

Θέματα Γ

11.Γ.1

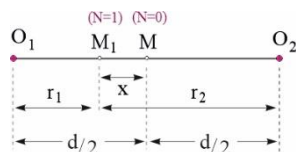
α. Το μήκος κύματος των παραγομένων κυμάτων είναι

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{0,4\text{m/s}}{10\text{Hz}} \Rightarrow \lambda = 4\text{cm}$$

Για το σημείο M που βρίσκεται στο μέσο του ευθυγράμμου τμήματος O_1O_2 ισχύει $r_1 - r_2 = N\lambda$ ($N=0$), άρα $A'=2A=2\text{mm}$

β. Έστω M_1 το πλησιέστερο σημείο στο M που ταλαντώνεται με πλάτος $2A$. Αυτό απέχει x από το M και θα έχουμε

$$r_1 - r_2 = -\lambda, (N=-1) \quad (1)$$



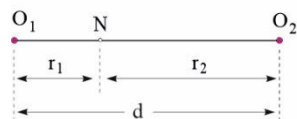
Από τη γεωμετρία του σχήματος έχουμε:

$$r_1 = \frac{d}{2} - x, \quad r_2 = \frac{d}{2} + x$$

Με αντικατάσταση στη σχέση (1) προκύπτει

$$\left(\frac{d}{2} - x\right) - \left(\frac{d}{2} + x\right) = -\lambda \Rightarrow x = \frac{\lambda}{2} = 2\text{cm} \text{ αριστερά από το μέσο M.}$$

γ. Τα σημεία του ευθυγράμμου τμήματος O_1O_2 που ταλαντώνονται με μέγιστο πλάτος ανήκουν σε υπερβολές ενίσχυσης. Έστω ένα σημείο N πάνω στο ευθύγραμμο τμήμα O_1O_2 που απέχει r_1 και r_2 από τις δύο πηγές. Θα ισχύει



$$r_1 + r_2 = O_1O_2 = 0,2\text{m} \Rightarrow r_2 = 0,2\text{m} - r_1 \text{ και}$$

$$r_1 - r_2 = N\lambda \Rightarrow r_1 - (0,2\text{m} - r_1) = N\lambda \Rightarrow$$

$$2r_1 - 0,2\text{m} = N \cdot 0,04\text{m} \Rightarrow$$

$$r_1 = 0,1\text{m} + N \cdot 0,02\text{m} \quad (1)$$

Το r_1 παίρνει τιμές μεγαλύτερες του μηδενός και μικρότερες του O_1O_2 .

$$\text{Άρα } 0\text{m} < r_1 < (O_1O_2) \Rightarrow 0\text{m} < (0,1 + N \cdot 0,02)\text{m} < 0,2\text{m} \Rightarrow$$

$$-0,1\text{m} < N \cdot 0,02\text{m} < 0,1\text{m} \Rightarrow -5 < N < 5$$

Οι ακέραιοι αριθμοί που ικανοποιούν τη διπλή ανισότητα είναι εννιά, δηλαδή οι

$N = -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4$ και τα σημεία του ευθυγράμμου τμήματος O_1O_2 που παρουσιάζουν ενισχυτική συμβολή είναι 9.

δ. Τα σημεία του ευθυγράμμου τμήματος O_1O_2 που παραμένουν διαρκώς ακίνητα ανήκουν πάνω στις υπερβολές απόσβεσης. Θα υπολογίσουμε τον αριθμό τους. Έστω ένα σημείο K πάνω στο ευθύγραμμο τμήμα O_1O_2 που απέχει r_1' και r_2' από τις δύο πηγές. Θα ισχύει

$$\begin{aligned} r_1' - r_2' &= (2N + 1) \frac{\lambda}{2} \Rightarrow r_1' - (0,2m - r_1') = (2N + 1) \frac{\lambda}{2} \Rightarrow \\ 2r_1' - 0,2m &= (2N + 1) \cdot 0,02m \Rightarrow r_1' = 0,1m + (2N + 1) \cdot 0,01m \end{aligned}$$

Το r_1' παίρνει τιμές μεγαλύτερες του μηδενός και μικρότερες του O_1O_2 .

$$\text{Άρα } 0m < r_1' < (O_1O_2) \Rightarrow 0m < 0,1m + (2N + 1) \cdot 0,01m < 0,2m \Rightarrow$$

$$\begin{aligned} -0,1m < (2N + 1) \cdot 0,01m < 0,1m &\Rightarrow -10 < (2N + 1) < 10 \Rightarrow \\ -11 < 2N < 9 &\Rightarrow -5,5 < N < 4,5 \end{aligned}$$

Οι ακέραιοι αριθμοί που ικανοποιούν τη διπλή ανισότητα είναι δέκα, δηλαδή οι

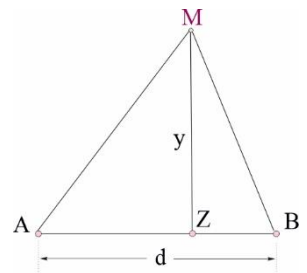
$$N = -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4$$

11.Γ.2

α. Κάνουμε ένα σχήμα στο οποίο φαίνονται το σημείο συμβολής και οι δύο πηγές.

Ισχύει ότι:

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{(AZ)}{(ZB)} &= 3 \Rightarrow (AZ) = 3(ZB) \quad (1) \\ (AZ) + (ZB) &= 8m \quad (2) \end{aligned} \right\} \Rightarrow 4(ZB) = 8m \Rightarrow (ZB) = 2m, (AZ) = 6m$$



Βρίσκουμε τις αποστάσεις των δύο πηγών από το σημείο συμβολής M :

$$\begin{aligned} (AM) &= \sqrt{(AZ)^2 + (MZ)^2} \Rightarrow (AM) = \sqrt{(6m)^2 + (8m)^2} \Rightarrow (AM) = 10m \\ (BM) &= \sqrt{(BZ)^2 + (MZ)^2} \Rightarrow (BM) = \sqrt{(2m)^2 + (8m)^2} \Rightarrow (BM) = \sqrt{68}m = 8,25m \end{aligned}$$

Από τη συνθήκη ενισχυτικής συμβολής έχουμε

$$(AM) - (BM) = N \cdot \lambda \Rightarrow (AM) - (BM) = N \cdot \frac{v}{f} \Rightarrow$$

$$f = \frac{Nv}{(AM) - (BM)} = \frac{N \cdot 350 \text{ m/s}}{1,75 \text{ m}} \Rightarrow f = N \cdot 200, \text{ (SI)} \quad (3)$$

Η συχνότητα των κυμάτων παίρνει τιμές στο διάστημα

$50 \text{ Hz} \leq f \leq 2000 \text{ Hz}$, οπότε με τη βοήθεια της σχέσης (3) παίρνουμε

$$50 \text{ Hz} \leq N \cdot 200 \leq 2000 \text{ Hz} \Rightarrow 0,25 \leq N \leq 10$$

Οι επιτρεπτές τιμές είναι $N = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10$.

Η ελάχιστη συχνότητα των εκπεμπόμενων κυμάτων, ώστε ένας ακροατής που βρίσκεται στο σημείο M να αντιλαμβάνεται ενισχυτική συμβολή είναι για $N=1$ οπότε από την (3) θα έχουμε

$$f_{\min, \text{ev}} = 200 \text{ Hz}$$

β. Από τη συνθήκη αποσβεστικής συμβολής θα έχουμε

$$(AM) - (BM) = (2N + 1) \cdot \frac{\lambda}{2} \Rightarrow (AM) - (BM) = (2N + 1) \cdot \frac{v}{2f} \Rightarrow$$

$$f = \frac{(2N + 1) \cdot 350 \text{ m/s}}{2 \cdot 1,75 \text{ m}} \Rightarrow f = (2N + 1) \cdot 100, \text{ (SI)} \Rightarrow f = 200N + 100, \text{ (SI)} \quad (4)$$

Η συχνότητα των κυμάτων παίρνει τιμές στο διάστημα

$50 \text{ Hz} \leq f \leq 2000 \text{ Hz}$, οπότε με τη βοήθεια της σχέσης (4) παίρνουμε

$$50 \text{ Hz} \leq 200N + 100 \leq 2000 \text{ Hz} \Rightarrow -50 \text{ Hz} \leq 200N \leq 1900 \text{ Hz} \Rightarrow -0,25 \leq N \leq 9,5$$

Οι επιτρεπτές τιμές είναι $N = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$.

Η ελάχιστη συχνότητα των εκπεμπόμενων κυμάτων, ώστε ένας ακροατής που βρίσκεται στο σημείο M να αντιλαμβάνεται αναιρετική συμβολή είναι για $N=0$ και με αντικατάσταση στη σχέση (4) προκύπτει

$$f_{\min, \text{av}} = 100 \text{ Hz}$$

γ. Η τρίτη συχνότητα των εκπεμπόμενων κυμάτων, ώστε ένας ακροατής που βρίσκεται στο σημείο M να αντιλαμβάνεται ενισχυτική συμβολή είναι για $N=3$, οπότε με αντικατάσταση στη σχέση (3) προκύπτει

$$f_3 = 600 \text{ Hz}$$

δ. Αντικαθιστούμε 70Hz στην σχέση (3) για να διερευνήσουμε εάν έχουμε ενισχυτική συμβολή

$$70 = N200 \Rightarrow N = 0,35 \neq \text{ακεραίου}, \text{ άρα δεν έχουμε ενισχυτική συμβολή.}$$

Αντικαθιστούμε 70 Hz στην σχέση (4) για να διερευνήσουμε εάν έχουμε αναιρετική συμβολή

$$70 = 200N + 100 \Rightarrow 2N + 1 = 0,7 \Rightarrow N = -0,15 \neq \text{ακεραίου}, \text{ άρα δεν έχουμε αναιρετική συμβολή.}$$

Επομένως το σημείο Μ ταλαντώνεται με πλάτος $0\text{m} < A' < 2A$.

11.Γ.3

α. Αφού μεταξύ του Μ (μέσο της O_1O_2) και του Α έχουμε δύο σημεία ενισχυτικής συμβολής αυτό σημαίνει ότι στο σημείο Α έχουμε ενισχυτική συμβολή για $N=3$ άρα

$$r_1 - r_2 = N\lambda \Rightarrow r_1 - r_2 = 3\lambda \quad (1)$$

β. Ανάμεσα στα Α και Β υπάρχει ένα ακόμη σημείο ενισχυτικής συμβολής άρα στο σημείο Β έχουμε ενισχυτική συμβολή για $N=5$

$$r_1' - r_2' = N\lambda \Rightarrow r_1' - r_2' = 5\lambda \quad (2)$$

γ. Βρίσκουμε το μήκος κύματος αφαιρώντας τις (2) και (1) κατά μέλη

$$r_1' - r_1 - (r_2' - r_2) = 2\lambda \Rightarrow 2x = 2\lambda \Rightarrow 2\lambda = 20\text{cm} \Rightarrow \lambda = 10\text{cm}$$

Για τα σημεία στα οποία έχουμε ενισχυτική συμβολή στο ευθύγραμμο τμήμα ανάμεσα από τις δύο πηγές ισχύει ότι

$$\left. \begin{array}{l} r_1 - r_2 = N\lambda \\ r_1 + r_2 = d \end{array} \right\} \Rightarrow 2r_1 = N\lambda + d \Rightarrow r_1 = \frac{N\lambda + d}{2} \Rightarrow r_1 = (5N + 29)\text{cm} \quad (3)$$

$$0\text{cm} < r_1 < 58\text{cm} \Rightarrow 0 < (5N + 29) < 58 \Rightarrow -5,8 < N < 5,8$$

$$N = -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5$$

Άρα το πλησιέστερο στην πηγή O_1 σημείο που ταλαντώνεται με μέγιστο πλάτος έχει $N=-5$, επομένως με αντικατάσταση στην (3) παίρνουμε

$$r_1 = [5(-5) + 29]\text{cm} \Rightarrow r_1 = (-25 + 29)\text{cm} \Rightarrow r_1 = 4\text{cm}$$

δ. Για τα σημεία στα οποία έχουμε αποσβεστική συμβολή στο ευθύγραμμο τμήμα ανάμεσα από τις δύο πηγές ισχύει ότι

$$\left. \begin{array}{l} r_1 - r_2 = \frac{(2N+1)\lambda}{2} \\ r_1 + r_2 = d \end{array} \right\} \Rightarrow 2r_1 = \frac{(2N+1)\lambda}{2} + d \Rightarrow r_1 = \frac{(2N+1)\lambda}{4} + \frac{d}{2}$$

$$0\text{cm} < r_1 < 58\text{cm} \Rightarrow 0 < (2N+1)2,5 + 29 < 58 \Rightarrow -6,3 < N < 5,3$$

$$N = -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5$$

Άρα συνολικά έχουμε 12 αποσβεστικά σημεία στο ευθύγραμμο τμήμα.

11.Γ.4

α. Βρίσκουμε το μήκος κύματος

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{340}{1250} \text{ m} \Rightarrow \lambda = 0,272 \text{ m}$$

Αρχικά για τις αποστάσεις ισχύει ότι

$$r_1 = r_2 = (AB\Gamma) = (EZH)$$

Επομένως από τη συνθήκη ενισχυτικής συμβολής θα έχουμε ότι

$$r_1 - r_2 = N\lambda \Rightarrow 0 = N\lambda \Rightarrow N = 0$$

Άρα αρχικά έχουμε ενισχυτική συμβολή.

β. Μετακινώντας το ένα σκέλος του σωλήνα κατά x το μήκος του μεγαλώνει κατά $2x$ οπότε από τη συνθήκη ενισχυτικής συμβολής θα έχουμε ότι

$$r_1' - r_2 = N\lambda \Rightarrow (r_1 + 2x) - r_2 = N\lambda \Rightarrow x = \frac{N\lambda}{2}$$

$$N = 1, x_1 = \frac{\lambda}{2} = 0,136 \text{ m}$$

$$N = 2, x_2 = \frac{2\lambda}{2} = 0,272 \text{ m}$$

$$N = 3, x_3 = \frac{3\lambda}{2} = 0,408 \text{ m}$$

γ. Από τη συνθήκη αποσβεστικής συμβολής θα έχουμε

$$r_1' - r_2 = \frac{(2N+1)\lambda}{2} \Rightarrow (r_1 + 2x) - r_2 = \frac{(2N+1)\lambda}{2} \Rightarrow x = \frac{(2N+1)\lambda}{4}$$

$$N=0, x_0 = \frac{\lambda}{4} = 0,068\text{m}$$

$$N=1, x_1 = \frac{3\lambda}{4} = 0,204\text{m}$$

$$N=2, x_2 = \frac{5\lambda}{4} = 0,340\text{m}$$

11.Γ.5

α. Το κύμα φτάνει από την πλησιέστερη πηγή, την Π₂, τη στιγμή t₂=0,1s, οπότε

$$r_2 = vt_2 = 4 \cdot 0,1\text{m} = 0,4\text{m}$$

και από την πηγή Π₁ τη στιγμή t₁=0,2s, οπότε

$$r_1 = vt_1 = 4 \cdot 0,2\text{m} = 0,8\text{m}$$

Άρα η απόσταση d ανάμεσα στις δύο πηγές είναι

$$d = r_1 + r_2 \Rightarrow d = 0,8\text{m} + 0,4\text{m} = 1,2\text{m}$$

Η απόσταση του σημείου Σ από το μέσο Μ θα είναι

$$x = r_1 - \frac{d}{2} = 0,8\text{m} - 0,6\text{m} \Rightarrow x = 0,2\text{m}$$

Το σημείο Σ είναι σημείο αποσβεστικής συμβολής, άρα ισχύει η συνθήκη

$$r_1 - r_2 = (2N+1)\frac{\lambda}{2}$$

και επειδή είναι το πρώτο δεξιά από το μέσο Μ θα έχουμε N=0, οπότε από τη συνθήκη αποσβεστικής συμβολής βρίσκουμε το μήκος κύματος

$$r_1 - r_2 = (2N+1)\frac{\lambda}{2} \Rightarrow 2(0,8\text{m} - 0,4\text{m}) = (2 \cdot 0 + 1)\lambda \Rightarrow \lambda = 0,8\text{m}$$

Άρα η απόσταση του σημείου Σ από το Μ είναι

$$x = 0,2\text{m} = \frac{\lambda}{4}$$

β. Θα βρούμε πόσες υπερβολές απόσβεσης διέρχονται μεταξύ της πηγής Π_2 και του σημείου M

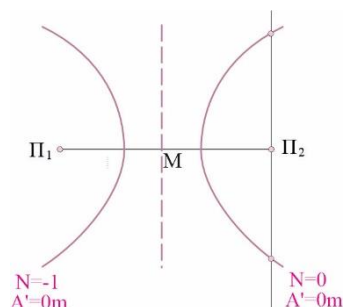
$$\left. \begin{aligned} r_1 - r_2 &= \frac{(2N+1)\lambda}{2} \\ r_1 + r_2 &= d \end{aligned} \right\} \Rightarrow 2r_1 = \frac{(2N+1)\lambda}{2} + d \Rightarrow$$

$$r_1 = \frac{(2N+1)\lambda}{4} + \frac{d}{2} \Rightarrow$$

$$r_1 = (2N+1)0,2 + 0,6 \Rightarrow r_1 = 0,4N + 0,8$$

$$0,6\text{m} < r_1 < 1,2\text{m} \Rightarrow 0,6 < 0,4N + 0,8 < 1,2 \Rightarrow -0,5 < N < 1 \Rightarrow$$

$$N = 0$$



Άρα μεταξύ της πηγής Π_2 και του σημείου M διέρχεται μία μόνο υπερβολή απόσβεσης, η οποία θα τέμνει την ευθεία που περνάει από την πηγή Π_2 και είναι κάθετη στο ευθύγραμμο τμήμα $\Pi_1\Pi_2$ σε δύο σημεία ένα πάνω και ένα κάτω από την πηγή. Άρα συνολικά θα υπάρχουν δύο σημεία πάνω στην ευθεία αυτή που είναι διαρκώς ακίνητα μετά τη συμβολή.

γ. Στο σημείο M φάνουν ταυτόχρονα τα δύο κύματα από τις δύο πηγές τη χρονική στιγμή

$$t_1 = \frac{d}{v} \Rightarrow t_1 = \frac{d}{2v} \Rightarrow t_1 = \frac{0,6\text{m}}{2,4\text{m/s}} \Rightarrow t_1 = 0,15\text{s}$$

Στο σημείο M έχουμε ενισχυτική συμβολή για $N=0$

$$r_1 - r_2 = N\lambda \Rightarrow 0 = N\lambda \Rightarrow N = 0$$

Το πλάτος ταλάντωσης της κάθε πηγής, από τη γραφική παράσταση είναι 0,2m, άρα το πλάτος του σημείου M είναι

$$A'_M = 2A = 0,4\text{m}$$

Η συχνότητα ταλάντωσης των δύο πηγών είναι

$$f = \frac{v}{\lambda} \Rightarrow f = \frac{4}{0,8}\text{Hz} = 5\text{Hz}$$

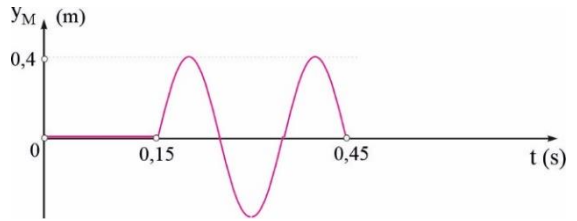
Άρα η εξίσωση απομάκρυνσης - χρόνου για το σημείο M είναι

$$\begin{cases} y = 0\text{m} & 0\text{s} \leq t < 0,15\text{s} \\ y = A\eta\mu\omega(t - t_1) = 0,4\eta\mu 10\pi(t - 0,15) \text{ (S.I.)}, & t \geq 0,15\text{s} \end{cases}$$

Στο χρονικό διάστημα από 0,15s έως 0,45s το σημείο έχει εκτελέσει αριθμό ταλαντώσεων

$$N = \frac{\Delta t}{T} = \frac{0,45\text{s} - 0,15\text{s}}{\frac{1}{5}\text{s}} = 1,5$$

Η γραφική παράσταση απομάκρυνσης - χρόνου στο παραπάνω διάστημα δείχνεται στο διπλανό σχήμα.



δ. Για να μην έχουμε καμία αποσβεστική υπερβολή στο ευθύγραμμο τμήμα ανάμεσα από τις δύο πηγές θα πρέπει η διαφορά των δύο διαδρομών να είναι μικρότερη του $\lambda'/2$

$$r_1 - r_2 < \frac{\lambda'}{2}$$

Η διαφορά $r_1 - r_2$ παίρνει τιμές μικρότερες του $d=1,2\text{m}$, οπότε έχουμε

$$1,2\text{m} < \frac{\lambda'}{2} \xrightarrow{v=\lambda'f'} 1,2\text{m} < \frac{v}{2f'} \Rightarrow f' < \frac{4}{2,4}\text{Hz} \Rightarrow f' < \frac{5}{3}\text{Hz}$$

11.Γ.6

α. Το μήκος κύματος των δύο κυμάτων είναι

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{20\text{cm/s}}{5\text{Hz}} \Rightarrow \lambda = 4\text{cm}$$

Για τις αποστάσεις του Μ από τις δύο πηγές ισχύει

$$r_1 - r_2 = 14\text{cm} - 20\text{cm} = -6\text{cm} \Rightarrow r_1 - r_2 = -3\frac{\lambda}{2}$$

δηλαδή ικανοποιείται η συνθήκη της ανααιρετικής συμβολής $r_1 - r_2 = (2N+1)\frac{\lambda}{2}$ για $N=-2$. Άρα το σημείο Μ μετά τη συμβολή των κυμάτων παραμένει διαρκώς ακίνητο.

β. Για τις αποστάσεις του Λ από τις δύο πηγές ισχύει $r_1' - r_2' = 18\text{cm} - 26\text{cm} = -8\text{cm} \Rightarrow r_1 - r_2 = -2\lambda$ δηλαδή ικανοποιείται η συνθήκη της ενισχυτικής συμβολής $r_1 - r_2 = N\lambda$ για $N=-2$. Άρα το σημείο Λ μετά τη συμβολή των κυμάτων ταλαντώνεται με πλάτος $A' = 2A = 4\text{mm}$.

γ. Τα δύο κύματα φτάνουν στο σημείο Λ τις χρονικές στιγμές:

$$t_1 = \frac{r_1}{v} = \frac{18\text{cm}}{20\text{cm/s}} \Rightarrow t_1 = 0,9\text{s} \text{ και}$$

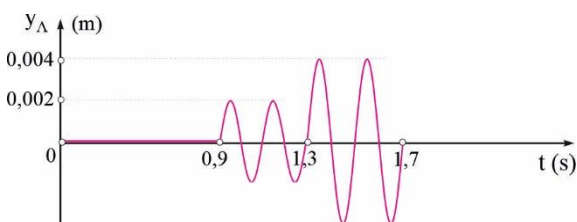
$$t_2 = \frac{r_2}{v} = \frac{26\text{cm}}{20\text{cm/s}} \Rightarrow t_2 = 1,3\text{s}$$

Μέχρι τη χρονική στιγμή $t_1=0,9\text{s}$ το σημείο Λ είναι ακίνητο. Από τη στιγμή $t_1=0,9\text{s}$ έως τη στιγμή $t_2=1,3\text{s}$ ταλαντώνεται εξαιτίας του πρώτου κύματος. Επειδή η περίοδος είναι $T=1/f=0,2\text{s}$, στο χρονικό διάστημα από $0,9\text{s}$ έως $1,3\text{s}$ το Λ έχει ολοκληρώσει 2 πλήρεις ταλαντώσεις, άρα τη στιγμή $t_2=1,3\text{s}$ που φτάνει το δεύτερο κύμα έχει απομάκρυνση $y_1=0\text{m}$ και ταχύτητα θετική.

Εξαιτίας του 2^{ου} κύματος τη στιγμή $t_2=1,3\text{s}$ το σημείο Λ θα έχει $y_2=0\text{m}$ και ταχύτητα θετική.

Άρα, η εφαρμογή της αρχής της επαλληλίας για το σημείο Λ, για τη στιγμή $t_2=1,3\text{s}$ θα δώσει $y_\Lambda=0\text{m}$ και ταχύτητα θετική.

δ. Η γραφική παράσταση απομάκρυνσης - χρόνου για το σημείο Λ μετά τη στιγμή $t_2=1,3\text{s}$ θα είναι μία αρμονική ταλάντωση με περίοδο $T=0,2\text{s}$ και πλάτος $A'=2A=4\text{mm}$, που τη στιγμή $t_2=1,3\text{s}$ το Μ διέρχεται από τη θέση ισορροπίας του με θετική ταχύτητα.



$$\epsilon. y_\Lambda = \begin{cases} 0\text{m} & \text{για } 0\text{s} \leq t < 0,9\text{s} \\ 2 \cdot 10^{-3} \eta \mu 2\pi \left(\frac{t}{0,2} - 4,5 \right) \text{ (S.I.)} & \text{για } 0,9\text{s} \leq t < 1,3\text{s} \\ 4 \cdot 10^{-3} \eta \mu 10\pi (t - 1,3) \text{ (SI),} & \text{για } 1,3\text{s} \leq t \leq 1,7\text{s} \end{cases}$$

11.Γ.7

α. Από τη δοθείσα εξίσωση ταλάντωσης των πηγών προκύπτει $A=0,01\text{m}$ και $f=5\text{Hz}$, οπότε

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{1,5\text{m/s}}{5\text{Hz}} \Rightarrow \lambda = 0,3\text{m}$$

β. Η συχνότητα ταλάντωσης του σημείου Λ είναι ίδια με αυτή των πηγών που συμβάλουν, δηλαδή 5Hz .

γ. Για τις αποστάσεις του Λ από τις δύο πηγές ισχύει

$$r_1 - r_2 = 0,6\text{m} - 1,2\text{m} = -0,6\text{m} \Rightarrow r_1 - r_2 = -2\lambda = N\lambda$$

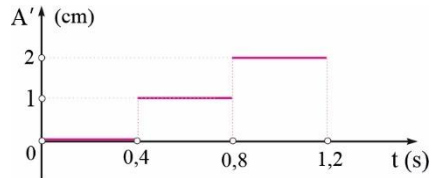
άρα, το σημείο Λ είναι σημείο ενισχυτικής συμβολής και ταλαντώνεται με πλάτος $A'=2A=0,02\text{m}$.

Τα δύο κύματα φτάνουν στο σημείο Λ τις χρονικές στιγμές:

$$t_1 = \frac{r_1}{v} = \frac{0,6\text{m}}{1,5\text{m/s}} \Rightarrow t_1 = 0,4\text{s} \text{ και}$$

$$t_2 = \frac{r_2}{v} = \frac{1,2\text{m}}{1,5\text{m/s}} \Rightarrow t_2 = 0,8\text{s}$$

Μέχρι τη χρονική στιγμή $t_1=0,4\text{s}$ το σημείο Λ είναι ακίνητο. Από τη στιγμή $t_1=0,4\text{s}$ έως τη στιγμή $t_2=0,8\text{s}$ ταλαντώνεται εξαιτίας του πρώτου μόνο κύματος. Επειδή η περίοδος είναι $T=1/f=0,2\text{s}$, στο χρονικό διάστημα από $0,4\text{s}$ έως $0,8\text{s}$ το Λ ταλαντώνεται με πλάτος $A=0,01\text{mm}$ και μετά τη χρονική στιγμή $t_2=0,8\text{s}$, που φτάνει το δεύτερο κύμα ταλαντώνεται με πλάτος $A' = 2A = 0,02\text{m}$.



δ. Τη χρονική στιγμή $t=1,225\text{s}$ το σημείο Λ εκτελεί ταλάντωση εξαιτίας και των δύο κυμάτων ($t>t_2$). Θα βρούμε την εξίσωση που περιγράφει την απομάκρυνση του Λ από τη θέση ισορροπίας του μετά τη συμβολή.

Τη χρονική στιγμή $t_2=0,8\text{s}$ που φτάνει το 2^ο κύμα στο σημείο Λ, αυτό έχει ολοκληρώσει 2 πλήρεις ταλαντώσεις εξαιτίας του 1^{ου} κύματος ($t_2 - t_1 = 0,4\text{s} = 2T$) και διέρχεται από τη θέση ισορροπίας του με θετική ταχύτητα. Επίσης, εξαιτίας του 2^{ου} κύματος τη στιγμή $t_2 = 0,8\text{s}$ το σημείο Λ θα έχει $y_2=0\text{m}$ και θετική ταχύτητα. Άρα σύμφωνα με την αρχή της επαλληλίας τη στιγμή $t_2 = 0,8\text{s}$ το σημείο Λ έχει $y=0\text{m}$ και $u>0\text{m/s}$ και εκτελεί α.α.τ που περιγράφεται από τη σχέση

$$y_A = A' \eta \mu \omega(t - t_2) \Rightarrow y_A = 0,02 \eta \mu 10\pi(t - 0,8) \text{ (SI), } t \geq 0,8\text{s}$$

Με αντικατάσταση $t=1,225\text{s}$ στην τελευταία σχέση προκύπτει $y_A = 0,01\sqrt{2}\text{m}$.

11.Γ.8

α. Η χρονική στιγμή που ο φελλός θα αρχίσει να ταλαντώνεται είναι

$$t_2 = \frac{r_2}{v} \Rightarrow t_2 = \frac{0,28\text{m}}{0,4\text{m/s}} \Rightarrow t_2 = 0,7\text{s}$$

Η χρονική στιγμή που θα αρχίσει να εκτελεί σύνθετη ταλάντωση είναι

$$t_1 = \frac{r_1}{v} \Rightarrow t_1 = \frac{0,32\text{m}}{0,4\text{m/s}} \Rightarrow t_1 = 0,8\text{s}$$

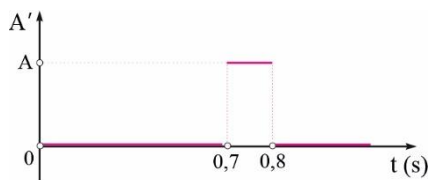
β. Στο χρονικό διάστημα $0 \leq t < 0,7\text{s}$ ο φελλός δεν ταλαντώνεται, επομένως το πλάτος είναι μηδενικό. Στο διάστημα $0,7\text{s} \leq t < 0,8\text{s}$ ο φελλός ταλαντώνεται εξαιτίας του κύματος που προέρχεται από την πλησιέστερη πηγή, άρα το πλάτος ταλάντωσης του θα είναι ίσο με το πλάτος του τρέχοντος κύματος, A . Στο διάστημα $t \geq 0,8\text{s}$ λαμβάνει χώρα συμβολή κυμάτων, επομένως πρέπει να διερευνήσουμε το είδος της συμβολής.

Το μήκος κύματος είναι

$$\lambda = vT \Rightarrow \lambda = 0,08\text{m} = 8\text{cm}$$

Η διαφορά των αποστάσεων των δύο πηγών από το σημείο συμβολής είναι $r_1 - r_2 = 4\text{cm} = \frac{\lambda}{2}$.

Άρα στο σημείο συμβολής έχουμε αποσβεστική συμβολή και επομένως το πλάτος ταλάντωσης θα είναι μηδενικό μετά τη συμβολή. Η γραφική παράσταση του πλάτους ταλάντωσης του φελλού σε συνάρτηση με τον χρόνο είναι όπως στο σχήμα.

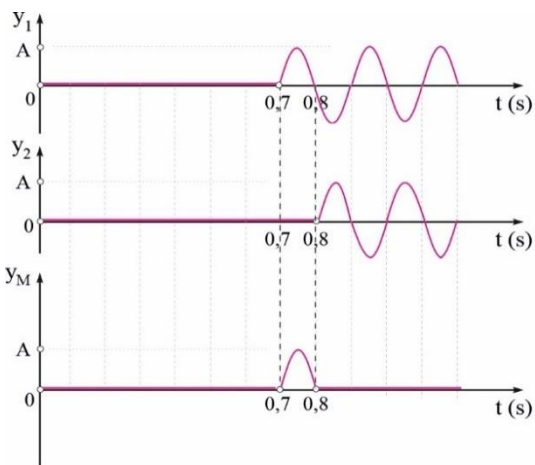


γ. Οι συναρτήσεις $y_1=f(t)$ και $y_2=f(t)$, που περιγράφουν πώς ταλαντώνεται ο φελλός εξαιτίας κάθε πηγής χωριστά είναι:

$$y_1 = A\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{r_1}{\lambda}\right) \Rightarrow y_1 = A\eta\mu 2\pi(5t - 4) \text{ (S.I.)}, \quad t \geq 0,8\text{s}$$

$$y_2 = A\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{r_2}{\lambda}\right) \Rightarrow y_2 = A\eta\mu 2\pi(5t - 3,75) \text{ (S.I.)}, \quad t \geq 0,7\text{s}$$

δ. Οι γραφικές παραστάσεις είναι όπως στο σχήμα.



ε. Το αποτέλεσμα της σύνθετης ταλάντωσης που εκτελεί ο φελλός γραφικά φαίνεται στο τελευταίο διάγραμμα.

Η εξίσωση της απομάκρυνσης - χρόνου στην περίπτωση αυτή είναι

$$\left\{ \begin{array}{l} y = A\eta\mu\omega(t - t_2) = A\eta\mu 10\pi(t - 0,7) \text{ (S.I.)}, \quad 0,7\text{s} \leq t \leq 0,8\text{s} \\ y = 0\text{m}, \quad t < 0,7\text{s} \text{ και } t > 0,8\text{s} \end{array} \right\}$$

11.Γ.9

α. Το μήκος κύματος είναι

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{0,2}{5} \text{ m} \Rightarrow \lambda = 0,04 \text{ m} = 4 \text{ cm}$$

Εξετάζουμε εάν στο σημείο Μ έχουμε ενισχυτική συμβολή

$$x_1 - x_2 = N\lambda \Rightarrow x_1 - (L - x_1) = N\lambda \Rightarrow -24 \text{ cm} = N \cdot 4 \text{ cm} \Rightarrow N = -6$$

Επομένως στο σημείο έχουμε ενίσχυση, άρα το πλάτος ταλάντωσης είναι

$$A' = 2A = 4 \text{ mm}$$

β. Η συμβολή ξεκινάει όταν φθάσει το κύμα από την πιο απομακρυσμένη πηγή

$$t_2 = \frac{x_2}{v} = \frac{32 \text{ cm}}{20 \text{ cm/s}} \Rightarrow t_2 = 1,6 \text{ s}$$

γ. Το κύμα από την πλησιέστερη πηγή φθάνει τη στιγμή

$$t_1 = \frac{x_1}{v} = \frac{8 \text{ cm}}{20 \text{ cm/s}} \Rightarrow t_1 = 0,4 \text{ s}$$

Επομένως μέχρι τη στιγμή $t_1 = 0,4 \text{ s}$ η απομάκρυνση του σημείου Μ είναι μηδενική $y_M = 0 \text{ m}$. Στο χρονικό διάστημα $0,4 \text{ s} \leq t < 1,6 \text{ s}$ στο σημείο φτάνει μόνο το κύμα από την πλησιέστερη πηγή, άρα η εξίσωση ταλάντωσης του σημείου θα είναι

$$y_M = A \eta \mu 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x_1}{\lambda} \right) \Rightarrow y_M = 2 \cdot 10^{-3} \eta \mu 2\pi (5t - 2) \text{ (S.I.)}, \quad 0,4 \text{ s} \leq t < 1,6 \text{ s}$$

Στο χρονικό διάστημα μετά τη συμβολή των δύο κυμάτων η εξίσωση ταλάντωσης του σημείου θα είναι

$$y_M = 2A \eta \mu \omega(t - t_2) \Rightarrow y_M = 4 \cdot 10^{-3} \eta \mu 10\pi(t - 1,6) \text{ (S.I.)}, \quad 1,6 \text{ s} \leq t \leq 2 \text{ s}$$

Άρα η ζητούμενη συνάρτηση $y=f(t)$ είναι

$$y_M = \begin{cases} 0 \text{ m} & \text{για } 0 \text{ s} \leq t < 0,4 \text{ s} \\ 2 \cdot 10^{-3} \eta \mu 2\pi (5t - 2) \text{ (S.I.)}, & 0,4 \text{ s} \leq t < 1,6 \text{ s} \\ 4 \cdot 10^{-3} \eta \mu 10\pi (t - 1,6) \text{ (S.I.)}, & 1,6 \text{ s} \leq t \leq 2 \text{ s} \end{cases}$$

δ. Η απομάκρυνση του σημείου Μ την $t=1,55 \text{ s}$ είναι

$$y = 2 \cdot 10^{-3} \eta \mu 2\pi(5 \cdot 1,55 - 2) \text{ (SI)} \Rightarrow y = 2 \cdot 10^{-3} \eta \mu 1,5\pi \text{ (SI)} \Rightarrow y = -2 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

ε. Η μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης του σημείου M είναι μετά τη συμβολή των κυμάτων

$$v_{\max(M)} = \omega A'_M \Rightarrow v_{\max(M)} = 10\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}} \cdot 2 \cdot 2 \cdot 10^{-3} \text{ m} \Rightarrow v_{\max(M)} = 4\pi \cdot 10^{-2} \text{ m/s}$$

11.Γ.10

$$\alpha. r_1 = vt_1 = 5 \text{ m/s} \cdot 1,4 \text{ s} \Rightarrow r_1 = 7 \text{ m}$$

$$r_2 = vt_2 = 5 \text{ m/s} \cdot 0,2 \text{ s} \Rightarrow r_2 = 1 \text{ m}$$

β. Η διαφορά στους χρόνους άφιξης των δύο κυμάτων αντιστοιχεί σε $3T$, οπότε

$$3T = 1,4 \text{ s} - 0,2 \text{ s} \Rightarrow T = 0,4 \text{ s} \text{ και } f = 2,5 \text{ Hz}$$

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{5 \text{ m/s}}{2,5 \text{ Hz}} \Rightarrow \lambda = 2 \text{ m} \text{ και από το διάγραμμα } A = 5 \text{ mm}$$

Άρα η εξίσωση απομάκρυνσης κάθε πηγής είναι

$$y_0 = 5 \cdot 10^{-3} \eta \mu 5\pi t \text{ (SI), } t \geq 0 \text{ s}$$

γ. Μέχρι τη χρονική στιγμή $t_1 = 0,2 \text{ s}$ το σημείο Σ είναι ακίνητο. Από τη στιγμή $t_1 = 0,2 \text{ s}$ έως τη στιγμή $t_2 = 1,4 \text{ s}$ ταλαντώνεται εξαιτίας του πρώτου κύματος και στη συνέχεια εκτελεί ταλάντωση πλάτους $2A$. Τα παραπάνω περιγράφονται μαθηματικά με τις επόμενες συναρτήσεις

$$y = \begin{cases} 0 \text{ m} & \text{για } 0 \text{ s} \leq t < 0,2 \text{ s} \\ 0,005 \eta \mu 2\pi \left(\frac{t}{0,4} - 0,5 \right) \text{ (S.I.)} & \text{για } 0,2 \text{ s} \leq t \leq 1,4 \text{ s} \\ 0,01 \cdot \eta \mu 5\pi (t - 1,4) \text{ (S.I.)} & \text{για } 1,4 \text{ s} < t \end{cases}$$

δ. Το μέτρο της ταχύτητας όταν $y_1 = 5\sqrt{3} \cdot 10^{-3} \text{ m}$ αναφέρεται σε στιγμή μετά τη συμβολή καθώς $y_1 > A$. Από τη διατήρηση της ενέργειας για την ταλάντωση του φελλού έχουμε

$$|v| = \omega \sqrt{A'^2 - y_1^2} = 5\pi \sqrt{(10^{-2})^2 - (5\sqrt{3} \cdot 10^{-3})^2} \text{ m/s} \Rightarrow |v| = 5\pi \sqrt{\frac{10^{-4}}{4}} \text{ m/s} \Rightarrow |v| = 0,025\pi \text{ m/s}$$

11.Γ.11

α. Η ταχύτητα διάδοσης των κυμάτων στην επιφάνεια του υγρού είναι

$$v = \frac{r_1}{t_1} = \frac{1,4}{0,35} \text{ m/s} \Rightarrow v = 4 \text{ m/s}$$

Η απόσταση r_2 του σημείου Σ από την πηγή Π_2 είναι

$$r_2 = vt_2 = 4 \cdot 0,55 \text{ m} \Rightarrow r_2 = 2,2 \text{ m}$$

β. Από το σχήμα έχουμε

$$2T = 0,55 \text{ s} - 0,35 \text{ s} \Rightarrow T = 0,1 \text{ s}$$

Η συχνότητα είναι $f = \frac{1}{T} = 10 \text{ Hz}$ και το μήκος κύματος

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{4}{10} \text{ m} \Rightarrow \lambda = 0,4 \text{ m}$$

γ. Από τη γραφική παράσταση βλέπουμε ότι μετά την $t_2=0,55 \text{ s}$ ξεκινάει η συμβολή η οποία είναι ενισχυτική, γιατί το πλάτος ταλάντωσης γίνεται διπλάσιο. Η εξίσωση ταλάντωσης μετά τη συμβολή θα είναι

$$y = 2A\eta\mu\omega(t - t_2) \Rightarrow y = 10 \cdot 10^{-3} \eta\mu 20\pi(t - 0,55) \text{ (S.I.)}, \quad t \geq 0,55 \text{ s}$$

Άρα η απομάκρυνση τη χρονική στιγμή $t=(5/8)\text{s}$ θα είναι

$$y = 10^{-2} \eta\mu 20\pi\left(\frac{5}{8} - 0,55\right) \Rightarrow y = 10^{-2} \eta\mu 1,5\pi \text{ (m)} \Rightarrow y = -10^{-2} \text{ m}$$

δ. Θέλουμε στο σημείο Σ να συμβαίνει αποσβεστική συμβολή, άρα θα έχουμε

$$r_2 - r_1 = \frac{(2N+1)\lambda'}{2} \Rightarrow 0,8 \text{ m} = \frac{(2N+1)v}{2f'} \Rightarrow f' = \frac{(2N+1)4}{1,6} \Rightarrow f' = 5N + 2,5 \text{ (SI)}$$

Την ελάχιστη συχνότητα θα την έχουμε για $N=0$, οπότε $f'_{\min} = 2,5 \text{ Hz}$.

11.Γ.12

α. Από την κλίση στο διάγραμμα βρίσκουμε τη γωνιακή συχνότητα και την περίοδο του κύματος

$$\omega = \frac{\Delta\phi}{\Delta t} = 2\pi \text{ rad/s και } T=1 \text{ s}$$

Η συχνότητα ταλάντωσης των σημείων είναι $f = \frac{\omega}{2\pi} = 1 \text{ Hz}$.

Η ταχύτητα του κύματος είναι $v = \frac{r_1}{t_1} = 2 \text{ m/s}$.

Το μήκος κύματος είναι $\lambda = \frac{v}{f} = 2 \text{ m}$.

β. Η απόσταση της Π_2 από το σημείο συμβολής είναι

$$r_2 = vt_2 = 2 \cdot 2,5 \text{ m} \Rightarrow r_2 = 5 \text{ m}$$

Από τη συνθήκη αποσβεστικής συμβολής θα έχουμε

$$r_1 - r_2 = -3 \text{ m} = -3 \frac{\lambda}{2}$$

Άρα η διαφορά των αποστάσεων των δύο πηγών από το σημείο συμβολής είναι περιττό πολλαπλάσιο μισού μήκους κύματος επομένως στο σημείο αυτό θα έχουμε απόσβεση.

γ. Από την ολική ενέργεια βρίσκουμε το πλάτος του καθενός κύματος

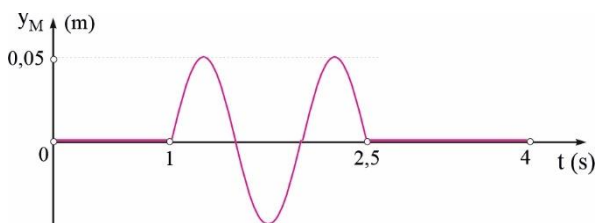
$$E = \frac{1}{2} m \omega^2 A^2 \Rightarrow A = \sqrt{\frac{2E}{m\omega^2}} \Rightarrow A = \sqrt{\frac{2 \cdot 5 \cdot 10^{-5}}{10^{-3} (2\pi)^2}} \text{ m} \Rightarrow A = 0,05 \text{ m}$$

Για $t < 1 \text{ s}$ κανένα κύμα δεν έχει φθάσει στο σημείο που βρίσκεται ο φελλός, άρα η απομάκρυνση του σημείου είναι μηδενική, $y=0 \text{ m}$. Στο χρονικό διάστημα $1 \text{ s} \leq t < 2,5 \text{ s}$ στο σημείο φθάνει το κύμα από την Π_1 , επομένως η εξίσωση απομάκρυνσης - χρόνου θα είναι $y = 0,05 \sin 2\pi(t-1)$ (S.I.).

Μετά τη χρονική στιγμή $t \geq 2,5 \text{ s}$ ξεκινάει η συμβολή η οποία είναι αποσβεστική, άρα η απομάκρυνση θα είναι πάλι μηδενική. Συμπερασματικά θα έχουμε

$$y = \begin{cases} 0 \text{ m}, & t < 1 \text{ s} \\ 0,05 \sin 2\pi(t-1) \text{ (S.I.)}, & 1 \text{ s} \leq t < 2,5 \text{ s} \\ 0 \text{ m}, & t \geq 2,5 \text{ s} \end{cases}$$

Η γραφική παράσταση δείχνεται στο διπλανό σχήμα



δ. Ο μέγιστος ρυθμός μεταβολής της ορμής του φελλού κατά τη διάρκεια της ταλάντωσής του στο χρονικό διάστημα $0 \text{ s} \leq t \leq 4 \text{ s}$ είναι ίσος με τη μέγιστη τιμή της δύναμης επαναφοράς

$$\left(\frac{dp}{dt} \right)_{\max} = DA = m\omega^2 A \Rightarrow \left(\frac{dp}{dt} \right)_{\max} = 10^{-3} \cdot (2\pi)^2 \cdot 5 \cdot 10^{-2} \text{ (SI)} \Rightarrow \left(\frac{dp}{dt} \right)_{\max} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ N}$$

Η δύναμη επαναγοράς μεγιστοποιείται στην ακραία αρνητική απομάκρυνση της ταλάντωσης, οπότε αυτό συμβαίνει τη χρονική στιγμή $t = 1s + \frac{3T}{4} = 1,75s$.

11.Γ.13

α. Τα σημεία που βρίσκονται στη μεσοκάθετο ταλαντώνονται με μέγιστο πλάτος, διότι στα σημεία αυτά έχουμε ενισχυτική συμβολή για $N=0$, άρα το πλάτος των κυμάτων θα είναι

$$A'_\Sigma = 2A \Rightarrow A = \frac{A'_\Sigma}{2} = 0,01m$$

Από την εξίσωση της απομάκρυνσης του σημείου Σ προκύπτει η γωνιακή συχνότητα

$$\omega = \pi \text{ rad/s}$$

Άρα η περίοδος είναι

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \Rightarrow T = 2s$$

β. Από το πηλίκο $\frac{v}{v_{\max}} = \frac{50}{\pi}$ βρίσκουμε το μήκος κύματος

$$\frac{v}{v_{\max}} = \frac{50}{\pi} \Rightarrow \frac{\lambda \frac{\omega}{2\pi}}{\omega 2A} = \frac{50}{\pi} \Rightarrow \lambda = 200A \Rightarrow \lambda = 2m$$

Η ταχύτητα διάδοσης των κυμάτων στο υγρό είναι $v = \frac{\lambda}{T} = 1m/s$.

Μηδενίζουμε τη φάση ταλάντωσης του σημείου Σ για να βρούμε τη χρονική στιγμή που το σημείο αυτό ξεκινάει να ταλαντώνεται

$$\varphi_\Sigma = \pi t - 6\pi = 0 \Rightarrow t = 6s$$

Στο ίδιο χρονικό διάστημα η διαταραχή διανύει την απόσταση d μεταξύ των δύο πηγών οπότε

$$d = vt = 6m$$

γ. Η χρονική στιγμή που το σημείο Σ θα βρεθεί για τρίτη φορά στην ακραία αρνητική θέση της ταλάντωσής του είναι

$$t = \frac{d}{v} + \frac{3T}{4} + 2T \Rightarrow t = \left(6 + \frac{3}{4} \cdot 2 + 2 \cdot 2 \right) s = 11,5s$$

δ. Για τα σημεία ενίσχυσης που βρίσκονται μεταξύ των πηγών Π_1, Π_2 ισχύει

$$\left. \begin{aligned} r_1 - r_2 &= N\lambda \\ r_1 + r_2 &= d \end{aligned} \right\} \Rightarrow 2r_1 = N\lambda + d \Rightarrow r_1 = \frac{N\lambda + d}{2} \Rightarrow r_1 = 3 + N \text{ (S.I.)}$$

$$0\text{m} < r_1 < d \Rightarrow 0 < 3 + N < d \Rightarrow -3 < N < 3$$

$$N = -2, -1, 0, 1, 2$$

Άρα μεταξύ των πηγών Π_1, Π_2 υπάρχουν 5 ενισχυτικά σημεία.

11.Γ.14

α. Επειδή οι δύο πηγές διέρχονται από τη θέση ισορροπίας τους 20 φορές σε κάθε δευτερόλεπτο η συχνότητα της ταλάντωσης θα είναι 10Hz, αφού σε κάθε πλήρη ταλάντωση το κάθε υλικό σημείο διέρχεται δύο φορές από τη θέση ισορροπίας του. Επομένως το μήκος κύματος των κυμάτων είναι

$$\lambda = \frac{v}{f} \Rightarrow \lambda = \frac{2}{10} \text{m} = 0,2\text{m}$$

Από το διάγραμμα παρατηρούμε ότι για το σημείο Μ που βρίσκεται πάνω στο ευθύγραμμο τμήμα $\Pi_1\Pi_2$ η συμβολή ξεκινάει τη χρονική στιγμή 0,8s και στη συνέχεια το πλάτος της ταλάντωσης του σημείου δεν αλλάζει. Αυτό σημαίνει ότι υπάρχει ένα διάστημα στο οποίο δεν έχει φθάσει κανένα κύμα και μετά τη στιγμή 0,8s φθάνουν ταυτόχρονα τα δύο κύματα. Άρα το σημείο Μ είναι στο μέσο του ευθύγραμμου τμήματος και θα είναι ενισχυτικό σημείο για $N=0$. Επομένως έχουμε

$$r_1 - r_2 = N\lambda \Rightarrow r_1 - r_2 = 0 \Rightarrow r_1 = r_2 \quad (1)$$

Από την ταχύτητα των κυμάτων βρίσκουμε τις αποστάσεις του σημείου από τις δύο πηγές

$$r_1 = r_2 = vt \Rightarrow r_1 = r_2 = 2 \cdot 0,8\text{m} = 1,6\text{m}$$

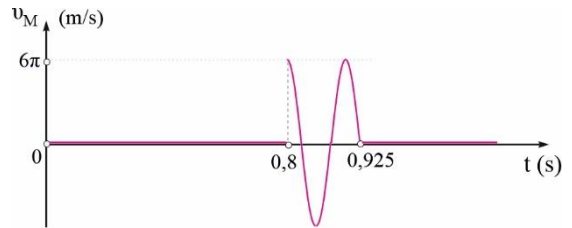
β. Η εξίσωση απομάκρυνσης - χρόνου για το σημείο Μ είναι

$$\begin{cases} y = 0\text{m} & 0\text{s} \leq t < 0,8\text{s} \\ y = 0,3\eta\mu 20\pi(t - 0,8) \text{ (S.I.)}, & t \geq 0,8\text{s} \end{cases}$$

και η εξίσωση ταχύτητας - χρόνου του σημείου Μ είναι

$$\begin{cases} v = 0\text{m/s}, & 0 \leq t < 0,8\text{s} \\ v = 20\pi \cdot 0,3\sigma\upsilon\nu 20\pi(t - 0,8) = 6\pi \cdot \sigma\upsilon\nu 20\pi(t - 0,8) \text{ (S.I.)}, & t \geq 0,8\text{s} \end{cases}$$

Η γραφική παράσταση της ταχύτητας του σημείου σε συνάρτηση με τον χρόνο είναι όπως στο σχήμα.



γ. Το σημείο Μ έχει κάνει 2 πλήρεις ταλαντώσεις τη στιγμή

$$t_1 = 0,8s + 2T = 1s$$

Το σημείο Μ που ανήκει σε υπερβολή ενίσχυσης ταλαντώνεται με πλάτος 0,3m μετά τη συμβολή, άρα η κάθε πηγή έχει πλάτος ταλάντωσης $A=0,15m$. Στο χρονικό διάστημα από 0s έως 1s η κάθε πηγή έχει εκτελέσει αριθμό ταλαντώσεων

$$N = \frac{\Delta t}{T} = \frac{1s}{0,1s} = 10$$

Άρα το μήκος διαδρομής είναι

$$s = 10 \cdot 4A = 40A = 40 \cdot 0,15m = 6m$$

δ. Από Α.Δ.Ε.Τ. για το σημείο αυτό θα έχουμε

$$|v| = \omega \sqrt{A'^2 - y^2} \Rightarrow |v| = 20\pi \sqrt{0,3^2 - 0,1^2} \text{ m/s} \Rightarrow |v| = 20\pi \sqrt{0,09 - 0,01} \text{ m/s} \Rightarrow |v| = 4\pi\sqrt{2} \text{ m/s}$$

11.Γ.15

α. Μεταξύ των πηγών δημιουργείται άρτιος αριθμός σημείων απόσβεσης. Δύο σημεία απόσβεσης που βρίσκονται πάνω στο ευθύγραμμο τμήμα που ενώνει τις πηγές απέχουν μεταξύ τους $\lambda/2$. Άρα για την απόσταση μεταξύ των ακραίων σημείων που έχουν ανααιρετική συμβολή έχουμε

$$d = (N-1) \frac{\lambda}{2} \Rightarrow 0,5m = (6-1) \frac{\lambda}{2} \Rightarrow \lambda = 0,2m$$

β. $v = \lambda f = 0,8m/s$

γ. Το σημείο Μ απέχει $r_1=52cm$ και $r_2=L-r_1=12cm$ αντίστοιχα από τις δύο πηγές.

Είναι $r_1 - r_2 = N \cdot 0,2m$ για $N=2$, άρα το σημείο Μ είναι σημείο ενισχυτικής συμβολής.

Το κύμα από την πηγή Π₁ φτάνει στο σημείο Μ τη χρονική στιγμή

$$t_1 = \frac{r_1}{v} = \frac{0,52\text{m}}{0,8\text{m/s}} \Rightarrow t_1 = 0,65\text{s} \text{ και από την πηγή } \Pi_2 \text{ τη χρονική στιγμή}$$

$$t_2 = \frac{r_2}{v} = \frac{0,12\text{m}}{0,8\text{m/s}} \Rightarrow t_2 = 0,15\text{s}$$

Η εξίσωση της απομάκρυνσης με τον χρόνο είναι

$$y_M = \begin{cases} 0\text{m} & \text{για } 0\text{s} \leq t < 0,15\text{s} \\ 0,002\eta\mu 8\pi(t - 0,15) \text{ (S.I.)} & \text{για } 0,15\text{s} \leq t < 0,65\text{s} \\ 0,004\eta\mu 8\pi(t - 0,65) \text{ (S.I.)} & \text{για } 0,65\text{s} \leq t \end{cases}$$

δ. Η περίοδος του κύματος είναι $T=1/f=0,25\text{s}$.

Τη χρονική στιγμή $t_1=0,9\text{s}=0,65\text{s}+0,25\text{s}$ το σημείο Μ έχει κάνει μία πλήρη ταλάντωση με πλάτος 2Α και διέρχεται από τη θέση ισορροπίας του με θετική ταχύτητα που είναι ίση με

$$v=v_{\max}=\omega A'=8\pi \cdot 0,004 \text{ m/s} \text{ ή } v=0,032\pi \text{ m/s}$$

11.Γ.16

α. Κάθε αναιρετική υπερβολή που τέμνει το ευθύγραμμο τμήμα $\Pi_1\Pi_2$, τέμνει την περιφέρεια του κύκλου σε δύο σημεία. Για ένα σημείο του ευθυγράμμου τμήματος που ενώνει τις πηγές και στο οποίο συμβαίνει αποσβεστική συμβολή και για τις αποστάσεις του από τις πηγές ισχύει

$$r_1 - r_2 = (2N + 1)\frac{\lambda}{2}$$

$$r_1 + r_2 = (\Pi_1\Pi_2)$$

Με πρόσθεση κατά μέλη προκύπτει

$$2r_1 = (\Pi_1\Pi_2) + (2N + 1)\frac{\lambda}{2} \Rightarrow r_1 = \frac{2\text{m}}{2} + (2N + 1)\frac{0,8\text{m}}{4} \Rightarrow r_1 = 1,2\text{m} + N \cdot 0,4\text{m}$$

Για την απόσταση r_1 , έχουμε

$$0\text{m} < r_1 < (\Pi_1\Pi_2) \Rightarrow 0\text{m} < 1,2\text{m} + N \cdot 0,4\text{m} < 2\text{m} \Rightarrow$$

$$-1,2\text{m} < N \cdot 0,4\text{m} < 0,8\text{m} \Rightarrow -3 < N < 2$$

Άρα, τα σημεία απόσβεσης που βρίσκονται μεταξύ των πηγών Π_1, Π_2 είναι 4, για $N=-2, -1, 0$ και $N=1$. Ο αριθμός των σημείων που βρίσκονται πάνω στην περιφέρεια του κύκλου και συμβαίνει σε αυτά αναιρετική συμβολή θα είναι 8.

β. Για τις αποστάσεις του σημείου Σ ισχύει

$$r_1 - r_2 = \lambda \Rightarrow r_1 - r_2 = 0,8\text{m} \quad (1)$$

Επίσης η γωνία $\Pi_1\Sigma\Pi_2$ είναι ορθή, οπότε από το πυθαγόρειο θεώρημα έχουμε

$$r_1^2 + r_2^2 = (2\text{m})^2 \quad (2)$$

Ο συνδυασμός των (1) και (2) δίνει

$$r_2^2 + 0,8r_2 - 1,68 = 0$$

Η επίλυση του τριώνυμου δίνει $r_2 = 0,96\text{m}$ και $r_1 = 1,76\text{m}$.

γ. Το κύμα από την πηγή Π_1 φτάνει στο σημείο Σ τη χρονική στιγμή

$$t_1 = \frac{r_1}{v} = \frac{1,76\text{m}}{0,8\text{m/s}} \Rightarrow t_1 = 2,2\text{s} \quad \text{και από την πηγή } \Pi_2 \text{ τη χρονική στιγμή}$$

$$t_2 = \frac{r_2}{v} = \frac{0,96\text{m}}{0,8\text{m/s}} \Rightarrow t_2 = 1,2\text{s}$$

Από $v = \lambda f$ προκύπτει $f = 1\text{Hz}$ και $T = 1\text{s}$.

Η εξίσωση της απομάκρυνσης με τον χρόνο είναι

$$y_{\Sigma} = \begin{cases} 0\text{m} & \text{για } 0\text{s} \leq t < 1,2\text{s} \\ 0,002\eta\mu 2\pi(t-1,2) \quad (\text{S.I.}) & \text{για } 1,2\text{s} \leq t < 2,2\text{s} \\ 0,004\eta\mu 2\pi(t-2,2) \quad (\text{S.I.}) & \text{για } 2,2\text{s} \leq t \end{cases}$$

δ. Το σημείο Σ ξεκινάει να ταλαντώνεται τη στιγμή $t_2 = 1,2\text{s}$, που φτάνει το κύμα από την πηγή Π_2 . Μέχρι τη χρονική στιγμή $t_1 = 2,2\text{s}$ που φτάνει το κύμα από την πηγή Π_1 , περνά μία περίοδος που ταλαντώνεται με πλάτος A και το σημείο Σ διανύει μήκος διαδρομής ίσο με

$$s_1 = 1 \cdot 4A \Rightarrow s_1 = 8\text{mm}$$

Από τη στιγμή $t_1 = 2,2\text{s}$ που αρχίζει η συμβολή, μέχρι τη στιγμή $t_3 = 3,2\text{s}$, περνάει 1 περίοδος που το Σ ταλαντώνεται με πλάτος $2A$ και διανύει μήκος διαδρομής ίσο με

$$s_2 = 1 \cdot 4 \cdot 2A \Rightarrow s_2 = 16\text{mm}$$

Άρα, συνολικά το Σ διανύει μήκος διαδρομής ίσο με

$$s = s_1 + s_2 = 24\text{mm}$$

11.Γ.17

α. $v = \lambda f \Rightarrow \lambda = 0,4\text{m}$

Η διαφορά στους χρόνους άφιξης των δύο κυμάτων στο σημείο Σ είναι μία και μισή περίοδος, άρα

$$r_2 - r_1 = vt_2 - vt_1 = v(t_2 - t_1) = v \frac{3T}{2} \Rightarrow r_2 - r_1 = \frac{3}{2}\lambda = (2N+1)\frac{\lambda}{2} \quad (1)$$

δηλαδή στο Σ θα συμβεί αποσβεστική συμβολή.

$$\beta. r_1 = vt_1 = 0,8\text{m}$$

Από τη σχέση (1) έχουμε

$$r_2 = r_1 + \frac{3}{2}\lambda = 0,8\text{m} + \frac{3}{2}0,4\text{m} \Rightarrow r_2 = 1,4\text{m}$$

Άρα, η απόσταση μεταξύ των δύο πηγών είναι $(\Pi_1\Pi_2)=r_1+r_2=0,8\text{m}+1,4\text{m}=2,2\text{m}$.

γ. Για ένα σημείο του ευθυγράμμου τμήματος $\Pi_1\Pi_2$ που ενώνει τις πηγές και στο οποίο συμβαίνει ενισχυτική συμβολή και για τις αποστάσεις του από τις πηγές ισχύει

$$r'_1 - r'_2 = N\lambda = N \cdot 0,4\text{m}$$

$$r'_1 + r'_2 = 2,2\text{m}$$

Με πρόσθεση κατά μέλη προκύπτει

$$2r'_1 = 2,2\text{m} + N \cdot 0,4\text{m} \Rightarrow r'_1 = 1,1\text{m} + N \cdot 0,2\text{m}$$

Για την απόσταση r'_1 ισχύει

$$0\text{m} \leq r'_1 \leq 2,2\text{m} \Rightarrow 0\text{m} \leq 1,1\text{m} + N \cdot 0,2\text{m} \leq 2,2\text{m} \Rightarrow -1,1\text{m} \leq N \cdot 0,2 \leq 1,1\text{m} \Rightarrow -5,5 \leq N \leq 5,5$$

Άρα, τα σημεία ενίσχυσης που βρίσκονται μεταξύ των πηγών Π_1, Π_2 είναι 11, για $N=-5$ έως $N=5$.

δ. Το σημείο Λ που απέχει $r_{1\Lambda}=0,3\text{m}$ από την Π_1 θα απέχει $r_{2\Lambda}=1,9\text{m}$ από την Π_2 . Για τη διαφορά των αποστάσεων του Λ από τις πηγές έχουμε

$$r_{2\Lambda} - r_{1\Lambda} = 1,9\text{m} - 0,3\text{m} \text{ ή } r_{2\Lambda} - r_{1\Lambda} = 1,6\text{m} = 4\lambda$$

Άρα το σημείο Λ είναι σημείο ενισχυτικής συμβολής και ταλαντώνεται με πλάτος 2A μετά την άφιξη του δεύτερου κύματος. Το κύμα από την πηγή Π_2 φτάνει στο Λ τη χρονική στιγμή

$$t_2 = \frac{r_2}{v} = \frac{1,9\text{m}}{0,8\text{m/s}} \Rightarrow t_2 = 2,375\text{s}$$

και μέχρι τη στιγμή $t_3=3\text{s}$ έχει ταλαντωθεί για χρονικό διάστημα

$$\Delta t = 3\text{s} - 2,375\text{s} = 0,625\text{s} \text{ ή } \Delta t = 0,5\text{s} + 0,125\text{s}$$

Το χρονικό αυτό διάστημα αντιστοιχεί σε μία περίοδο και το $1/4$ μιας περιόδου, άρα το σημείο Λ τη στιγμή $t_3=3\text{s}$ βρίσκεται στην ακραία θετική του απομάκρυνση και έχει ταχύτητα ίση με μηδέν.

11.Γ.18

α. Η συχνότητα των κυμάτων προκύπτει από τη γωνιακή τους συχνότητα

$$\omega = 2\pi f \Rightarrow f = 1\text{Hz}$$

και η ταχύτητα των κυμάτων είναι $v = \lambda f = 1\text{m/s}$.

Η απόσταση του Σ από την πηγή Π_1 είναι

$$r_1 = vt_1 = 1\text{m/s} \cdot 2\text{s} \Rightarrow r_1 = 2\text{m}$$

και από την πηγή Π_2

$$r_2 = vt_2 = 1\text{m/s} \cdot 5\text{s} \Rightarrow r_2 = 5\text{m}$$

β. Η διαφορά των αποστάσεων του Σ από τις δύο πηγές είναι $r_2 - r_1 = 3\text{m} = N\lambda$, για $N=3$,

άρα το Σ είναι σημείο ενίσχυσης.

γ. Αφού από το σημείο Σ διέρχεται η υπερβολή ενίσχυσης για $N=3$, υπάρχουν δύο ακόμα υπερβολές ενίσχυσης, ανάμεσα σ' αυτήν που διέρχεται από το Σ και τη μεσοκάθετο του $\Pi_1\Pi_2$, αυτές που αντιστοιχούν στο $N=1$ και $N=2$.

Για ένα σημείο του ευθυγράμμου τμήματος $\Pi_1\Pi_2$ στο οποίο συμβαίνει ενισχυτική συμβολή, αν r_1 , r_2 είναι οι αποστάσεις του από τις πηγές και x η απόστασή του από το μέσο του $\Pi_1\Pi_2$ ισχύει

$$r_2 - r_1 = N\lambda \Rightarrow \left(\frac{L}{2} + x\right) - \left(\frac{L}{2} - x\right) = N\lambda \Rightarrow 2x = N\lambda \Rightarrow x = N\frac{\lambda}{2}$$

Άρα για $N=1$, η αντίστοιχη υπερβολή τέμνει το τμήμα $\Pi_1\Pi_2$ σε σημείο που απέχει από το Μ κατά $x_1 = \lambda/2 = 0,5\text{m}$

και για $N=2$, η αντίστοιχη υπερβολή τέμνει το τμήμα $\Pi_1\Pi_2$ σε σημείο που απέχει από το Μ κατά $x_2 = 2\lambda/2 = 1\text{m}$.

δ. Η περίοδος των κυμάτων είναι $T=1/f=1\text{s}$. Το σημείο Σ ξεκινάει να ταλαντώνεται τη στιγμή $t_1=2\text{s}$. Μέχρι τη χρονική στιγμή $t_2=5\text{s}$ που φτάνει το κύμα από την πηγή Π_2 , περνάει τρεις περίοδοι που ταλαντώνεται με πλάτος A και το σημείο Σ διανύει μήκος διαδρομής ίσο με

$$s_1 = 2 \cdot 4A \Rightarrow s_1 = 2,4\text{m}$$

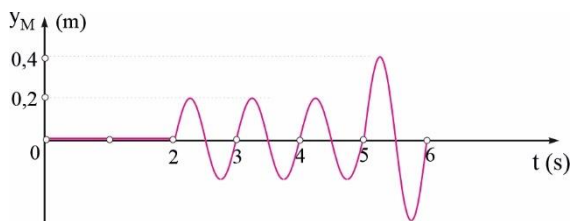
Από τη στιγμή $t_2=5\text{s}$ που αρχίζει η συμβολή, μέχρι τη στιγμή $t_3=6\text{s}$, περνάει 1 περίοδος που το Σ ταλαντώνεται με πλάτος $2A$ και διανύει μήκος διαδρομής ίσο με

$$s_2 = 1 \cdot 4 \cdot 2A \Rightarrow s_2 = 1,6\text{m}$$

Άρα, συνολικά το Σ διανύει μήκος διαδρομής ίσο με

$$s = s_1 + s_2 = 4\text{m}$$

Το διάγραμμα της απομάκρυνσης του Σ σε συνάρτηση με τον χρόνο δείχνεται στο σχήμα.



11.Γ.19

α. Η περίοδος των κυμάτων προκύπτει από τη γωνιακή τους συχνότητα

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = 4\text{s}$$

Τα κύματα κινούνται με σταθερή ταχύτητα και διανύουν την απόσταση L σε 4 περιόδους. Άρα η ταχύτητα των κυμάτων είναι

$$v = \frac{L}{t} = \frac{L}{4T} \Rightarrow v = 0,2\text{m/s}$$

β. Το μήκος κύματος είναι $\lambda = vT = 0,8\text{m}$.

Η εξίσωση της φάσης του 1^{ου} κύματος για μια στιγμή t , στο σημείο Σ, είναι

$$\varphi_1 = 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r_1}{\lambda} \right) \quad (1)$$

και η εξίσωση της φάσης του 2^{ου} κύματος την ίδια στιγμή t , στο σημείο Σ, είναι

$$\varphi_2 = 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r_2}{\lambda} \right) \quad (2)$$

Αφαιρώντας τη σχέση (2) από την (1) προκύπτει

$$\varphi_1 - \varphi_2 = 2\pi \frac{r_2 - r_1}{\lambda} \Rightarrow 5\pi = 2\pi \frac{r_2 - 3\text{m}}{0,8\text{m}} \Rightarrow r_2 = 5\text{m}$$

γ. Το κύμα από την πηγή Π₁ φτάνει στο σημείο Σ τη χρονική στιγμή

$$t_1 = \frac{r_1}{v} = \frac{3\text{m}}{0,2\text{m/s}} \Rightarrow t_1 = 15\text{s}$$

και από την πηγή Π₂ τη χρονική στιγμή

$$t_2 = \frac{r_2}{v} = \frac{5\text{m}}{0,2\text{m/s}} \Rightarrow t_2 = 25\text{s}$$

Άρα τη στιγμή $t_3=30s$ έχει αρχίσει η συμβολή των κυμάτων.

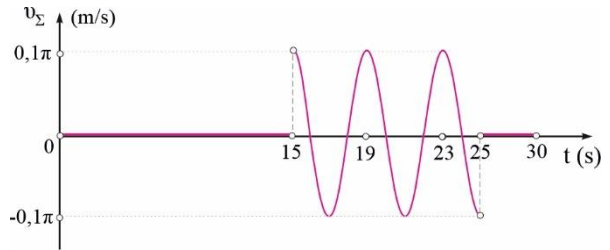
Η διαφορά των αποστάσεων του Σ από τις δύο πηγές είναι

$$r_2 - r_1 = 2m = 2,5\lambda = (2N + 1)\frac{\lambda}{2}, \text{ για } N=2,$$

άρα το Σ είναι σημείο απόσβεσης και η επιτάχυνσή του είναι μηδέν.

δ. Η μέγιστη ταχύτητα του Σ πριν τη συμβολή των κυμάτων είναι $v_{\max} = \omega A = 0,1\pi \text{ m/s}$.

Το διάγραμμα της ταχύτητας του Σ σε συνάρτηση με τον χρόνο για το χρονικό διάστημα $0s \leq t \leq 30s$, δείχνεται στο σχήμα.



11.Γ.20

α. Η συχνότητα και η περίοδος των κυμάτων προκύπτουν από τη γωνιακή τους συχνότητα

$$\omega = 2\pi f \Rightarrow f = 0,5\text{Hz και } T=1/f=2s$$

Το μήκος κύματος είναι $\lambda = vT = 6\text{m}$.

Η απόσταση του Σ από την πηγή Π_1 είναι

$$r_1 = vt_1 = 6\text{m}$$

και από την πηγή Π_2

$$r_2 = vt_2 = v4T \Rightarrow r_2 = 24\text{m}$$

β. Η διαφορά των αποστάσεων του Σ από τις δύο πηγές είναι

$$r_2 - r_1 = 18\text{m} = 3\lambda = N\lambda, \text{ για } N=3,$$

άρα το Σ είναι σημείο ενίσχυσης με πλάτος $2A=0,8\text{m}$ και μέγιστη επιτάχυνση

$$a_{\max} = \omega^2 2A = \pi^2 2A = 8\text{m/s}^2$$

γ. Από τη μεσοκάθετο μέχρι την υπερβολή που διέρχεται από το Σ είναι 4 υπερβολές ενίσχυσης, που αντιστοιχούν στους ακέραιους από $N=0$ έως $N=3$ και ανάμεσα σ' αυτές βρίσκονται 3 υπερβολές απόσβεσης. Για ένα σημείο του ευθυγράμμου τμήματος $\Pi_1\Pi_2$ στο οποίο συμβαίνει αποσβετική

συμβολή, αν r_1, r_2 είναι οι αποστάσεις του από τις πηγές και x η απόστασή του από το μέσο του $\Pi_1\Pi_2$ ισχύει

$$r_2 - r_1 = (2N + 1) \frac{\lambda}{2} \Rightarrow \left(\frac{L}{2} + x \right) - \left(\frac{L}{2} - x \right) = (2N + 1) \frac{\lambda}{2} \Rightarrow 2x = (2N + 1) \frac{\lambda}{2} \Rightarrow x = (2N + 1) \frac{\lambda}{4}$$

Άρα για $N=0$, η αντίστοιχη υπερβολή τέμνει το τμήμα $\Pi_1\Pi_2$ σε σημείο που απέχει από το M κατά $x_1 = \lambda/4 = 1,5\text{m}$,

για $N=1$, η αντίστοιχη υπερβολή τέμνει το τμήμα $\Pi_1\Pi_2$ σε σημείο που απέχει από το M κατά $x_2 = 3\lambda/4 = 4,5\text{m}$

και για $N=2$, η αντίστοιχη υπερβολή τέμνει το τμήμα $\Pi_1\Pi_2$ σε σημείο που απέχει από το M κατά $x_3 = 5\lambda/4 = 7,5\text{m}$.

δ. Το σημείο Σ , από τη στιγμή $t_2=8\text{s}$ που ξεκινάει η συμβολή, μέχρι τη στιγμή $t_3=8,5\text{s}$, έχει ταλαντωθεί για $\Delta t=0,5\text{s}$ που αντιστοιχεί σε χρονικό διάστημα $T/4$, οπότε βρίσκεται στην ακραία θετική απομάκρυνση, όπου η κινητική του ενέργεια και ο λόγος της προς τη δυναμική είναι μηδέν.

11.Γ.21

α. Η διαφορά των αποστάσεων του Σ από τις δύο πηγές είναι

$$r_1 - r_2 = -0,4\text{m} = -1\lambda = N\lambda, \text{ για } N=-1,$$

άρα το Σ είναι σημείο ενίσχυσης με πλάτος $A' = 2A = 0,8\text{m}$.

Το ποσοστό μεταβολής της ενέργειας ταλάντωσης του Σ πριν και μετά τη συμβολή είναι

$$\pi\% = \frac{E' - E}{E} 100\% = \frac{\frac{1}{2}DA'^2 - \frac{1}{2}DA^2}{\frac{1}{2}DA^2} 100\% = \frac{(2A)^2 - A^2}{A^2} 100\% \Rightarrow$$

$$\pi\% = 300\%$$

β. Η γωνιακή συχνότητα ισούται με $\omega = 2\pi f = 0,4\pi \text{ rad/s}$.

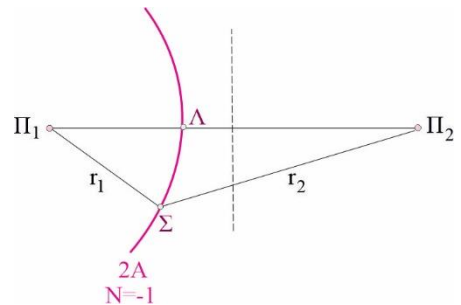
Η ΑΔΕΤ θα δώσει την κινητική ενέργεια του Σ

$$E = K + U \Rightarrow K = \frac{1}{2}DA'^2 - \frac{1}{2}Dy^2 = \frac{1}{2}m\omega^2 A'^2 - \frac{1}{2}m\omega^2 y^2 \Rightarrow K = 9,6 \cdot 10^{-4} \text{ J}$$

γ. Η ταχύτητα των κυμάτων είναι $v = \lambda f = 0,08\text{m/s}$.

Αφού το σημείο Λ ανήκει στην ίδια υπερβολή με το Σ θα ισχύει και γι' αυτό

$$r_{2\Lambda} - r_{1\Lambda} = 1\lambda = 0,4\text{m} \quad (1)$$



Η απόσταση του Σ από την πηγή Π_1 είναι $r_{1\Lambda} = v t_1 = 0,2\text{m}$

οπότε η σχέση (1) δίνει $r_{2\Lambda} = r_{1\Lambda} + \lambda = 0,6\text{m}$.

Άρα η συμβολή αρχίζει στο Λ τη στιγμή

$$t_2 = \frac{r_{2\Lambda}}{v} = \frac{0,6\text{m}}{0,08\text{m/s}} \Rightarrow t_2 = 7,5\text{s}$$

δ. Η περίοδος των κυμάτων είναι $T=1/f=5\text{s}$.

Το σημείο Σ, από τη στιγμή $t_2=7,5\text{s}$ που ξεκινάει η συμβολή, μέχρι τη στιγμή $t_3=10\text{s}$, έχει ταλαντωθεί για $\Delta t=2,5\text{s}$ που αντιστοιχεί σε χρονικό διάστημα $T/2$, οπότε διέρχεται από τη θέση ισορροπίας του με αρνητική ταχύτητα μέγιστου μέτρου, άρα

$$u = -u_{\max} = -\omega A' = -\omega 2A = -0,4\pi \cdot 0,8 \text{ m/s} \text{ ή } u = -0,32\pi \text{ m/s}$$

11.Γ.22

α. Η γωνιακή συχνότητα και η περίοδος των κυμάτων προκύπτουν από τη συχνότητα

$$\omega = 2\pi f = 2\pi \text{ rad/s}, T = 1/f = 1\text{s}$$

και η ταχύτητα των κυμάτων είναι $v = \lambda f = 1\text{m/s}$.

Η απόσταση του Σ από την πηγή Π_1 είναι

$$r_1^2 = 15^2 + 8^2 \Rightarrow r_1 = 17\text{m}$$

Η απόσταση του Σ από την πηγή Π_2 είναι

$$r_2^2 = 6^2 + 8^2 \Rightarrow r_2 = 10\text{m}$$

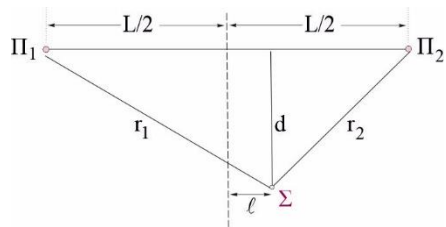
Το κύμα από την πηγή Π_1 φτάνει στο σημείο Σ τη χρονική στιγμή

$$t_1 = \frac{r_1}{v} = \frac{17\text{m}}{1\text{m/s}} \Rightarrow t_1 = 17\text{s}$$

και από την πηγή Π_2 τη χρονική στιγμή

$$t_2 = \frac{r_2}{v} = \frac{10\text{m}}{1\text{m/s}} \Rightarrow t_2 = 10\text{s}$$

που είναι η στιγμή που ξεκινάει να ταλαντώνεται.



β. Τη στιγμή $t_3=15s$ δεν έχει αρχίσει η συμβολή. Από τη χρονική στιγμή $t_2=10s$ που φτάνει το κύμα από την πηγή Π_2 , μέχρι τη στιγμή $t_3=15s$ περνάνε πέντε περίοδοι, που ταλαντώνεται με πλάτος A και το σημείο Σ διανύει μήκος διαδρομής ίσο με

$$s = 5 \cdot 4A \Rightarrow s = 1m$$

γ. Η διαφορά των αποστάσεων του Σ από τις δύο πηγές είναι

$$r_1 - r_2 = 7m = 7\lambda = N\lambda, \text{ για } N=7,$$

άρα το Σ είναι σημείο ενίσχυσης με πλάτος $A' = 2A = 0,1m$.

Από τη χρονική στιγμή $t_3=17s$ που αρχίζει η συμβολή, μέχρι τη στιγμή $t_4=20s$ περνάνε τρεις περίοδοι και το Σ βρίσκεται στη θέση ισορροπίας του έχοντας μέγιστη ταχύτητα. Η κινητική του ενέργεια είναι

$$K = \frac{1}{2}mv_{\max}^2 = \frac{1}{2}m(\omega 2A)^2 \Rightarrow K = 4 \cdot 10^{-4} J$$

δ. Το κάθετο τμήμα από το σημείο Σ στην ευθεία που ενώνει τις πηγές τέμνει το τμήμα $\Pi_1\Pi_2$ στο σημείο Δ . Η διαφορά των αποστάσεων του Δ από τις δύο πηγές είναι

$$r_{1\Delta} - r_{2\Delta} = 15m - 6m = 9m = 9\lambda = N\lambda, \text{ για } N=9,$$

άρα και το Δ είναι σημείο ενίσχυσης.

Ανάμεσα στις υπερβολές ενίσχυσης που αντιστοιχούν στους ακέραιους από $N=7$ έως $N=9$ βρίσκεται μία ακόμα υπερβολή ενίσχυσης και 2 υπερβολές απόσβεσης.