$$

$$U = E \eta \mu^2 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) \Rightarrow$$

$$U = 10^{-3} \eta \mu^2 2\pi (t - 0,5) \text{ (S.I.)}, \quad t \geq 0,5\text{s}$$

Άρα η γραφική παράσταση είναι όπως στο διπλανό σχήμα.



10.Γ.8

α. Από το σχήμα προκύπτει $\lambda/4 + \lambda = 1,5\text{m}$ ή $\lambda = 1,2\text{m}$.

$$\beta. \varphi = 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right), (1)$$

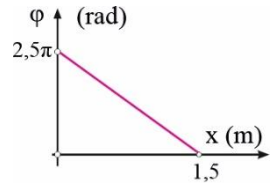
Τη στιγμή t_1 το κύμα έχει φτάσει σε απόσταση $x=1,5\text{m}$.

Με αντικατάσταση στην (1) $\varphi=0\text{rad}$, $x=1,5\text{m}$ παίρνουμε $t_1=5T/4$, (2)

Όμως $v=\lambda/T$ ή $T=\lambda/v=0,4\text{s}$ οπότε η (2) δίνει $t_1=0,5\text{s}$.

$$\varphi = 2\pi \left(\frac{0,5}{0,4} - \frac{x}{1,2} \right) \Rightarrow \varphi = 2\pi \left(1,25 - \frac{x}{1,2} \right) \text{ (S.I.)}$$

Άρα η γραφική παράσταση είναι όπως στο διπλανό σχήμα.



δ. Το άλλο κύμα θα έχει $f'=2f$ ή $T'=0,2\text{s}$ και $\lambda'=v/f'$ ή $\lambda'=\lambda/2=0,6\text{m}$.

$$y = 0,1\eta\mu 2\pi \left(\frac{t}{0,2} + \frac{x}{0,6} \right) \text{ (y σε cm, x σε m)}$$

10.Γ.9

α. Από το διάγραμμα έχουμε

$$\frac{5\lambda}{4} = 50\text{cm} \Rightarrow \lambda = 40\text{cm}$$

$$\omega = \frac{\pi}{2} \text{ rad/s} \Rightarrow \frac{2\pi}{T} = \frac{\pi}{2} \Rightarrow T = 4\text{s}$$

$$\beta. v = \frac{\lambda}{T} = \frac{0,4\text{m}}{4\text{s}} \Rightarrow v = 0,1\text{m/s}$$

$$\gamma. y = A\eta\mu 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) \Rightarrow y = 0,05\eta\mu 2\pi \left(\frac{t}{4} - \frac{x}{0,4} \right) \text{ (S.I.)}$$

$$\delta. \Delta E = \frac{1}{2} D A^2 = \frac{1}{2} \Delta m \omega^2 A^2 \Rightarrow \Delta E = 2,5 \cdot 10^{-5} \text{ J}$$

10.Γ.10

$$\alpha. \omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = \frac{1}{25} \text{ s}$$

$$v = \lambda f \Rightarrow \lambda = 0,08\text{m}$$

$$y = A\eta\mu 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) = 0,05\eta\mu 2\pi \left(25t - \frac{x}{0,08} \right) \Rightarrow$$

$$y = 0,05\eta\mu (50\pi t - 25\pi x), \text{ (S.I.)}$$

$$\beta. \quad v = \omega A \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right), \quad (1)$$

Την $t_1=0,1\text{s}$ το κύμα δεν έχει φτάσει στο σημείο $0,4\text{m}$ άρα $v_1=0\text{m/s}$, αφού $x_1=vt_1=0,2\text{m}$.

Αντικαθιστώντας στην (1) όπου $x=0,4\text{m}$, $t_2=0,3\text{s}$ παίρνουμε

$$v_2 = 2,5\pi \sin(15\pi - 10\pi) \Rightarrow v_2 = -2,5\pi \text{ m/s}$$

$$\gamma. \quad \varphi_B - \varphi_\Gamma = \frac{2\pi d}{T} \frac{d}{v} = 3\pi \text{ rad}$$

Τα σημεία είναι σε αντίθεση φάσης. Άρα $y_B = -A = -0,05\text{m}$.

δ. Όταν η φάση ταλάντωσης του Ο είναι $\frac{13\pi}{2} \text{ rad}$, τότε η απομάκρυνση του σημείου Ο από τη θέση ισορροπίας του είναι

$$y = 0,05 \sin 50\pi t \text{ (S.I.)} \Rightarrow y = 0,05 \sin \frac{13\pi}{2} = 0,05\text{m}$$

Από την παραπάνω σχέση προκύπτει ότι η χρονική στιγμή είναι ίση με

$$50\pi t = \frac{13\pi}{2} \Rightarrow t = 0,13\text{s}$$

Το πιο απομακρυσμένο σημείο που έχει φθάσει το κύμα είναι στη θέση

$$x = vt \Rightarrow x = 2 \cdot 0,13\text{m} = 0,26\text{m}$$

Άρα η απόσταση ανάμεσα στα δύο σημεία είναι

$$d = \sqrt{x^2 + A^2} \Rightarrow d = \sqrt{0,26^2 + 0,05^2} \text{ m} \Rightarrow d = \sqrt{10^{-4}(676 + 25)} \text{ m} \Rightarrow d = 0,01\sqrt{701} \text{ m} \Rightarrow d \approx 0,265\text{m}$$

10.Γ.11

$$\alpha. \quad \lambda = 1\text{m}, \quad x = vt \Rightarrow v = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\beta. \quad f = 2\text{Hz}, \quad y = 0,01 \sin 2\pi(2t - x), \quad (\text{S.I.})$$

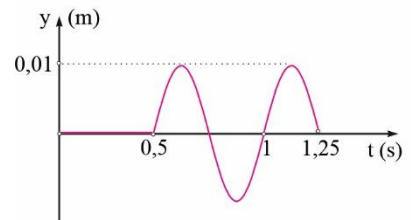
$$\gamma. \quad v_{\max} = \omega A = 0,04\pi \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

δ. Το Σ ξεκινά να ταλαντώνεται τη χρονική στιγμή

$$t = \frac{x}{v} = 0,5\text{s}$$

$$y_\Sigma = 0,01 \sin 2\pi(2t - 1), \quad (\text{S.I.})$$

Άρα η γραφική παράσταση είναι όπως στο διπλανό σχήμα.



10.Γ.12

α. Η συχνότητα του νέου κύματος θα είναι

$$f' = 2f = 2 \cdot 170 \text{ Hz} \Rightarrow f' = 340 \text{ Hz}$$

Η ταχύτητα διάδοσης εξαρτάται από το μέσο διάδοσης, οπότε είναι σταθερή και για το νέο μήκος κύματος έχουμε

$$\left. \begin{aligned} v &= \lambda \cdot f \\ v &= \lambda' \cdot f' \end{aligned} \right\} \Rightarrow \lambda \cdot f = \lambda' \cdot f' \Rightarrow \lambda' = \frac{\lambda \cdot f}{f'} \Rightarrow \lambda' = \frac{2 \cdot 170}{340} \text{ m} = 1 \text{ m}$$

β. Η ταχύτητα διάδοσης του κύματος είναι

$$v = \lambda \cdot f \Rightarrow v = 2 \cdot 170 \text{ m/s} \Rightarrow v = 340 \text{ m/s}$$

γ. Το νέο πλάτος ταλάντωσης είναι $A' = 4 \cdot 10^{-4} \text{ m}$

οπότε η νέα μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης των μορίων του μέσου είναι

$$v'_{\max} = \omega' A' \Rightarrow v'_{\max} = 2\pi f' A' \Rightarrow v'_{\max} = 2\pi \cdot 340 \cdot 4 \cdot 10^{-4} (\text{SI}) \Rightarrow v'_{\max} = 0,272\pi \text{ m/s}$$

δ. Το σημείο θα αρχίσει να ταλαντώνεται τη στιγμή

$$t = \frac{x}{v} \Rightarrow t = \frac{1360 \text{ m}}{340 \text{ m/s}} \Rightarrow t = 4 \text{ s}$$

10.Γ.13

α. Η γενική εξίσωση ενός κύματος που διαδίδεται προς την αρνητική κατεύθυνση είναι

$$y = A \eta \mu 2\pi \left(\frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda} \right), \text{ οπότε με αντικατάσταση έχουμε } y = 0,05 \eta \mu 2\pi \left(\frac{t}{0,2} + \frac{x}{0,8} \right) (\text{S.I.}).$$

β. Βρίσκουμε την απομάκρυνση του σημείου Κ τη στιγμή $t_1 = 0,4/3 \text{ s}$

$$y_K = 0,05 \eta \mu 2\pi \left(\frac{0,4}{3 \cdot 0,2} - \frac{0,2}{0,8} \right) \text{ m} \Rightarrow y_K = 0,05 \eta \mu \frac{5\pi}{6} \text{ m} \Rightarrow y_K = 0,025 \text{ m}$$

Η γωνιακή συχνότητα ταλάντωσης του σημείου είναι

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{0,2} \text{ rad/s} \Rightarrow \omega = 10\pi \text{ rad/s}$$

Άρα η δυναμική του ενέργεια είναι

$$U_K = \frac{1}{2} D y_K^2 \Rightarrow U_K = \frac{1}{2} \Delta m \cdot \omega^2 \cdot y_K^2 \Rightarrow U_K = \frac{1}{2} 10^{-3} \cdot (10\pi)^2 \cdot 0,025^2 J \Rightarrow U_K = 312,5 \cdot 10^{-6} J$$

Η ταχύτητα του κύματος είναι

$$v = \frac{\lambda}{T} = \frac{0,8}{0,2} m/s \Rightarrow v = 4 m/s$$

Το κύμα φθάνει στο σημείο Λ τη στιγμή

$$t_\Lambda = \frac{|x_\Lambda|}{v} \Rightarrow t_\Lambda = \frac{0,6}{4} s = 0,15 s > t_1$$

Άρα την t_1 το σημείο Λ δεν ταλαντώνεται, επομένως η δυναμική του ενέργεια είναι μηδενική.

γ. Βρίσκουμε τις απομακρύνσεις των δύο σημείων τη στιγμή $t_2 = 0,55 s$:

$$y_K = 0,05 \eta \mu 2\pi \left(\frac{0,55}{0,2} - \frac{0,2}{0,8} \right) m \Rightarrow y_K = 0,05 \eta \mu 5\pi (m) \Rightarrow y_K = 0 m$$

$$y_\Lambda = 0,05 \eta \mu 2\pi \left(\frac{0,55}{0,2} - \frac{0,6}{0,8} \right) m \Rightarrow y_\Lambda = 0,05 \eta \mu 4\pi (m) \Rightarrow y_\Lambda = 0 m$$

Άρα η κατακόρυφη απόσταση των δύο σημείων είναι μηδενική.

δ. Μηδενίζουμε τη φάση για να βρούμε το πιο απομακρυσμένο σημείο του μέσου που έχει φτάσει η κυματική διαταραχή

$$\varphi = 2\pi \left(\frac{0,55}{0,2} + \frac{x}{0,8} \right) = 0 \Rightarrow x = -2,2 m$$

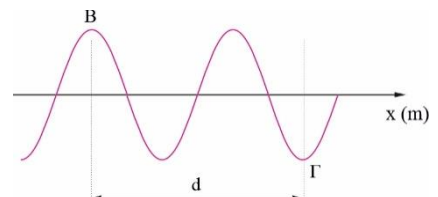
Το σημείο της θέσης αυτής έχει και τη μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης καθώς ξεκινά να ταλαντώνεται από τη θέση ισορροπίας του.

10.Γ.14

α. Το μήκος του ευθύγραμμου τμήματος που ενώνει 3 διαδοχικά σημεία που διέρχονται από τη θέση ισορροπίας είναι ίσο με λ

$$d = \lambda = 8 cm$$

β. Για να βρούμε το πλάτος διαιρούμε τη μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης με την ταχύτητα του τρέχοντος κύματος



$$\left. \begin{array}{l} v_{\max} = \omega A \\ v = \lambda f \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{v_{\max}}{v} = \frac{\omega A}{\lambda \frac{\omega}{2\pi}} \Rightarrow \frac{v_{\max}}{v} = \frac{2\pi A}{\lambda} \Rightarrow A = \frac{\lambda v_{\max}}{2\pi v} \Rightarrow A = \frac{8 \cdot 10^{-2} \cdot 2\pi}{2\pi \cdot 1} = 0,08\text{m}$$

γ. Τα σημεία Β και Γ βρίσκονται σε αντίθεση φάσης και τη συγκεκριμένη στιγμή βρίσκονται σε ακραίες θέσεις της ταλάντωσης, άρα η απόσταση ΒΓ είναι

$$(B\Gamma) = \sqrt{(2A)^2 + \left(\frac{3\lambda}{2}\right)^2} \Rightarrow (B\Gamma) = \sqrt{(2 \cdot 0,08)^2 + \left(\frac{3 \cdot 0,08}{2}\right)^2} \text{ m} \Rightarrow (B\Gamma) = 0,2\text{m}$$

δ. Η γωνιακή συχνότητα της ταλάντωσης είναι

$$\omega = \frac{v_{\max}}{A} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{0,08} \text{ rad/s} \Rightarrow \omega = 25\pi \text{ rad/s}$$

Η περίοδος της ταλάντωσης είναι

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{25\pi} \text{ s} \Rightarrow T = 0,08\text{s}$$

Οπότε το χρονικό διάστημα $\Delta t = 0,02\text{s}$ αντιστοιχεί σε

$$\frac{\Delta t}{T} = \frac{0,02\text{s}}{0,08\text{s}} = \frac{1}{4} \Rightarrow \Delta t = \frac{T}{4}$$

Άρα τα υλικά σημεία Β και Γ μετά από $T/4$ θα διέρχονται από τις θέσεις ισορροπίας τους, επομένως η απόσταση μεταξύ των σημείων είναι

$$d' = \frac{3\lambda}{2} \Rightarrow d' = \frac{3}{2} 8\text{cm} = 12\text{cm}$$

10.Γ.15

α. Από το σχήμα έχουμε:

$$\frac{5\lambda}{2} = 1,5\text{m} \Rightarrow \lambda = 0,6\text{m}$$

$$\frac{5T}{2} = 1\text{s} \Rightarrow T = 0,4\text{s}$$

β. Η εξίσωση του κύματος είναι

$$y = A\eta\mu 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) \Rightarrow y = 0,2\eta\mu 2\pi \left(\frac{t}{0,4} - \frac{x}{0,6} \right) \text{ (S.I.)}$$

γ. Η ταχύτητα του κύματος είναι

$$v = \frac{\lambda}{T} = \frac{0,6\text{m}}{0,4\text{s}} = 1,5\text{m/s}$$

Το κύμα φθάνει στο σημείο Μ τη στιγμή

$$t_M = \frac{x_M}{v} \Rightarrow t_M = \frac{0,45}{1,5}\text{s} \Rightarrow t_M = 0,3\text{s}$$

Ο αριθμός των ταλαντώσεων του σημείου είναι

$$N = \frac{\Delta t}{T} \Rightarrow N = \frac{t_1 - t_M}{T} = \frac{1\text{s} - 0,3\text{s}}{0,4\text{s}} = 1 + 3/4$$

Άρα το μήκος διαδρομής είναι

$$s = 4A + 3A = 7A \Rightarrow s = 7 \cdot 0,2\text{m} \Rightarrow s = 1,4\text{m}$$

δ. Η φάση ταλάντωσης του σημείου Μ τη χρονική στιγμή $t_1=1\text{s}$ είναι

$$\varphi_M = 2\pi\left(\frac{t_1}{0,4} - \frac{x_M}{0,6}\right) \Rightarrow \varphi_M = 2\pi\left(\frac{1}{0,4} - \frac{0,45}{0,6}\right)\text{rad} = 3,5\pi\text{rad}$$

Από τον τύπο της διαφοράς φάσης βρίσκουμε τη θέση του σημείου Λ στον άξονα

$$\varphi_M - \varphi_\Lambda = 2\pi\frac{(x_\Lambda - x_M)}{\lambda} \Rightarrow 3,5\pi - 2,5\pi = 2\pi\frac{(x_\Lambda - 0,45\text{m})}{0,6\text{m}} \Rightarrow x_\Lambda = 0,75\text{m}$$

Άρα η οριζόντια απόσταση ανάμεσα στα δύο σημεία είναι

$$\Delta x = x_\Lambda - x_M \Rightarrow \Delta x = 0,75\text{m} - 0,45\text{m} = 0,3\text{m}$$

Τη χρονική στιγμή $t_1=1\text{s}$ οι απομακρύνσεις των δύο σημείων από τη θέση ισορροπίας τους είναι:

$$y_M = 0,2\text{m}\sin 3,5\pi\text{m} = -0,2\text{m}$$

$$y_\Lambda = 0,2\text{m}\sin 2,5\pi\text{m} = 0,2\text{m}$$

Η απόσταση ανάμεσα στα δύο σημεία προκύπτει από το πυθαγόρειο θεώρημα

$$d_{\max} = \sqrt{\Delta x^2 + (2|y_M|)^2} \Rightarrow d_{\max} = \sqrt{(0,3\text{m})^2 + (0,4\text{m})^2} \Rightarrow d_{\max} = 0,5\text{m}$$

10.Γ.16

α. Το σημείο Ο διέρχεται από τη θέση ισορροπίας του με αρνητική ταχύτητα για δεύτερη φορά τη στιγμή

$$t_1 = \frac{3T}{2} \Rightarrow T = \frac{2}{3}t_1 \Rightarrow T = \frac{2}{3}0,75\text{s} = 0,5\text{s}$$

Η ταχύτητα διάδοσης του κύματος είναι

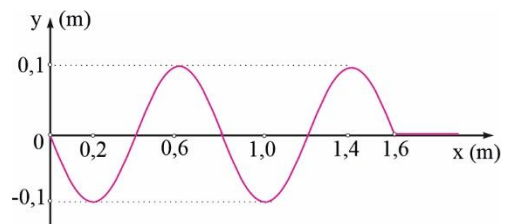
$$v = \frac{\lambda}{T} = \frac{0,8}{0,5}\text{m/s} \Rightarrow v = 1,6\text{m/s}$$

Σχεδιάζουμε το στιγμιότυπο του κύματος τη στιγμή 1s

$$x_{\max} = vt = 1,6 \cdot 1\text{m} = 1,6\text{m}$$

Ο αριθμός των κυματικών εικόνων είναι

$$N = \frac{x_{\max}}{\lambda} \Rightarrow N = \frac{1,6\text{m}}{0,8\text{m}} = 2$$



Από το στιγμιότυπο προκύπτει ότι 4 σημεία του μέσου βρίσκονται σε ακραίες θέσεις, έχοντας μέγιστη δυναμική ενέργεια και τα σημεία αυτά έχουν τετμημένες:

$$x_1 = \frac{\lambda}{4} = \frac{0,8\text{m}}{4} = 0,2\text{m}$$

$$x_2 = \frac{3\lambda}{4} = \frac{3 \cdot 0,8\text{m}}{4} = 0,6\text{m}$$

$$x_3 = \frac{5\lambda}{4} = \frac{5 \cdot 0,8\text{m}}{4} = 1\text{m}$$

$$x_4 = \frac{7\lambda}{4} = \frac{7 \cdot 0,8\text{m}}{4} = 1,4\text{m}$$

β. Το σημείο με τη μεγαλύτερη φάση ταλάντωσης είναι το Ο, γιατί είναι η πηγή του κύματος και ταλαντώνεται για το μεγαλύτερο χρονικό διάστημα. Το σημείο Ο έχει φάση ίση με

$$\varphi_O = \omega t_2 = \frac{2\pi}{T}t_2 = \frac{2\pi}{0,5}\text{rad} \Rightarrow \varphi_O = 4\pi\text{rad}$$

Άρα το σημείο Ο βρίσκεται τη στιγμή αυτή στη θέση ισορροπίας του και κινείται προς τα θετικά. Την ίδια στιγμή το σημείο Μ έχει μέγιστη δυναμική ενέργεια για 2^η φορά άρα βρίσκεται στην ακραία αρνητική του απομάκρυνση και έχει φάση ταλάντωσης

$$\varphi_M = \frac{3\pi}{2}\text{rad}$$

Από τον τύπο της διαφοράς φάσης βρίσκουμε τη θέση του Μ

$$\varphi_O - \varphi_M = 2\pi \frac{(x_M - x_O)}{\lambda} \Rightarrow 4\pi - \frac{3\pi}{2} = 2\pi \frac{(x_M - 0\text{m})}{0,8\text{m}} \Rightarrow x_M = 1\text{m}$$

Άρα η απόσταση ανάμεσα στις θέσεις ισορροπίας των δύο σημείων είναι

$$\Delta x = x_M - x_O = 1\text{m}$$

Από το πυθαγόρειο θεώρημα προκύπτει η απόσταση ανάμεσα στα δύο σημεία

$$d_{\max} = \sqrt{\Delta x^2 + (-A)^2} \Rightarrow d_{\max} = \sqrt{1^2 + 0,1^2}\text{m} = \sqrt{1,01}\text{m}$$

γ. Το σημείο Λ έχει μέγιστη δυναμική ενέργεια για 1^η φορά άρα βρίσκεται στην ακραία θετική του απομάκρυνση και έχει φάση ταλάντωσης

$$\varphi_\Lambda = \frac{\pi}{2} \text{ rad}$$

Το σημείο Δ έχει μέγιστη κινητική ενέργεια για 3^η φορά, άρα έχει ολοκληρώσει μία ταλάντωση, βρίσκεται στη θέση ισορροπίας του και έχει φάση

$$\varphi_\Delta = 2\pi \text{ rad}$$

Άρα η απόσταση των θέσεων ισορροπίας των δύο σημείων είναι

$$\varphi_\Delta - \varphi_\Lambda = \frac{2\pi(x_\Lambda - x_\Delta)}{\lambda} \Rightarrow x_\Lambda - x_\Delta = \frac{(\varphi_\Delta - \varphi_\Lambda) \cdot \lambda}{2\pi} \Rightarrow x_\Lambda - x_\Delta = \frac{\left(2\pi - \frac{\pi}{2}\right) \cdot 0,8\text{m}}{2\pi} \Rightarrow x_\Lambda - x_\Delta = 0,6\text{m}$$

Από το πυθαγόρειο θεώρημα έχουμε

$$d = \sqrt{(x_\Lambda - x_\Delta)^2 + A^2} \Rightarrow d = \sqrt{0,6^2 + 0,1^2}\text{m} = \sqrt{0,37}\text{m}$$

δ. Η διαφορά φάσης μεταξύ των σημείων Μ και Δ είναι

$$\varphi_M - \varphi_\Delta = \frac{3\pi}{2} \text{ rad} - 2\pi \text{ rad} \Rightarrow \varphi_M - \varphi_\Delta = -0,5\pi \text{ rad}$$

10.Γ.17

α. Η ταχύτητα του κύματος είναι

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow v = \frac{x_A - x_K}{\Delta t} \Rightarrow v = \frac{0,3\text{m}}{4\text{s} - 3\text{s}} \Rightarrow v = 0,3\text{m/s}$$

Από την εξίσωση της διαφοράς φάσης της ταλάντωσης των δύο σημείων έχουμε για την περίοδο

$$\varphi_K - \varphi_A = 2\pi \frac{x_A - x_K}{\lambda} \Rightarrow \varphi_K - \varphi_A = 2\pi \frac{v\Delta t}{vT} \Rightarrow T = 2\pi \frac{\Delta t}{\varphi_K - \varphi_A} \Rightarrow T = 2\pi \frac{1}{\frac{3\pi}{4}}\text{s} \Rightarrow T = \frac{8}{3}\text{s}$$

β. Από τη διαφορά φάσης βρίσκουμε το μήκος κύματος

$$\varphi_K - \varphi_A = 2\pi \frac{(x_A - x_K)}{\lambda} \Rightarrow \frac{3\pi}{4} - 0 = 2\pi \frac{0,3\text{m}}{\lambda} \Rightarrow \lambda = 0,8\text{m}$$

γ. Βρίσκουμε τη μέγιστη απόσταση στην οποία έχει φτάσει το κύμα

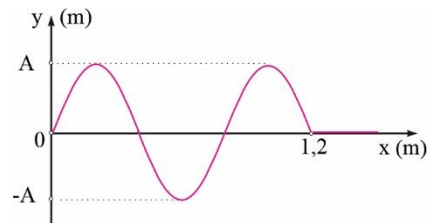
$$x_{\max} = vt = 0,3 \cdot 4\text{m} = 1,2\text{m}$$

Βρίσκουμε τον αριθμό των κυματικών εικόνων

$$N = \frac{x_{\max}}{\lambda} = \frac{1,2\text{m}}{0,8\text{m}} = 1,5$$

Άρα το στιγμιότυπο περιγράφεται από την εξίσωση

$$y = A \cdot \eta\mu 2\pi \left(1,5 - \frac{x}{0,8} \right) \text{ (S.I.)}$$



και η γραφική του παράσταση είναι όπως στο διπλανό σχήμα.

δ. Η χρονική στιγμή που το σημείο Κ μεγιστοποιεί τη δυναμική του ενέργεια για 3^η φορά είναι όταν βρεθεί στην ακραία θετική θέση για 2^η φορά και είναι

$$\Delta t = t_1 + \frac{5T}{4} \Rightarrow \Delta t = 3\text{s} + \frac{5 \cdot 8}{4 \cdot 3}\text{s} = \frac{19}{3}\text{s}$$

10.Γ.18

α. Από την εξίσωση του κύματος βρίσκουμε το μήκος κύματος και την περίοδο:

$$T = 4\text{s}, \quad \lambda = 2\text{m}$$

Άρα η ταχύτητα του κύματος είναι

$$v = \frac{\lambda}{T} = \frac{2}{4}\text{m/s} = 0,5\text{m/s}$$

β. Τη χρονική στιγμή $t_1=17s$, η απομάκρυνση του υλικού σημείου Κ του μέσου, μάζας $\Delta m=2g$, που βρίσκεται στη θέση $x_K=2,5m$ είναι

$$y_K = 0,2 \cdot \eta\mu 2\pi \left(\frac{17}{4} - \frac{2,5}{2} \right) \Rightarrow y_K = 0,2 \cdot \eta\mu 2\pi \left(\frac{17-5}{4} \right) m = 0,2 \cdot \eta\mu 6\pi (m) \Rightarrow y_K = 0m$$

Άρα το υλικό σημείο διέρχεται από τη θέση ισορροπίας του και έχει κινητική ενέργεια ίση με την ενέργεια ταλάντωσης

$$K = E = \frac{1}{2} m \omega^2 A^2 = 10^{-4} J$$

γ. Η εξίσωση της ταχύτητας όλων των σημείων του μέσου σε συνάρτηση με τον χρόνο είναι

$$v = \omega A \sigma\upsilon\nu 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) \Rightarrow v = \frac{2\pi}{4} \cdot 0,2 \sigma\upsilon\nu 2\pi \left(\frac{t}{4} - \frac{x}{2} \right) \Rightarrow v = 0,1\pi \sigma\upsilon\nu 2\pi \left(\frac{t}{4} - \frac{x}{2} \right) (S.I.)$$

δ. Η διαφορά φάσης του σημείου Κ, μεταξύ των χρονικών στιγμών $t_1=17s$ και $t_2=27s$ είναι

$$\Delta\varphi = \omega\Delta t \Rightarrow \Delta\varphi = \frac{2\pi}{4} (27 - 17) \text{rad} = 5\pi \text{rad}$$

ε. Βρίσκουμε τον αριθμό των ταλαντώσεων στο χρονικό διάστημα από $t_1=17s$ έως $t_2=27s$

$$N = \frac{\Delta t}{T} = \frac{27s - 17s}{4s} = 2,5$$

Άρα το μήκος διαδρομής είναι

$$s = 4A \cdot 2,5 = 10A = 2m$$

10.Γ.19

α. Το κύμα τη χρονική στιγμή $t_1=2s$ φτάνει στο σημείο Κ που βρίσκεται στη θέση $x_K=4m$, οπότε η ταχύτητα του κύματος είναι

$$v = \frac{x_K}{t_1} = \frac{4m}{2s} \Rightarrow v = 2m/s$$

Από τη θεμελιώδη εξίσωση της κυματικής το μήκος κύματος είναι

$$\lambda = \frac{v}{f} \Rightarrow \lambda = \frac{2}{2} m = 1m$$

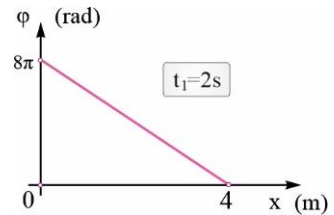
Άρα η εξίσωση της απομάκρυνσης των σημείων της χορδής σε συνάρτηση με τον χρόνο είναι

$$y = A\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) \Rightarrow y = 0,4\eta\mu 2\pi(2t - x) \text{ (S.I.)}$$

β. Η εξίσωση της φάσης σε συνάρτηση με τη θέση είναι

$$\varphi = 2\pi(2 \cdot 2 - x) \Rightarrow \varphi = 8\pi - 2\pi x \text{ (S.I.)}$$

Η γραφική παράσταση είναι όπως στο σχήμα.



γ. Από την ΑΔΕΤ βρίσκουμε το μέτρο της ταχύτητας του Κ όταν έχει απομάκρυνση $y=20\text{cm}$

$$E = K + U \Rightarrow \frac{1}{2}DA^2 = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}Dy^2 \Rightarrow \frac{1}{2}m\omega^2A^2 = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}m\omega^2y^2 \Rightarrow |v| = \omega\sqrt{A^2 - y^2} \Rightarrow$$

$$|v| = 2\pi \cdot 2\sqrt{(0,4^2 - 0,2^2)} \text{ (SI)} \Rightarrow |v| = 4\pi\sqrt{(0,16 - 0,04)} \text{ m/s} \Rightarrow |v| = 0,8\pi\sqrt{3} \text{ m/s}$$

δ. Η διαφορά φάσης των σημείων Ο και Κ είναι

$$\varphi_O - \varphi_K = 2\pi \frac{x_K - x_O}{\lambda} \Rightarrow \varphi_O - \varphi_K = 8\pi \text{ rad}$$

Άρα τα δύο σημεία είναι συμφασικά και έχουν κάθε στιγμή ίδιες απομακρύνσεις και ίδιες ταχύτητες, οπότε

$$y_K = y_O = -5\text{cm}$$

10.Γ.20

α. Από την εξίσωση κύματος έχουμε:

$$T = 2\text{s}, \quad \lambda = 0,5\text{m}$$

Η ταχύτητα διάδοσης του κύματος είναι

$$v = \frac{\lambda}{T} = \frac{0,5}{2} \text{ m/s} = 0,25 \text{ m/s}$$

β. Η μέγιστη δύναμη που δέχεται ένα υλικό σημείο μάζας $\Delta m = 1\text{g}$ είναι

$$\Sigma F_{\max} = DA \Rightarrow \Sigma F_{\max} = \Delta m \cdot \omega^2 \cdot A \Rightarrow \Sigma F_{\max} = 10^{-3} \cdot \left(\frac{2\pi}{2}\right)^2 \cdot 0,2 \text{ N} \Rightarrow \Sigma F_{\max} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ N}$$

γ. Η χρονική στιγμή, που το σημείο Κ της θέσης $x_K = 1\text{m}$, θα βρεθεί για 2^η φορά στην ακραία αρνητική θέση της ταλάντωσής του είναι

$$t = \frac{x_K}{v} + \frac{3T}{4} + T \Rightarrow t = \left(\frac{1}{0,25} + 0,75 \cdot 2 + 2 \right) s = 7,5s$$

δ. Η ταχύτητα του Κ τη χρονική στιγμή $t_1=16/3$ s είναι

$$v_K = \omega A \sin 2\pi \left(\frac{t_1}{T} - \frac{x_K}{\lambda} \right) \Rightarrow v_K = \frac{2\pi}{2} \cdot 0,2 \sin 2\pi \left(\frac{16}{3 \cdot 2} - \frac{1}{0,5} \right) \text{ (SI)} = 0,2\pi \sin 2\pi \frac{4}{6} \text{ m/s} \Rightarrow v_K = -0,1\pi \text{ m/s}$$

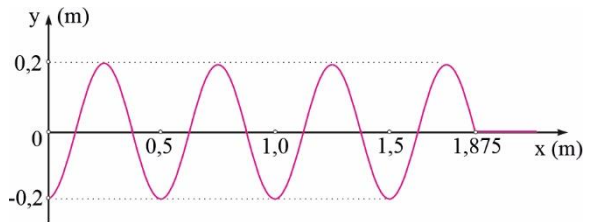
ε. Η μέγιστη απόσταση που έχει φτάσει το κύμα τη στιγμή $t_2=7,5s$ είναι

$$x_{\max} = vt_2 = 0,25 \cdot 7,5 \text{ m} = 1,875 \text{ m}$$

Ο αριθμός των κυματικών εικόνων είναι

$$N = \frac{x_{\max}}{\lambda} \Rightarrow N = \frac{1,875 \text{ m}}{0,5 \text{ m}} = 3 + 3/4$$

Άρα το στιγμιότυπο είναι όπως στο σχήμα και σύμφωνα με αυτό 4 σημεία του μέσου βρίσκονται στην ακραία αρνητική τους απομάκρυνση.



10.Γ.21

α. Η περίοδος του κύματος είναι

$$v = \frac{\lambda}{T} \Rightarrow T = \frac{\lambda}{v} \Rightarrow T = \frac{4}{2} s = 2s$$

Άρα η εξίσωση της απομάκρυνσης των σημείων της χορδής σε συνάρτηση με τον χρόνο είναι

$$y = A \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) \Rightarrow y = 0,2 \sin 2\pi \left(0,5t - \frac{x}{4} \right) \text{ (S.I.)}$$

β. Η χρονική στιγμή που ξεκινάει να ταλαντώνεται το σημείο Κ είναι

$$t_K = \frac{x_K}{v} = \frac{10}{2} s = 5s$$

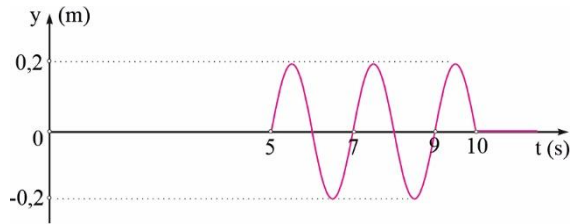
Στο χρονικό διάστημα από $t=0s$ έως $t=10s$ το σημείο Κ έχει εκτελέσει αριθμό ταλαντώσεων ίσο με

$$N = \frac{\Delta t}{T} \Rightarrow N = \frac{10s - 5s}{2s} = 2,5$$

Η απομάκρυνση του σημείου Κ σε συνάρτηση με τον χρόνο περιγράφεται από τη σχέση

$$y = 0,2\eta\mu 2\pi(0,5t - 2,5) \text{ (S.I.)}, t \geq 5s$$

και η γραφική παράσταση είναι όπως στο σχήμα.



γ. Η επιτάχυνση του σημείου Κ τη στιγμή $t_1=20/3$ s είναι

$$y = 0,2\eta\mu 2\pi(0,5t - 2,5) \text{ (S.I.)}, t \geq 5s \Rightarrow \alpha_K = -\left(\frac{2\pi}{2}\right)^2 0,2 \cdot \eta\mu 2\pi\left(0,5 \cdot \frac{20}{3} - \frac{10}{4}\right) \Rightarrow$$

$$\alpha_K = -2\eta\mu\left(2\pi \frac{10}{12}\right) m/s^2 = 2 \frac{\sqrt{3}}{2} m/s^2 \Rightarrow \alpha_K = \sqrt{3} m/s^2$$

δ. Από τον τύπο της διαφοράς φάσης βρίσκουμε τη θέση του Λ

$$\varphi_K - \varphi_\Lambda = 2\pi \frac{(x_\Lambda - x_K)}{\lambda} \Rightarrow 6\pi = 2\pi \frac{(x_\Lambda - 10m)}{4m} \Rightarrow x_\Lambda = 12m + 10m = 22m$$

10.Γ.22

$$\alpha. \varphi = 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right), (1)$$

Με αντικατάσταση $x=0m$, $\varphi=12\pi$ rad, $t=1,8s$ βρίσκουμε την περίοδο. Προκύπτει $T=0,3s$.

Με αντικατάσταση στην (1) $x=6m$, $\varphi=0$ rad, $t=1,8s$, $T=0,3s$ βρίσκουμε το λ . Προκύπτει $\lambda=1m$.

$$u=\lambda/T \text{ ή } u=10/3 \text{ m/s}$$

$$\beta. \alpha_{\max} = \omega^2 A \Rightarrow A = \frac{80/9}{(2\pi/0,3)^2} m = 2 \cdot 10^{-2} m$$

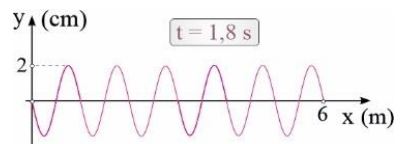
Η εξίσωση του κύματος είναι

$$y = 0,02\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{0,3} - x\right) \text{ (S.I.)} \quad (1)$$

γ. Το στιγμιότυπο θα δείχνει ένα κύμα που έχει προχωρήσει 6 μήκη κύματος και περιγράφεται από την εξίσωση

$$y = 0,02\eta\mu 2\pi(6 - x) \text{ (S.I.)}$$

και το στιγμιότυπο είναι όπως στο σχήμα.



δ. Το Μ ταλαντώνεται σύμφωνα με την εξίσωση

$$y_M = 2 \cdot 10^{-2} \eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{0,3} - 6\right), \text{ (S.I.)}$$

Με αντικατάσταση στη (2) $y = 2 \cdot 10^{-2} \text{ m}$ και επίλυση ως προς t βρίσκουμε τις στιγμές που το Μ βρίσκεται στη μέγιστη θετική απομάκρυνση. Θα κρατήσουμε τη μικρότερη τιμή που προκύπτει

$$y_M = 2 \cdot 10^{-2} \text{ ημ} 2\pi \left(\frac{t}{0,3} - 6 \right), (\text{S.I.})$$

$$2 \cdot 10^{-2} = 2 \cdot 10^{-2} \text{ ημ} 2\pi \left(\frac{t}{0,3} - 6 \right) \Rightarrow \text{ημ} 2\pi \left(\frac{t}{0,3} - 6 \right) = 1 = \text{ημ} \frac{\pi}{2} \Rightarrow$$

$$2\pi \left(\frac{t}{0,3} - 6 \right) = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \xrightarrow{k=0} \frac{t}{0,3} - 6 = \frac{1}{4} \Rightarrow t = 1,875 \text{ s}$$

10.Γ.23

α. Από τα δεδομένα της άσκησης έχουμε:

$$A = 0,1 \text{ m}, \quad \omega = 2\pi \text{ rad/s}, \quad \lambda = 2 \text{ m}$$

οπότε η συχνότητα του κύματος είναι

$$f = \frac{\omega}{2\pi} \text{ Hz} = 1 \text{ Hz}$$

Ο λόγος της ταχύτητας διάδοσης του κύματος προς τη μέγιστη ταχύτητα των σημείων που ταλαντώνονται είναι

$$\frac{v}{v_{\max}} = \frac{\lambda f}{\omega A} \Rightarrow \frac{v}{v_{\max}} = \frac{2 \cdot 1}{2\pi \cdot 0,1} = \frac{10}{\pi}$$

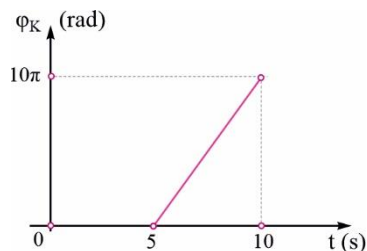
β. Η εξίσωση της φάσης ταλάντωσης του σημείου Κ με θέση $x_K = 10 \text{ m}$, σε συνάρτηση με τον χρόνο είναι

$$\varphi_K = 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x_K}{\lambda} \right) \Rightarrow \varphi_K = 2\pi \left(t - \frac{10}{2} \right) \Rightarrow \varphi_K = 2\pi t - 10\pi (\text{S.I.})$$

Βρίσκουμε τη στιγμή που ξεκινάει να ταλαντώνεται το Κ

$$0 = 2\pi t - 10\pi \Rightarrow t = 5 \text{ s}$$

Άρα η γραφική παράσταση φάσης - χρόνου για το σημείο Κ είναι όπως στο σχήμα.



γ. Η χρονική εξίσωση της ταχύτητας του Κ είναι

$$v = \omega A \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) \Rightarrow v_K = 0,2\pi \sin 2\pi(t - 5) (\text{S.I.})$$

Για ένα υλικό σημείο που εκτελεί α.α.τ. η δεύτερη φορά που αυτό κινείται με θετικές ταχύτητες είναι όταν βρίσκεται στο 4^ο τεταρτημόριο του κύκλου αναφοράς

$$0,1\pi = 0,2\pi \sin 2\pi(t-5) \Rightarrow \sin 2\pi(t-5) = \sin \frac{\pi}{3} \Rightarrow \begin{cases} 2\pi(t-5) = 2k\pi + \frac{\pi}{3} & (1) \\ 2\pi(t-5) = 2k\pi - \frac{\pi}{3} & (2) \end{cases}$$

Η ζητούμενη λύση θα προκύψει από την εξίσωση (2) για $k=1$

$$(2), k=1: 2\pi(t_1-5) = 2\pi - \frac{\pi}{3} \Rightarrow 2\pi t_1 = \frac{5\pi}{3} + 10\pi \Rightarrow t_1 = \frac{35}{6} \text{ s}$$

δ. Τη χρονική στιγμή t_1 η απομάκρυνση ενός σημείου Λ που έχει σε σχέση με το Κ μικρότερη φάση κατά $1,5\pi \text{ rad}$ είναι

$$y = 0,02\pi \sin 2\pi \left(\frac{t}{0,3} - x \right) \text{ (S.I.)} \Rightarrow y_\Lambda = 0,1\pi \left[2\pi \frac{35}{6 \cdot 1} - 2\pi \frac{10}{2} - \frac{3\pi}{2} \right] \text{ m} = 0,1\pi \left(\frac{\pi}{6} \right) \text{ m} \Rightarrow y_\Lambda = 0,05 \text{ m}$$

10.Γ.24

α. Συγκρίνοντας την $y=0,01\pi \sin 2\pi(0,5t-0,2x)$ με την $y=A \cdot \pi \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right)$ παίρνουμε:

$$A=0,01\text{ m}, \quad 0,5t = \frac{t}{T} \quad \text{ή} \quad T=2\text{ s}, \quad 0,2x = \frac{x}{\lambda} \quad \text{ή} \quad \lambda=5\text{ m}$$

Η ταχύτητα διάδοσης είναι $u=\lambda/T=5/2 \text{ m/s}$ ή $u=2,5\text{ m/s}$

Το κύμα φτάνει στο σημείο Μ τη χρονική στιγμή $t_1=x/u$ ή $t_1=3\text{ s}$.

β. $y_M=0,01\pi \sin 2\pi(0,5t-0,2 \cdot 7,5)$ (S.I.) ή $y_M=0,01\pi \sin 2\pi(0,5t-1,5)$ (S.I.)

γ. i. Η φάση του Μ είναι

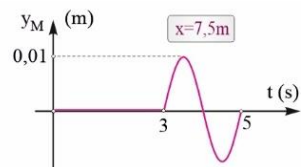
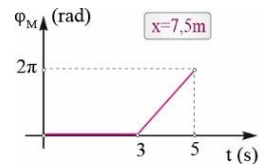
$$\phi_M=2\pi(0,5t-1,5) \quad \text{ή} \quad \phi_M=\pi t-3\pi \quad (t \geq 3\text{ s})$$

και η γραφική παράσταση είναι όπως στο σχήμα.

ii. Η απομάκρυνση του Μ είναι

$$y_M=0,01\pi \sin 2\pi(0,5t-1,5) \text{ (S.I.) με } 0,5t-1,5 \geq 0 \quad \text{ή} \quad t \geq 3\text{ s}$$

και η γραφική παράσταση είναι όπως στο σχήμα.



δ. Το Μ θα αποκτήσει μέγιστη δυναμική ενέργεια σε χρόνο $\Delta t=T/4$ μετά το ξεκίνημα της ταλάντωσής του, δηλαδή τη στιγμή $t=3+T/4$ ή $t=3,5\text{ s}$.

10.Γ.25

α. Συγκρίνοντας τη δοθείσα εξίσωση με τη γενική εξίσωση του κύματος παίρνουμε:

$$A=0,05\text{m}, f=2\text{Hz}, \lambda=0,2\text{m}$$

$$v=\lambda f \quad \text{ή} \quad v=0,4\text{m/s}$$

$$\beta. \alpha_{\max} = \omega^2 A = 4\pi^2 f^2 A \Rightarrow \alpha_{\max} = 8\text{m/s}^2$$

$$\gamma. \Delta\varphi = 2\pi \frac{\Delta x}{\lambda} \Rightarrow \frac{5\pi}{2} = 2\pi \frac{\Delta x}{\lambda} \Rightarrow \Delta x = \frac{5\lambda}{4} = 0,25\text{m}$$

$$\delta. v = \omega A \sin v 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) \Rightarrow v = 2\pi \cdot 2 \cdot 0,05 \cdot \sin v 2\pi \left(\frac{1,5}{0,5} - \frac{0,3}{0,2} \right) \frac{\text{m}}{\text{s}} \Rightarrow$$

$$v = -0,628\text{m/s}$$

10.Γ.26

$$\alpha. v = \frac{x}{t} = \frac{3\text{m}}{0,3\text{s}} \Rightarrow v = 10\text{m/s}$$

β. Από το διάγραμμα έχουμε $\lambda=2\text{m}$

$$T = \frac{\lambda}{v} \Rightarrow T = 0,2\text{s}$$

$$\gamma. y = A \eta \mu 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) \Rightarrow y = 0,05 \eta \mu 2\pi \left(\frac{t}{0,2} - \frac{x}{2} \right) \text{ (S.I.)}$$

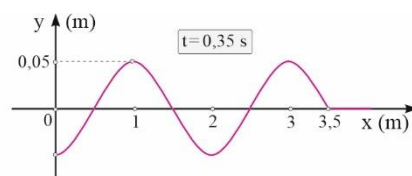
$$\delta. t = t_1 + \frac{T}{4} = 0,3\text{s} + \frac{0,2}{4}\text{s} \Rightarrow t = 0,35\text{s}$$

$$y = A \eta \mu 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) \Rightarrow y = 0,05 \eta \mu 2\pi \left(1,75 - \frac{x}{2} \right) \text{ (S.I.)}$$

Το πιο απομακρυσμένο σημείο που έχει φθάσει το κύμα

είναι στη θέση $x_2 = vt_2 \Rightarrow x = 10\text{m/s} \cdot 0,35\text{s} = 3,5\text{m}$

και το στιγμιότυπο είναι όπως στο σχήμα.



10.Γ.27

$$\alpha. v = \frac{x}{t} = \frac{3\text{m}}{0,15\text{s}} \Rightarrow v = 20\text{m/s}$$

β. $T = 0,25\text{s} - 0,15\text{s} = 0,1\text{s} \Rightarrow \lambda = v \cdot T = 2\text{m}$

$y = 0,3 \cdot \eta\mu 2\pi \left(\frac{t}{0,1} - \frac{x}{2} \right), (\text{S.I.})$

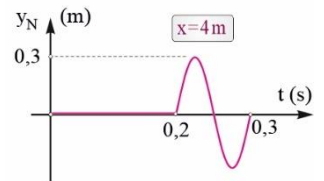
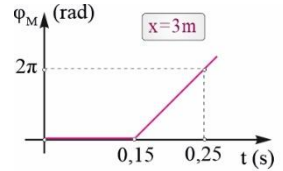
γ. $\varphi_M = 2\pi \left(\frac{t}{0,1} - \frac{3}{2} \right) \Rightarrow \varphi_M = 20\pi t - 3\pi, t \geq 0,15\text{s}$

και η γραφική παράσταση είναι όπως στο σχήμα.

δ. $\varphi_0 - \varphi_N = \frac{2\pi(x_N - x_0)}{\lambda} \Rightarrow 4\pi = \frac{2\pi x_N}{2} \Rightarrow x_N = 4\text{m}$

$y_N = 0,3 \cdot \eta\mu 2\pi \left(\frac{t}{0,1} - \frac{4}{2} \right), (\text{S.I.}), t \geq 0,2\text{s}$

και η γραφική παράσταση είναι όπως στο σχήμα.



10.Γ.28

α. $\Delta t = T/4 = 0,005\text{s}$ ή $T = 0,02\text{s}$ ή $f = 50\text{Hz}$
 $v = \lambda f$ ή $\lambda = 0,02\text{m}$

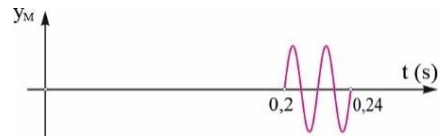
β. $v_{\max} = 2\pi f A$ ή $A = 2 \cdot 10^{-2}\text{m}$

$y = 2 \cdot 10^{-2} \cdot \eta\mu 2\pi \left(50t - \frac{x}{2 \cdot 10^{-2}} \right) (\text{S.I.})$

γ. $t = x/v = 0,2\text{s}$

δ. $y_M = 2 \cdot 10^{-2} \cdot \eta\mu 2\pi (50t - 10) (\text{S.I.})$

και η γραφική παράσταση είναι όπως στο σχήμα.



10.Γ.29

Α. α. Από το διάγραμμα έχουμε: $T = 1\text{s}$, $f = 1\text{Hz}$.

β. Το κύμα φτάνει στο Σ τη χρονική στιγμή $t = 2\text{s}$. Άρα

$v = \frac{x}{t} = \frac{10\text{m}}{2\text{s}} \Rightarrow v = 5\text{m/s}$

γ. $v_{\max} = \omega A = \frac{2\pi}{T} A \Rightarrow v_{\max} = 4\pi \cdot 10^{-2}\text{m/s}$

B. $\lambda = vT = 5\text{ m}$

$$y = A \eta \mu 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) \Rightarrow y = 0,04 \eta \mu 2\pi \left(t - \frac{x}{5} \right) \text{ (S.I.)}$$

10.Γ.30

α. Αντίθεση φάσης, $\Delta\phi = (2\kappa + 1)\pi \text{ rad}$. Επειδή είναι το 3° , $\kappa = 2$ και $\Delta\phi = 5\pi \text{ rad}$.

$$|\Delta\phi| = \frac{2\pi \cdot |\Delta x|}{\lambda} \Rightarrow |\Delta x| = \frac{5\lambda}{2} \Rightarrow 2,5\text{ cm} = \frac{5\lambda}{2} \Rightarrow \lambda = 1\text{ cm}$$

β. $\omega = 2\pi f$ ή $\pi = 2\pi f$ ή $f = 0,5\text{ Hz}$ άρα $T = 2\text{ s}$.

$v = \lambda f$ ή $v = 0,5 \text{ cm/s}$.

γ. $\phi_{M1} = 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right)$

Όταν το M βρίσκεται στη μέγιστη θετική του απομάκρυνση για 1^η φορά έχει φάση $\phi_M = \pi/2 \text{ rad}$.

Άρα

$$\frac{\pi}{2} = 2\pi \left(\frac{t}{2} - \frac{2,5}{1} \right) \Rightarrow t = 5,5\text{ s}$$

δ. Το M_2 θα έχει φάση

$$\phi_{M2} = 2\pi \left(\frac{5,5}{2} + \frac{1}{1} \right) = 7,5\pi \text{ rad}$$

$$y_{M2} = A \cdot \eta \mu 7,5\pi = A \cdot \eta \mu \frac{3\pi}{2} \Rightarrow y_{M2} = -A = -0,2\text{ m}$$

10.Γ.31

α. Από σχήμα: για $\Delta t = 0,2\text{ s}$ έχουμε $\Delta\phi = \pi \text{ rad}$

$$\Delta\phi = \frac{2\pi \cdot \Delta t}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi \cdot \Delta t}{\Delta\phi} = \frac{2\pi \cdot 0,2}{\pi} \text{ s} \Rightarrow T = 0,4\text{ s}$$

Η σχέση $\phi - t$, όπως προκύπτει από το διάγραμμα είναι συνάρτηση 1^{ου} βαθμού

$$\phi = \varepsilon\phi_0(t - t_0) = \frac{\pi}{0,2}(t - t_0)$$

Με αντικατάσταση $t = 1\text{ s}$, $\phi = 2\pi \text{ rad}$ έχουμε $t_0 = 0,6\text{ s}$.

β. $v = \frac{x}{t} = \frac{0,6}{0,6} \text{ m/s} \Rightarrow v = 1 \text{ m/s}$

γ. Το M μηδενίζει την ορμή του στις ακραίες θέσεις, οπότε $2A=0,2\text{m}$, άρα $A=0,1\text{m}$.

$$\lambda = vT = 0,4\text{m}$$

$$y = 0,1 \cdot \eta\mu 2\pi \left(\frac{t}{0,4} - \frac{0,6}{0,4} \right) (\text{S.I.}) \Rightarrow y = 0,1 \cdot \eta\mu 2\pi \left(\frac{t}{0,4} - 1,5 \right) (\text{S.I.})$$

$$\delta. \varphi_0 = \frac{2\pi t}{T} = \frac{2\pi \cdot 1,8}{0,4} \text{rad} \Rightarrow \varphi_0 = 9\pi \text{rad}$$

$$\varphi_M = 2\pi \left(\frac{1,8}{0,4} - \frac{0,6}{0,4} \right) \text{rad} \Rightarrow \varphi_M = 6\pi \text{rad}$$

10.Γ.32

α. Η απόσταση μεταξύ $1^{\text{ου}}$ και $3^{\text{ου}}$ πυκνώματος είναι $x=20\text{cm}$, επομένως $x=2\lambda$ ή $\lambda=10\text{cm}$.

β. Η συχνότητα της κίνησης του χεριού είναι ίδια με τη συχνότητα f του κύματος. Η συχνότητα του κύματος είναι

$$f = \frac{v}{\lambda} = \frac{5\text{cm/s}}{10\text{cm}} \Rightarrow f = 0,5\text{Hz}, \text{ άρα } f_{\text{χερ}} = 0,5\text{Hz}.$$

γ. Η μέγιστη κινητική κάθε σπείρας δίνεται από τη σχέση $K_{\text{max}} = \frac{1}{2} m \cdot v_{\text{max}}^2$ (1)

$$\text{όπου } v_{\text{max}} = \omega \cdot A = 2\pi f \cdot A = 10^{-2} \pi \text{ m/s}.$$

$$\text{Αντικαθιστώντας στην (1) παίρνουμε } K_{\text{max}} = 10^{-9} \cdot \pi^2 \text{ J}.$$

δ. Βρίσκουμε τον αριθμό των μηκών κύματος που χωράνε στο ελατήριο

$$N = \frac{L}{\lambda} \Rightarrow N = \frac{30\text{cm}}{10\text{cm}} \Rightarrow N = 3 \text{ μήκη κύματος}$$

Σε κάθε διάμηκες κύμα έχουμε εναλλάξ ένα πύκνωμα και ένα αραιώμα, επομένως εάν συμπεριλάβουμε και το πύκνωμα που έχουμε στη θέση $x=0\text{m}$ θα έχουμε συνολικά 4 πυκνώματα και 3 αραιώματα.

10.Γ.33

$$\alpha. \varphi_0 = \frac{2\pi}{T} t \quad \text{Με αντικατάσταση } t=2\text{s}, \varphi_0=12\pi \text{rad προκύπτει } T=1/3 \text{ s ή } f=3\text{Hz}$$

$$\varphi_M = 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) \quad \text{Με αντικατάσταση } x=4\text{m}, t=2\text{s}, \varphi_M=0 \text{ rad προκύπτει } \lambda=2/3 \text{ m}.$$

$$v = \lambda f \text{ ή } v = 2\text{m/s}$$

$$\beta. y_1 = 0,02 \cdot \eta\mu 2\pi \left(3t - \frac{4 \cdot 3}{2} \right) \text{ (S.I.)} \quad \text{και} \quad v_1 = 0,12\pi \cdot \sigma\upsilon\nu(3t - 6) \text{ (S.I.)} \quad \text{με} \quad t \geq 2s.$$

$$y_2 = 0,02 \cdot \eta\mu 2\pi \left(3t - \frac{6 \cdot 3}{2} \right) \text{ (S.I.)} \quad \text{και} \quad v_2 = 0,12\pi \cdot \sigma\upsilon\nu(3t - 9) \text{ (S.I.)} \quad \text{με} \quad t \geq 3s.$$

$$\gamma. \varphi_1 - \varphi_2 = \frac{2\pi \cdot (x_2 - x_1)}{\lambda} = 6\pi \text{ rad}$$

Άρα τα M_1 και M_2 βρίσκονται σε συμφωνία φάσης.

δ. Επειδή τα M_1 και M_2 βρίσκονται σε συμφωνία φάσης, κάθε στιγμή έχουν την ίδια απομάκρυνση, άρα

$$y_2 = -0,004m$$

10.Γ.34

$$\alpha. v = \lambda f = \frac{\lambda}{T} \Rightarrow v = \frac{10 \text{ cm}}{2s} = 5 \text{ cm/s}$$

Από τα διαγράμματα παίρνουμε:

$$\lambda = 10 \text{ cm}, T = 2s.$$

$$\beta. y = 0,2 \cdot \eta\mu 2\pi \left(\frac{t}{2} - \frac{x}{10} \right) \quad (y, x : \text{cm})$$

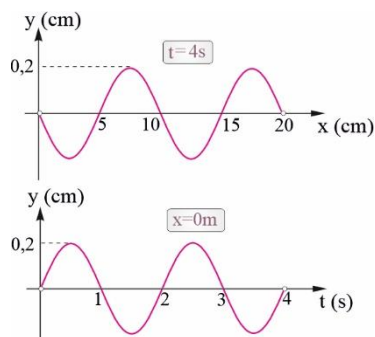
$$\gamma. \text{Θα πρέπει } \frac{t}{2} - \frac{x}{10} > 0 \Rightarrow t > \frac{2 \cdot 10}{10} \Rightarrow t > 2s$$

Άρα την $t=1s$ δεν έχει φτάσει το κύμα στο σημείο, οπότε $y=0m$, $v=0m/s$ και $a=0m/s^2$.

$$\delta. t = 4s, y = 0,2\eta\mu 2\pi \left(\frac{4}{2} - 1 \right) \Rightarrow y = 0,2\eta\mu 2\pi \Rightarrow y = 0m$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{2} = \pi \text{ rad/s}, \quad v = \omega A \cdot \sigma\upsilon\nu 2\pi \left(\frac{4}{2} - 1 \right) \Rightarrow v = 0,2\pi \text{ cm/s}$$

$$\alpha = -\omega^2 A \cdot \eta\mu 2\pi \left(\frac{4}{2} - 1 \right) = -\pi^2 \cdot 0,2 \cdot \eta\mu 2\pi \Rightarrow \alpha = 0m/s^2$$



10.Γ.35

$$\alpha. NT = \Delta t \quad \text{ή} \quad 10T = 5s \quad \text{ή} \quad T = 0,5s$$

$$\beta. \lambda = 1m, \quad v = \lambda/T \quad \text{ή} \quad v = 2m/s$$

$$\gamma. \Delta x = v t_1 \quad \text{ή} \quad \Delta x = 100m$$

$$\delta. v_{\max} = 2\pi A/T \quad \text{ή} \quad v_{\max} = 0,4\pi \text{ m/s}$$

10.Γ.36

$$\alpha. \quad x = vt \quad \text{ή} \quad 0,4 = v \cdot 0,8 \quad \text{ή} \quad v = 0,5 \text{ m/s}$$

$$\beta. \quad T = (1-0,8)\text{s} = 0,2\text{s} \quad \text{ή} \quad f = 5\text{Hz}$$

$$\lambda = v/f = 0,1\text{m}$$

$$v_{\max} = \omega \cdot A \Rightarrow A = \frac{v_{\max}}{\omega} = \frac{0,2\pi}{2\pi \cdot 5} \text{m} = 0,02\text{m}$$

$$y = 0,02 \cdot \eta\mu 2\pi(5t - 10x) \quad (\text{S.I.})$$

$$\gamma. \quad y_M = 0,02 \cdot \eta\mu 2\pi(5t - 4) \quad (\text{S.I.}) \quad \mu\epsilon \quad t \geq 0,8\text{s}$$

$$\delta. \quad \phi_0 - \phi_M = \frac{2\pi \cdot (x_M - x_0)}{\lambda} = 8\pi \text{rad}$$

10.Γ.37

α. Από το διάγραμμα προκύπτει:

$$\left. \begin{aligned} \phi &= 0 \text{rad}, \quad x = 0,8 \text{m} \\ \phi &= 4\pi \text{rad}, \quad x = 0 \text{m} \end{aligned} \right\}$$

$$\phi = 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) \xrightarrow{t=1,2\text{s}, \phi=4\pi \text{rad}, x=0\text{m}} T = 0,6\text{s} \quad \text{και} \quad f = 1/T = 5/3 \text{ Hz}$$

$$\phi = 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) \xrightarrow{\phi=0 \text{rad}, x=0,8\text{m}} \lambda = 0,4 \text{m}$$

$$v = \frac{\lambda}{T} = \frac{2}{3} \text{ m/s}$$

$$\beta. \quad y = 0,02 \cdot \eta\mu 2\pi \left(\frac{t}{0,6} - \frac{x}{0,4} \right) \quad (\text{S.I.})$$

γ. Με αντικατάσταση $x=1,2\text{m}$, $t=2,1\text{s}$ προκύπτει:

$$y = 0,02 \cdot \eta\mu 2\pi \left(\frac{2,1}{0,6} - \frac{1,2}{0,4} \right) \quad (\text{S.I.}) \Rightarrow y = 0,02 \cdot \eta\mu \pi \quad (\text{S.I.}) \Rightarrow y = 0\text{m}$$

$$v = \omega A \cdot \sigma \nu \nu \pi \Rightarrow v = -\frac{4\pi}{0,6} \text{ cm/s}$$

$$\alpha = -\omega^2 A \cdot \eta \mu \pi \Rightarrow \alpha = 0 \text{ m/s}^2$$

δ. Τα δύο στιγμιότυπα περιγράφονται από τις συναρτήσεις:

$$y_1 = 0,02 \cdot \eta \mu 2\pi \left(2 - \frac{x}{0,4} \right) \text{ (S.I.)}$$

$$y_2 = 0,02 \cdot \eta \mu 2\pi \left(2,25 - \frac{x}{0,4} \right) \text{ (S.I.)}$$

Οι γραφικές παραστάσεις δείχνονται στο διπλανό σχήμα.

10.Γ.38

α. Από τα σχήματα έχουμε:

$$\lambda = 4 \text{ cm}, T = 0,2 \text{ s} \text{ άρα } f = 5 \text{ Hz}$$

$$\beta. v = \lambda f \text{ ή } v = 20 \text{ cm/s}$$

$$\gamma. y = A \cdot \eta \mu 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) \Rightarrow y = 0,02 \cdot \eta \mu 2\pi \left(\frac{t}{0,2} - \frac{x}{4} \right) \text{ (y σε m, x σε cm)}$$

$$\delta. \varphi_M = 2\pi \left(\frac{t}{0,2} - \frac{6}{4} \right) \text{ rad}, \text{ όπου } \left(\frac{t}{0,2} - \frac{6}{4} \right) \geq 0 \text{ ή } t \geq 0,3 \text{ s}$$

Η γραφική παράσταση δείχνεται στο διπλανό σχήμα.

