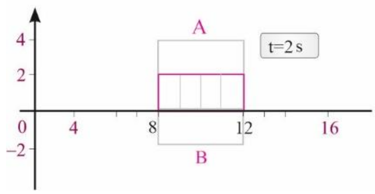
Θέματα Β

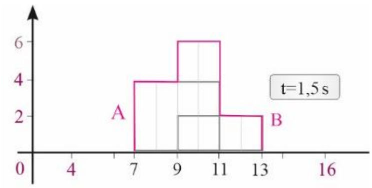
11.Β.1 γ.

Τη στιγμή t=2s οι παλμοί βρίσκονται ο ένας «απέναντι» από τον άλλον και σύμφωνα με την αρχή της επαλληλίας, η μορφή του συνιστάμενου παλμού είναι όπως στο διπλανό σχήμα (κόκκινη γραμμή).



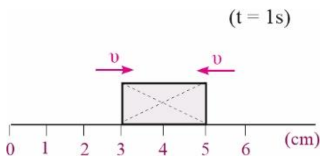
11.Β.2 β.

Τη στιγμή t=1,5s κάθε παλμός έχει προχωρήσει κατά 3 μέτρα και σύμφωνα με την αρχή της επαλληλίας, η μορφή του συνιστάμενου παλμού είναι όπως στο διπλανό σχήμα (κόκκινη γραμμή).



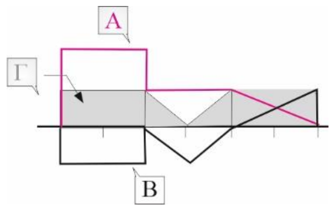
11.Β.3 α.

Τη χρονική στιγμή t=1s, η μορφή του συνιστάμενου παλμού θα είναι όπως στο σχήμα.



11.Β.4 β.

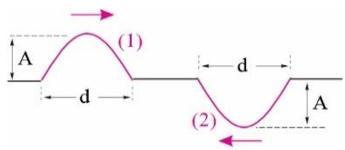
Σχεδιάζουμε τη χρονική στιγμή που ο παλμός Β συναντήθηκε με τον παλμό Α, και προσθέτουμε τις επιμέρους κατακόρυφες απομακρύνσεις σύμφωνα με την αρχή της επαλληλίας. Μόνο ο παλμός του σχήματος (2) αν προστεθεί στον παλμό (Α) δίνει τον παλμό (Γ).



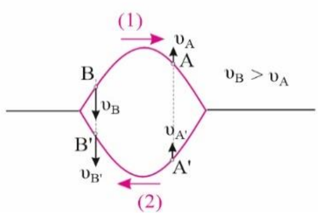
11.Β.5 β.

Σύμφωνα με την αρχή της επαλληλίας, η ταχύτητα κάθε σημείου του μέσου προκύπτει από την πρόσθεση των δύο επιμέρους ταχυτήτων

$$\vec{\upsilon} = \vec{\upsilon}_A + \vec{\upsilon}'_A$$



Από την διάδοση των κυμάτων γνωρίζουμε ότι στο σημείο που φτάνει μια διαταραχή, αυτό επαναλαμβάνει την κίνηση του προηγούμενού του. Έτσι, εξαιτίας του παλμού (1) που κινείται προς τα δεξιά, το τυχαίο σημείο Α κινείται προς τα πάνω. Όμοια, εξαιτίας του παλμού (2), που κινείται προς τα αριστερά, το Α’



κινείται επίσης προς τα πάνω. Άρα σε κάθε σημείο οι ταχύτητες προστίθενται και έχουμε ενισχυτική συμβολή.

Για ένα σώμα που κάνει ταλάντωση, γνωρίζουμε ότι όσο απομακρυνόμαστε από τη θέση ισορροπίας, το μέτρο της ταχύτητάς του μικραίνει. Άρα οι ταχύτητες θα έχουν μέγιστα μέτρα στα άκρα του παλμού.

11.Β.6 **γ.**

Είναι $r_A - r_B = 6m - 2m = 4m = 2\lambda$
άρα ικανοποιείται η συνθήκη ενίσχυσης $r_1 - r_2 = N\lambda$ και το πλάτος θα είναι Α΄=2Α=20cm.

11.Β.7 **γ.**

Για το σημείο Δ έχουμε $r_1 = 3\lambda/2$, $r_2 = 4\lambda/2$, $r_1 - r_2 = -\lambda/2$
Ικανοποιείται η συνθήκη απόσβεσης $r_1 - r_2 = (2N+1)\lambda/2$.
Σε όλα τα άλλα σημεία έχουμε ενισχυτική συμβολή.

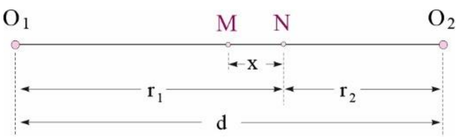
11.Β.8 **β.**

Για το σημείο Σ έχουμε $r_1 - r_2 = d = 6cm \Rightarrow r_1 - r_2 = \lambda + \lambda/2$.

Άρα για όλα τα σημεία της ευθείας x'x, τα οποίο δεν ανήκουν στο ευθύγραμμο τμήμα ΚΛ ικανοποιείται η σχέση $r_1 - r_2 = (2N+1)\frac{\lambda}{2}$ για Ν=1 και έχουν αναιρετική συμβολή.

11.Β.9 **β.**

Στο σημείο Ν έχουμε ενίσχυση, επομένως $r_1 - r_2 = N \cdot \lambda$.
Επειδή είναι το πλησιέστερο στο Μ, θα είναι Ν=1.



Άρα, $r_1 - r_2 = \lambda$ ή $\left(\frac{d}{2}+x\right)-\left(\frac{d}{2}-x\right)=\lambda$ ή

$2x = \lambda$ ή $x = (MN) = \lambda/2$.

11.Β.10 **γ.**

Επειδή έχουμε ενισχυτική συμβολή

(ΑΕΔ)–(ΑΔ) = Νλ ή (ΑΕΔ)–(ΑΔ)=Ν 4.

Η σχέση αυτή ικανοποιείται από την επιλογή (β) (Ν=-1) και την επιλογή (γ) (Ν=2).

Όμως πρέπει (ΑΕΔ)>(ΑΔ)=20cm. Άρα δεκτή είναι μόνο η (γ).

11.Β.11 **γ.**

$\upsilon_{Amax}=2\upsilon_{Bmax}$ ή $|A'_A|=2|A'_B|$ (1)

Επειδή ο φελλός $Φ_A$ βρίσκεται στη μεσοκάθετο, $|A'_A|=2A$.

Από την (1) έχουμε $2A=2|A'_B|$ ή $|A'_B|=A$.

Αν η διαφορά των δύο διαδρομών ήταν λ, τότε $|A'_B|=2A$.

Αν η διαφορά των δύο διαδρομών ήταν λ/2, τότε $|A'_B|=0m$.

11.Β.12 **i. β. ii. γ.**

i. Επειδή έχουμε ενισχυτική συμβολή ισχύει

$$r_1-r_2=N\cdot\lambda \Rightarrow \frac{r_1}{\upsilon}-\frac{r_2}{\upsilon}=N\frac{\lambda}{\upsilon}\Rightarrow t_1-t_2=N\cdot T$$

ii. $t_1-t_2=N\cdot T\Rightarrow \omega t_1-\omega t_2=\omega N\cdot T\Rightarrow \varphi_1-\varphi_2=\frac{2\pi}{T}N\cdot T=N\cdot 2\pi$

11.Β.13 **α.**

Μετά τη στιγμή t_2 στο Μ συμβαίνει αναιρετική συμβολή, άρα

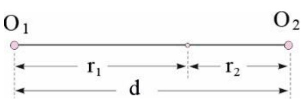
$t_2-t_1=3T/2$ ή $r_2/\upsilon-r_1/\upsilon=3\lambda/2\upsilon$ ή $r_2-r_1=3\lambda/2$

Η τελευταία σχέση είναι περίπτωση της συνθήκης απόσβεσης

$r_1-r_2=(2N+1)\lambda/2$ για $N=-2$.

11.Β.14 **α.**

$$\left.\begin{aligned} r_1-r_2&=N\lambda \\ r_1+r_2&=1{,}3\lambda \end{aligned}\right\}\Rightarrow 2r_1=1{,}3\lambda+N\lambda \Rightarrow r_1=0{,}65\lambda+\frac{N}{2}\lambda$$



Για το r_1 ισχύει $0m<r_1<1{,}3\lambda$, οπότε έχουμε

$$0m<r_1<1{,}3\lambda\Rightarrow 0<0{,}65\lambda+N\frac{\lambda}{2}<1{,}3\lambda\Rightarrow -0{,}65\lambda<N\frac{\lambda}{2}<0{,}65\lambda\Rightarrow$$
$$-1{,}3<N<1{,}3$$

Οι ακέραιοι αριθμοί που ικανοποιούν την παραπάνω σχέση είναι 3, οι N=–1, 0 και 1.

11.Β.15 **β.**

Για το M_1: $r_1 - r_2 = 6cm - 10cm = -4cm$ ή $r_1 - r_2 = -2\lambda$ με N=–2.
Για το M_2: $r_1 - r_2 = 12cm - 8cm = 4cm$ ή $r_1 - r_2 = 2\lambda$ με N=2.
Μεταξύ των δύο αυτών τιμών του N υπάρχουν ακόμα οι τιμές N=–1, 0, 1.

Άρα υπάρχουν ακόμα 3 υπερβολές ενισχυτικής συμβολής.

11.Β.16 **β.**

Για τη διαφορά των αποστάσεων του Σ από τις πηγές ισχύει

$$|r_1 - r_2| = 4cm$$

Για να έχουμε ενισχυτική συμβολή πρέπει

$$|r_1 - r_2| = N\lambda \Rightarrow |r_1 - r_2| = N\frac{\upsilon}{f} \Rightarrow$$
$$f = \frac{N\upsilon}{|r_1 - r_2|} = \frac{N \cdot 12cm/s}{4cm} \Rightarrow f = 3N \ \ Hz$$

με N=1, 2, 3……. άρα f=3, 6, 9…..Hz.

11.Β.17 **α.**

Για τη διαφορά των αποστάσεων του Σ από τις πηγές ισχύει

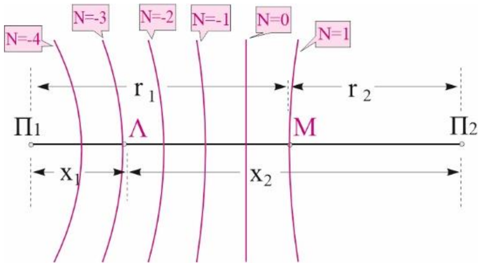
$$|r_1 - r_2| = 3cm$$

Για να έχουμε αποσβεστική συμβολή πρέπει

$$|r_1 - r_2| = (2N+1)\frac{\lambda}{2} \Rightarrow |r_1 - r_2| = (2N+1)\frac{\upsilon}{2f} \Rightarrow$$
$$f = \frac{(2N+1)\upsilon}{2|r_1 - r_2|} = \frac{(2N+1) \cdot 12cm/s}{2 \cdot 3cm} \Rightarrow f = (4N+2)Hz$$

με N=0, 1, 2, 3……. άρα f=2, 6, 10…..Hz.

11.Β.18 **α.**



Τα σημεία Λ και Μ είναι σημεία ενίσχυσης γιατί ι-κανοποιούν τη σχέση $r_1 - r_2 = N \cdot \lambda$.

Για το Λ έχουμε

$$x_1 - x_2 = N\lambda \Rightarrow -9m = N \cdot 3m \Rightarrow N = -3$$

Για το Μ έχουμε

$$r_1 - r_2 = N\lambda \Rightarrow 3m = N \cdot 3m \Rightarrow N = 1$$

Οι υπερβολές ενίσχυσης που βρίσκονται μεταξύ των σημείων Λ και Μ είναι αυτές που αντιστοι-χούν σε Ν: -2, -1, 0. Επομένως ανάμεσα στα Λ και Μ υπάρχουν 3 υπερβολές ενίσχυσης.

11.Β.19 **α.**

Όταν ο ανακλαστήρας είναι στη θέση E_1 έχουμε ενίσχυση. Για τη διαφορά των αποστάσεων ισχύει

$$r_1 - r_2 = N\lambda \Rightarrow 2\alpha - \beta = N\lambda \quad , \ (1)$$

Όταν ο ανακλαστήρας βρίσκεται στη θέση E_2 έχουμε απόσβεση. Για τη διαφορά των αποστάσεων ισχύει

$$r_1' - r_2 = (2N+1)\frac{\lambda}{2} \Rightarrow 2\alpha' - \beta = N\lambda + \frac{\lambda}{2} \ , \ (2)$$

Αφαιρώντας την (1) από τη (2) έχουμε

$$2\alpha' - \beta - (2\alpha - \beta) = N\lambda + \frac{\lambda}{2} - N\lambda \Rightarrow (\alpha' - \alpha) = \frac{\lambda}{4}$$

11.Β.20 **α.**

Στο σημείο Σ αρχικά έχουμε ενισχυτική συμβολή, οπότε ισχύει

$$r_1 - r_2 = N\lambda \qquad (1)$$

Από τη θεμελιώδη εξίσωση της κυματικής για το νέο μήκος κύματος προκύπτει ότι

$$\upsilon = \lambda f = \lambda' f' \Rightarrow \lambda f = \lambda' 2f \Rightarrow \lambda = 2\lambda'$$

Με αντικατάσταση στη σχέση (1) παίρνουμε

$$r_1 - r_2 = N2\lambda' \Rightarrow r_1 - r_2 = 2N \cdot \lambda' = \kappa\lambda'$$

Άρα, έχουμε πάλι ενισχυτική συμβολή και το Σ θα ταλαντωθεί με πλάτος 2Α, όπως ταλαντωνόταν και πριν.

11.Β.21 **γ.**

Αρχικά για τα σημεία με αποσβεστική συμβολή ισχύει

$$r_1 - r_2 = (2N+1)\frac{\lambda_1}{2} \quad (1)$$

Από τη θεμελιώδη εξίσωση της κυματικής για το νέο μήκος κύματος προκύπτει ότι

$$\upsilon = \lambda_2 f_2 = \lambda_1 f_1 \Rightarrow \lambda_2 = \lambda_1 / 3 \Rightarrow \lambda_1 = 3\lambda_2 \quad (2)$$

Για τα νέα σημεία της αποσβεστικής συμβολής ισχύει

$$r_1 - r_2 = (2N'+1)\frac{\lambda_2}{2} \xrightarrow{(2)} r_1 - r_2 = (2N'+1)\frac{\lambda_1}{2\cdot 3} \Rightarrow r_1 - r_2 = (2N'+1)\frac{\lambda_1}{6} \quad (3)$$

Για τις αποστάσεις r_1, r_2 ενός σημείου του τμήματος ΚΛ, ισχύει επίσης

$$r_1 + r_2 = d = 2\lambda_1 \quad (4)$$

Προσθέτοντας τις (3) και (4) κατά μέλη προκύπτει

$$2r_1 = d + (2N'+1)\frac{\lambda_1}{6} \Rightarrow r_1 = \frac{d}{2} + (2N'+1)\frac{\lambda_1}{12}$$

Για την απόσταση r_1 ισχύει

$$0 \le r_1 \le d \Rightarrow 0 \le \frac{d}{2} + (2N'+1)\frac{\lambda_1}{12} \le d \Rightarrow -\frac{2\lambda_1}{2} \le (2N'+1)\frac{\lambda_1}{12} \le \frac{2\lambda_1}{2} \Rightarrow$$
$$-12 \le 2N'+1 \le 12 \Rightarrow -6{,}5 \le N' \le 5{,}5$$

και ο αριθμός των υπερβολών απόσβεσης θα είναι 12.

11.Β.22 **α.**

Από το πυθαγόρειο θεώρημα η απόσταση d_2 είναι

$$d_2 = \sqrt{(2\lambda_1)^2 + \left(\frac{3\lambda_1}{2}\right)^2} \Rightarrow d_2 = \frac{5}{2}\lambda_1 \quad (1)$$

Από τη θεμελιώδη εξίσωση της κυματικής για το νέο μήκος κύματος προκύπτει ότι

$$\upsilon = \lambda_2 f_2 = \lambda_1 f_1 \Rightarrow \lambda_2 = \lambda_1 / 2 \Rightarrow \lambda_1 = 2\lambda_2$$

οπότε η σχέση (1) γράφεται $d_2 = 5\lambda_2$.

Μετά τον διπλασιασμό της συχνότητας για τη διαφορά των δύο αποστάσεων έχουμε

(ΣΛ)-(ΣΚ)= $d_2 - d_1 = 5\lambda_2 - 2\lambda_1 = 5\lambda_2 - 4\lambda_2 \Rightarrow d_2 - d_1 = \lambda_2$

Άρα, στο σημείο Σ συμβαίνει ενισχυτική συμβολή.

11.Β.23 **γ.**

Για την αρχική θέση του σωλήνα που συμβαίνει ενισχυτική συμβολή ισχύει

$(s_B + 2x_1) - s_A = N\lambda$ (1)

Για την 1η αποσβεστική συμβολή που συμβαίνει μετά την ενισχυτική ισχύει

$(s_B + 2x_2) - s_A = N\lambda + \frac{\lambda}{2} \Rightarrow (s_B + 2x_2) - s_A = (2N+1)\frac{\lambda}{2}$ (2)

Με αφαίρεση κατά μέλη των (1) και (2) παίρνουμε

$$2x_2 - 2x_1 = \frac{\lambda}{2} \Rightarrow 2(x_1 + 4cm) - 2x_1 = \frac{\lambda}{2} \Rightarrow \lambda = 16cm$$

11.B.24 **γ.**

Το τυχαίο σημείο Σ που βρίσκεται πλησιέστερα στην πηγή Π_2 και απέχει x από αυτή θα απέχει από την πηγή Π_1, d+x, οπότε για τη διαφορά των αποστάσεων του Σ από τις πηγές ισχύει

$$r_1 - r_2 = (d + x) - x \Rightarrow r_1 - r_2 = d = 5cm$$

Όμως λ=3cm, οπότε έχουμε

$$r_1 - r_2 = 5cm \neq N\lambda = N \cdot 3cm$$

$$r_1 - r_2 = 5cm \neq (2N+1) \cdot \frac{\lambda}{2} = (2N+1) \cdot \frac{3cm}{2}$$

Άρα, δεν έχουμε ούτε ενισχυτική ούτε αποσβεστική συμβολή, αλλά συμβολή με πλάτος ανάμεσα στο 0m και στο 2A.

11.B.25 **α.**

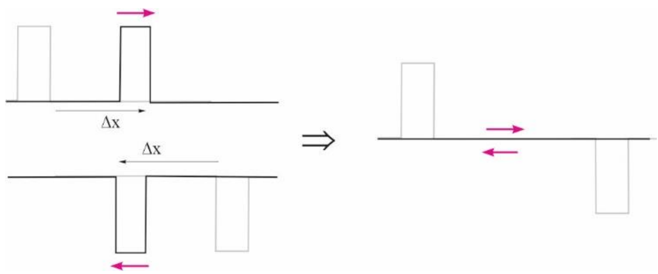
Στο σημείο Σ φτάνει πρώτα το κύμα από την πηγή Π_2 και μετά από την πηγή Π_1, αφού $t_1 > t_2$.
Για τις διαφορές των δύο αποστάσεων ισχύει

$$r_1 - r_2 = \upsilon t_1 - \upsilon t_2 = \upsilon\left(t_2 + \frac{T}{2}\right) - \upsilon t_2 \Rightarrow r_1 - r_2 = \upsilon\frac{T}{2} \Rightarrow r_1 - r_2 = \frac{\lambda}{2} = (2N+1)\frac{\lambda}{2}$$

Άρα, θα συμβεί αποσβεστική συμβολή για N=0.

11.B.26 **γ.**

Κάθε παλμός έχει μετατοπιστεί κατά Δx=υΔt=30cm και θα έχουν βρεθεί στις θέσεις του σχήματος. Οι δύο απομακρύνσεις είναι αντίθετες, οπότε θα συμβεί αναιρετική συμβολή.



11.Β.27 **β.**

Θα βρούμε πόσο απέχουν μεταξύ τους δύο διαδοχικά σημεία του ευθυγράμμου τμήματος που ενώνει τις πηγές και στα οποία συμβαίνει αποσβεστική συμβολή. Για το τυχαίο σημείο Σ ισχύουν οι συνθήκες

$$r_1 - r_2 = (2N+1)\frac{\lambda}{2}$$

$r_1 + r_2 = L$ όπου L η απόσταση των πηγών.

Με πρόσθεση κατά μέλη προκύπτει

$$2r_1 = L + (2N+1)\frac{\lambda}{2} \Rightarrow r_1 = \frac{L}{2} + (2N+1)\frac{\lambda}{4}$$

Με αντικατάσταση στην τελευταία σχέση για Ν+1 προκύπτει

$$r_1' = \frac{L}{2} + \left[\left(2(N+1)\right)+1\right]\frac{\lambda}{4} = \frac{L}{2} + (2N+1)\frac{\lambda}{4} + \frac{\lambda}{2}$$

Οπότε $r_1' - r_1 = \frac{\lambda}{2}$, δηλαδή δύο διαδοχικά σημεία με αναιρετική συμβολή απέχουν μεταξύ τους λ/2. Άρα, η απόσταση (ΚΛ) θα είναι ακέραιο πολλαπλάσιο του λ/2

$$(K\Lambda) = \kappa \cdot \frac{\lambda}{2} = 0{,}6m \quad (1)$$

Όμως, μεταξύ των αποσβεστικών σημείων Κ, Λ υπάρχουν 3 σημεία ενίσχυσης και γνωρίζουμε ότι τα σημεία ενίσχυσης είναι εναλλάξ με τα σημεία απόσβεσης, άρα τα 3 σημεία ενίσχυσης περιέχονται μεταξύ 4 σημείων απόσβεσης και από τη σχέση (1) έχουμε

$$3 \cdot \frac{\lambda}{2} = 0{,}6m \Rightarrow \lambda = 0{,}4m$$

Από τη θεμελιώδη εξίσωση της κυματικής προκύπτει

$$\upsilon = \lambda f = \lambda \frac{1}{T} = 0{,}4m \, \frac{1}{0{,}125s} \Rightarrow \upsilon = 3{,}2m/s$$

11.Β.28 **β.**

Μηδενισμός συμβαίνει κάθε φορά που

$$(\Pi K\Delta) - (\Pi\Delta) = (2N+1)\frac{\lambda}{2}$$

Ο 3ος μηδενισμός συμβαίνει για Ν=2, οπότε έχουμε $(\Pi K\Delta) - (\Pi\Delta) = \frac{5\lambda}{2}$ (1)

Από το πυθαγόρειο θεώρημα βρίσκουμε την απόσταση (ΠΚ)

$$(\Pi K) = \sqrt{\left(\frac{d}{2}\right)^2 + \left(d\sqrt{2}\right)^2} \Rightarrow (\Pi K) = \frac{3}{2}d$$

Με αντικατάσταση στη σχέση (1) προκύπτει

$$(\Pi K\Delta) - (\Pi\Delta) = \frac{5\lambda}{2} \Rightarrow 2 \cdot \frac{3d}{2} - d = \frac{5\lambda}{2} \Rightarrow \lambda = \frac{4d}{5}$$

Από τη θεμελιώδη εξίσωση της κυματικής προκύπτει

$$\upsilon = \lambda f = 0{,}8 d f$$

11.Β.29 **i. β. ii. β.**

i. Για τις αποστάσεις r_1, r_2 από τις πηγές ενός σημείου του ευθυγράμμου τμήματος που ενώνει τις πηγές και στο οποίο συμβαίνει ενισχυτική συμβολή ισχύει

$$r_1 - r_2 = N\lambda$$

$$r_1 + r_2 = L$$

όπου L η απόσταση των πηγών.
Με πρόσθεση κατά μέλη προκύπτει

$$2r_1 = L + N\lambda \Rightarrow r_1 = \frac{L}{2} + N\frac{\lambda}{2}$$

Με αντικατάσταση στην τελευταία σχέση για ένα διαδοχικό σημείο ενίσχυσης με N+1, προκύπτει

$$r_1' = \frac{L}{2} + (N+1)\frac{\lambda}{2}$$

Οπότε $r_1' - r_1 = \frac{\lambda}{2}$, δηλαδή δύο διαδοχικά σημεία με ενισχυτική συμβολή απέχουν μεταξύ τους λ/2.

ii. Για τις αποστάσεις r_1, r_2 από τις πηγές ενός σημείου του ευθυγράμμου τμήματος που ενώνει τις πηγές και στο οποίο συμβαίνει αποσβεστική συμβολή ισχύει

$$r_1 - r_2 = (2N+1)\frac{\lambda}{2}$$

$$r_1 + r_2 = L$$

Με πρόσθεση κατά μέλη προκύπτει

$$2r_1 = L + (2N+1)\frac{\lambda}{2} \Rightarrow r_1 = \frac{L}{2} + (2N+1)\frac{\lambda}{4}$$

Με αντικατάσταση στην τελευταία σχέση για N+1 προκύπτει

$$r_1' = \frac{L}{2} + \left[\left(2(N+1)\right)+1\right]\frac{\lambda}{4} = \frac{L}{2} + (2N+1)\frac{\lambda}{4} + \frac{\lambda}{2}$$

Οπότε $r_1' - r_1 = \frac{\lambda}{2}$, δηλαδή δύο διαδοχικά σημεία με αναιρετική συμβολή απέχουν μεταξύ τους λ/2.

11.Β.30 **α.**

Για τις αποστάσεις r_1, r_2 από τις πηγές ενός σημείου του ευθυγράμμου τμήματος που ενώνει τις πηγές και στο οποίο συμβαίνει ενισχυτική συμβολή ισχύει

$$r_1 - r_2 = N\lambda$$

$$r_1 + r_2 = L$$

όπου L η απόσταση των πηγών.

Με πρόσθεση κατά μέλη προκύπτει

$$2r_1 = L + N\lambda \Rightarrow r_1 = \frac{L}{2} + N\frac{\lambda}{2} \Rightarrow r_1 = \frac{L}{2} + 2N\frac{\lambda}{4}$$

Για τις αποστάσεις r_1, r_2 από τις πηγές ενός σημείου του ευθυγράμμου τμήματος που ενώνει τις πηγές και στο οποίο συμβαίνει αποσβεστική συμβολή ισχύει

$$r_1' - r_2' = (2N+1)\frac{\lambda}{2}$$

$$r_1' + r_2' = L$$

Με πρόσθεση κατά μέλη προκύπτει

$$2r_1' = L + (2N+1)\frac{\lambda}{2} \Rightarrow r_1' = \frac{L}{2} + (2N+1)\frac{\lambda}{4}$$

Οπότε $r_1' - r_1 = \dfrac{\lambda}{4}$, δηλαδή το κάθε σημείο ενίσχυσης του ευθύγραμμου τμήματος που ορίζουν οι πηγές απέχει από το κοντινότερό του σημείο απόσβεσης λ/4.

11.Β.31 **β.**

Για ένα σημείο του ευθυγράμμου τμήματος που ενώνει τις πηγές και στο οποίο συμβαίνει αποσβεστική συμβολή και για τις αποστάσεις του από τις πηγές ισχύει

$$r_1 - r_2 = (2N+1)\frac{\lambda}{2}$$

$$r_1 + r_2 = L$$

όπου L η απόσταση των πηγών.

Με πρόσθεση κατά μέλη προκύπτει

$$2r_1 = L + (2N+1)\frac{\lambda}{2} \Rightarrow r_1 = \frac{L}{2} + (2N+1)\frac{\lambda}{4} \quad (1)$$

Για την απόσταση r_1 ισχύει

$$0 \le r_1 \le L \Rightarrow 0 \le \frac{L}{2} + (2N+1)\frac{\lambda}{4} \le L \Rightarrow -\frac{L}{2} \le (2N+1)\frac{\lambda}{4} \le \frac{L}{2} \Rightarrow$$

$$-\frac{3,4\lambda}{2} \le (2N+1)\frac{\lambda}{4} \le \frac{3,4\lambda}{2} \Rightarrow -6,8 \le 2N+1 \le 6,8 \Rightarrow -3,9 \le N \le 2,9$$

Για τις ακραίες τιμές του N, N=-3 και N=2 θα βρούμε από τη σχέση (1) τις θέσεις των δύο πιο μακρινών σημείων συμβολής

$$r_{1\min} = \frac{L}{2} - 5\frac{\lambda}{4} = 1,7\lambda - 1,25\lambda \Rightarrow r_{1\min} = 0,45\lambda$$

$$r_{1\max} = \frac{L}{2} + 5\frac{\lambda}{4} = 1,7\lambda + 1,25\lambda \Rightarrow r_{1\max} = 2,95\lambda$$

και η απόσταση των δύο σημείων είναι

$$r_{1\max} - r_{1\min} = 2,95\lambda - 0,45\lambda = 2,5\lambda$$

ΕΝΑΛΛΑΚΤΙΚΑ

Ανάμεσα στις 2 πηγές σχηματίζονται 6 δεσμοί και αφού δύο διαδοχικοί δεσμοί απέχουν λ/2, οι δύο πιο μακρινοί δεσμοί απέχουν 5λ/2=2,5λ.

11.Β.32 **α.**

Από το πυθαγόρειο θεώρημα, η απόσταση r_2 του Σ από την $Π_2$ είναι

$r_2 = \sqrt{(3d)^2 + (4d)^2} \Rightarrow r_2 = 5d$ (1)

Στο Σ συμβαίνει απόσβεση για N=0, καθώς βρίσκεται πάνω στην υπερβολή που είναι η κοντινότερη στη μεσοκάθετο του ΚΛ, άρα

$$r_2 - r_1 = (2N+1)\frac{\lambda}{2} \Rightarrow 5d - 4d = \frac{\lambda}{2} \Rightarrow d = \frac{\lambda}{2}$$

Άρα, η απόσταση των πηγών είναι (ΚΛ)=3d=3λ/2.

Για ένα σημείο του ευθυγράμμου τμήματος που ενώνει τις πηγές και στο οποίο συμβαίνει αποσβεστική συμβολή και για τις αποστάσεις του από τις πηγές ισχύει

$$r_1 - r_2 = (2N+1)\frac{\lambda}{2}$$

$$r_1 + r_2 = (ΚΛ)$$

Με πρόσθεση κατά μέλη προκύπτει

$$2r_1 = (ΚΛ) + (2N+1)\frac{\lambda}{2} \Rightarrow r_1 = \frac{3\lambda/2}{2} + (2N+1)\frac{\lambda}{4} \Rightarrow r_1 = \lambda + \frac{N\lambda}{2}$$

Για την απόσταση r_1, αφού το ερώτημα δεν περιλαμβάνει τις θέσεις των πηγών είναι

$$0m < r_1 < (ΚΛ) \Rightarrow 0 < \lambda + \frac{N\lambda}{2} < \frac{3\lambda}{2} \Rightarrow$$

$$-2\lambda < N\lambda < \lambda \Rightarrow -2 < N < 1$$

Άρα, τα σημεία απόσβεσης που βρίσκονται μεταξύ των πηγών $Π_1$, $Π_2$ είναι 2, για N=-1 και N=0.

11.Β.33 **γ.**

Για ένα σημείο του ευθυγράμμου τμήματος που ενώνει τις πηγές και στο οποίο συμβαίνει ενισχυτική συμβολή και για τις αποστάσεις του από τις πηγές ισχύει

$$r_1 - r_2 = N\lambda$$

$$r_1 + r_2 = L$$

Με πρόσθεση κατά μέλη προκύπτει

$$2r_1 = L + N\lambda \Rightarrow r_1 = \frac{L}{2} + N\frac{\lambda}{2}$$

Για την απόσταση r_1 ισχύει

$$0m \le r_1 \le L \Rightarrow 0 \le \frac{L}{2} + N\frac{\lambda}{2} \le L \Rightarrow -\frac{2,5\lambda}{2} \le N\frac{\lambda}{2} \le \frac{2,5\lambda}{2} \Rightarrow -2,5 \le N \le 2,5$$

Άρα, υπάρχουν 5 υπερβολές ενίσχυσης ανάμεσα στις πηγές, για N=0,±1,±2, που τέμνουν την περιφέρεια του κύκλου σε 10 σημεία.

11.Β.34 **i. γ. ii. β.**

i. Από το διάγραμμα προκύπτουν οι χρόνοι άφιξης των δύο κυμάτων στο Κ,

t_1=T και t_2=5T/2.

Άρα, το σημείο Κ απέχει από τις πηγές

$$r_1 = \upsilon t_1 = \upsilon T = \lambda$$

$$r_2 = \upsilon t_2 = \upsilon\frac{5T}{2} = \frac{5\lambda}{2}$$

Η απόσταση d μεταξύ των πηγών είναι

$$d = r_1 + r_2 = \lambda + 5\lambda/2 = 3{,}5\lambda$$

ii. Αφού στο σημείο Κ συμβαίνει απόσβεση είναι

$$r_1 - r_2 = \lambda - \frac{5\lambda}{2} = -\frac{3\lambda}{2} \Rightarrow r_1 - r_2 = (2N+1)\frac{\lambda}{2} \text{ για } N=-2,$$

άρα υπάρχει ένα σημείο απόσβεσης ανάμεσα στο σημείο Κ και στο μέσο Μ του τμήματος $\Pi_1\Pi_2$, αυτό που αντιστοιχεί σε N=-1.

11.Β.35 **β.**

Από τη θεμελιώδη εξίσωση της κυματικής προκύπτει το μήκος κύματος

$$\upsilon = \lambda f \Rightarrow \lambda = \frac{\upsilon}{f} \Rightarrow \lambda = 0{,}2\text{m}$$

Για την αρχική θέση του σωλήνα, που συμβαίνει ενισχυτική συμβολή, ισχύει

$$s_B - s_A = N\lambda \Rightarrow 2x_1 = N\lambda \quad (1)$$

Για την επόμενη ενισχυτική συμβολή που συμβαίνει, ισχύει

$$s_B' - s_A' = (N+1)\lambda \Rightarrow 2x_2 = (N+1)\lambda \Rightarrow 2\cdot 2x_1 = (N+1)\lambda \quad (2)$$

Με αφαίρεση κατά μέλη των (1) και (2) παίρνουμε

$$4x_1 - 2x_1 = \lambda \Rightarrow 2x_1 = \lambda = 0{,}2\text{m} \Rightarrow x_1 = 0{,}1\text{m}$$

Η σχέση (1) δίνει τον αριθμό Ν που αντιστοιχεί στην 1η ενίσχυση

$$2x_1 = N\lambda \Rightarrow 2\cdot 0{,}1\text{m} = N\cdot 0{,}2\text{m} \Rightarrow N = 1$$

Για την αποσβεστική συμβολή που συμβαίνει ανάμεσα στις δύο ενισχυτικές, ισχύει

$$s_B'' - s_A'' = (2N+1)\frac{\lambda}{2} \Rightarrow 2x_3 = (2\cdot 1+1)\frac{0{,}2\text{m}}{2} \Rightarrow x_3 = 0{,}15\text{m}$$

11.Β.36 **β.**

Στο Σ συμβαίνει απόσβεση για N=2, καθώς βρίσκεται πάνω στην 3η υπερβολή μετά τη μεσοκάθετο του $\Pi_1\Pi_2$, άρα

$$r_1 - r_2 = (2N+1)\frac{\lambda}{2} = \frac{5\lambda}{2} \Rightarrow \frac{4}{3}r_2 - r_2 = \frac{5\lambda}{2} \Rightarrow \frac{1}{3}r_2 = \frac{5\lambda}{2} \Rightarrow$$

$$r_2 = \frac{15\lambda}{2} \quad \text{και} \quad r_1 = \frac{4}{3}r_2 = 10\lambda$$

Από το πυθαγόρειο θεώρημα προκύπτει η απόσταση d των δύο πηγών

$$d = \sqrt{r_1^2 + r_2^2} = \sqrt{(7{,}5\lambda)^2 + (10\lambda)^2} \Rightarrow d = 12{,}5\lambda \quad (1)$$

Για ένα σημείο του ευθυγράμμου τμήματος που ενώνει τις πηγές και στο οποίο συμβαίνει αποσβεστική συμβολή και για τις αποστάσεις του από τις πηγές ισχύει

$$r_1 - r_2 = (2N+1)\frac{\lambda}{2}$$

$r_1 + r_2 = d$

Με πρόσθεση κατά μέλη προκύπτει

$$2r_1 = d + (2N+1)\frac{\lambda}{2} \Rightarrow r_1 = \frac{d}{2} + (2N+1)\frac{\lambda}{4}$$

Θα βρούμε τον συνολικό αριθμό των υπερβολών απόσβεσης μεταξύ των πηγών

$$0m < r_1 < d \Rightarrow 0 < \frac{d}{2} + (2N+1)\frac{\lambda}{4} < d \Rightarrow -\frac{d}{2} < (2N+1)\frac{\lambda}{4} < \frac{d}{2} \Rightarrow$$

$$-\frac{2d}{\lambda} < 2N+1 < \frac{2d}{\lambda} \Rightarrow -25 < 2N+1 < 25 \Rightarrow -13 < N < 12$$

Άρα, τα σημεία απόσβεσης που βρίσκονται μεταξύ των πηγών Π_1, Π_2 είναι 24, από N=-12 μέχρι N=11.

Από τις 24 υπερβολές απόσβεσης, ο συνολικός αριθμός υπερβολών απόσβεσης που διέρχονται μεταξύ των σημείων Π_1 και Σ είναι οι υπερβολές που αντιστοιχούν σε N=-12 έως N=-1 (12 υπερβολές) και από την άλλη μεριά τις μεσοκαθέτου δύο, για N=0 και N=1 . Άρα, συνολικά 14 υπερβολές απόσβεσης.

11.Β.37 **α.**

Η εξίσωση της φάσης του 1ου κύματος για μια στιγμή t, στο σημείο Σ, είναι $\varphi_1 = 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{r_1}{\lambda}\right)$ (1)

και η εξίσωση της φάσης του 2ου κύματος για μια στιγμή t, στο σημείο Σ, είναι $\varphi_2 = 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{r_2}{\lambda}\right)$ (2)

Αφαιρώντας τη σχέση (2) από την (1) προκύπτει

$$\varphi_1 - \varphi_2 = 2\pi\frac{r_2 - r_1}{\lambda} \Rightarrow 7\pi = 2\pi\frac{r_2 - r_1}{\lambda} \Rightarrow r_2 - r_1 = \frac{7\lambda}{2} = (2N+1)\frac{\lambda}{2} \quad \text{για } N=3$$

Άρα, το Σ είναι σημείο απόσβεσης.

11.Β.38 **i.α. ii. β.**

i. Η αρχή της επαλληλίας ισχύει όχι μόνο για τις απομακρύνσεις αλλά και για τις ταχύτητες και τις επιταχύνσεις.
Τη χρονική στιγμή t_1 το σημείο Σ εξαιτίας του 1ου κύματος έχει $υ_1>0$ και $α_1<0$, άρα βρίσκεται στο 1ο τεταρτημόριο του κύκλου αναφοράς με $y_1>0$ που υπολογίζεται από την ΑΔΕΤ

$$E = K_1 + U_1 \Rightarrow \frac{1}{2}DA^2 = \frac{1}{2}Dy_1{}^2 + \frac{1}{2}mυ_1{}^2 \Rightarrow \frac{1}{2}mω^2A^2 = \frac{1}{2}mω^2y_1{}^2 + \frac{1}{2}m\left(\frac{υ_{max}}{2}\right)^2 \Rightarrow$$

$$ω^2A^2 = ωy_1{}^2 + \left(\frac{ωA^2}{2}\right)^2 \Rightarrow y_1 = \pm\frac{A\sqrt{3}}{2} \Rightarrow y_1 = \frac{A\sqrt{3}}{2}$$

Την ίδια στιγμή t_1 το σημείο Σ εξαιτίας του 2ου κύματος έχει $υ_2>0$ και $α_2>0$, άρα βρίσκεται στο 4ο τεταρτημόριο του κύκλου αναφοράς με $y_2<0$ που υπολογίζεται από την ΑΔΕΤ

$$E = K_2 + U_2 \Rightarrow \frac{1}{2}DA^2 = \frac{1}{2}Dy_2{}^2 + \frac{1}{2}mυ_2{}^2 \Rightarrow \frac{1}{2}mω^2A^2 = \frac{1}{2}mω^2y_2{}^2 + \frac{1}{2}m\left(\frac{υ_{max}}{2}\right)^2 \Rightarrow$$

$$y_2 = \pm\frac{A\sqrt{3}}{2} \Rightarrow y_2 = -\frac{A\sqrt{3}}{2}$$

Σύμφωνα με την αρχή της επαλληλίας είναι

$$y = y_1 + y_2 = \frac{A\sqrt{3}}{2} - \frac{A\sqrt{3}}{2} = 0m$$

ii. Η ταχύτητα του Σ τη στιγμή t_1 εξαιτίας της συμβολής των δύο κυμάτων είναι σύμφωνα με την αρχή της επαλληλίας

$$υ = υ_1 + υ_2 = \frac{υ_{max}}{2} + \frac{υ_{max}}{2} = υ_{max}$$

11.Β.39 **γ.**

Η αρχή της επαλληλίας ισχύει όχι μόνο για τις απομακρύνσεις αλλά και για τις ταχύτητες και τις επιταχύνσεις.
Τη χρονική στιγμή t_1 το σημείο Σ εξαιτίας του 1ου κύματος έχει $υ_1<0$ και $α_1<0$, άρα βρίσκεται στο 2ο τεταρτημόριο του κύκλου αναφοράς με $y_1>0$ που υπολογίζεται από την ΑΔΕΤ

$$E = K_1 + U_1 \Rightarrow \frac{1}{2}DA^2 = \frac{1}{2}Dy_1{}^2 + \frac{1}{2}mυ_1{}^2 \Rightarrow \frac{1}{2}mω^2A^2 = \frac{1}{2}mω^2y_1{}^2 + \frac{1}{2}m\left(\frac{υ_{max}}{2}\right)^2 \Rightarrow$$

$$ω^2A^2 = ωy_1{}^2 + \left(\frac{ωA^2}{2}\right)^2 \Rightarrow y_1 = \pm\frac{A\sqrt{3}}{2} \Rightarrow y_1 = \frac{A\sqrt{3}}{2}$$

Την ίδια στιγμή t_1 το σημείο Σ εξαιτίας του 2ου κύματος έχει $υ_2<0$ και $α_2>0$, άρα βρίσκεται στο 3ο τεταρτημόριο του κύκλου αναφοράς με $y_2<0$ που υπολογίζεται από την ΑΔΕΤ

$$E = K_2 + U_2 \Rightarrow \frac{1}{2}DA^2 = \frac{1}{2}Dy_2{}^2 + \frac{1}{2}mυ_2{}^2 \Rightarrow \frac{1}{2}mω^2A^2 = \frac{1}{2}mω^2y_2{}^2 + \frac{1}{2}m\left(\frac{υ_{max}}{2}\right)^2 \Rightarrow$$

$$y_2 = \pm\frac{A\sqrt{3}}{2} \Rightarrow y_2 = -\frac{A\sqrt{3}}{2}$$

Σύμφωνα με την αρχή της επαλληλίας είναι

$$y = y_1 + y_2 = \frac{A\sqrt{3}}{2} - \frac{A\sqrt{3}}{2} = 0m$$

Η ταχύτητα του Σ τη στιγμή t_1 εξαιτίας της συμβολής των δύο κυμάτων είναι σύμφωνα με την αρχή της επαλληλίας

$$\upsilon = \upsilon_1 + \upsilon_2 = -\frac{\upsilon_{max}}{2} - \frac{\upsilon_{max}}{2} = -\upsilon_{max}$$

Το σημείο Σ μετά τη συμβολή των δύο κυμάτων εκτελεί αρμονική ταλάντωση και αφού τη χρονική στιγμή t_1 βρίσκεται στη Θ.Ι. του, y=0, η ταχύτητά του εκείνη τη στιγμή είναι η μέγιστη της ταλάντωσής του. Άρα

$$\upsilon_{max}{}' = \upsilon_{max} \Rightarrow \omega|A'| = \omega A \Rightarrow |A'| = A$$

δηλαδή το Σ δεν είναι ούτε σημείο απόσβεσης, ούτε ενίσχυσης, αλλά ταλαντώνεται με πλάτος ανάμεσα στο 0m και στο 2Α.

11.Β.40. **β.**

Για ένα σημείο του ευθυγράμμου τμήματος που ενώνει τις πηγές και στο οποίο συμβαίνει ενισχυτική συμβολή και για τις αποστάσεις του από τις πηγές ισχύει

$$r_1 - r_2 = N\lambda$$
$$r_1 + r_2 = L$$

Με πρόσθεση κατά μέλη προκύπτει

$$2r_1 = L + N\lambda \Rightarrow r_1 = \frac{L}{2} + N\frac{\lambda}{2}$$

Για την απόσταση r_1, αφού το ερώτημα δεν περιλαμβάνει τις θέσεις των πηγών είναι

$$0m < r_1 < L \Rightarrow 0 < \frac{L}{2} + N\frac{\lambda}{2} < L \Rightarrow -\frac{3\lambda}{2} < N\frac{\lambda}{2} < \frac{3\lambda}{2} \Rightarrow -3 < N < 3$$

δηλαδή το Ν παίρνει τιμές από Ν=-2 μέχρι Ν=2.

Αφού ανάμεσα στο Σ και στην πηγή Π_1 δεν υπάρχει άλλο σημείο ενίσχυσης, στο Σ αντιστοιχεί η υπερβολή ενίσχυσης για Ν=-2 και θα ισχύει

$$r_{1\Sigma} - r_{2\Sigma} = -2\lambda \Rightarrow r_{2\Sigma} = r_{1\Sigma} + 2\lambda \quad (1)$$

Από το πυθαγόρειο θεώρημα προκύπτει

$$r_{2\Sigma}{}^2 = r_{1\Sigma}{}^2 + L^2 \Rightarrow (r_{1\Sigma} + 2\lambda)^2 = r_{1\Sigma}{}^2 + (3\lambda)^2 \Rightarrow r_{1\Sigma}{}^2 + 4\lambda^2 + 4r_{1\Sigma}\lambda = r_{1\Sigma}{}^2 + 9\lambda^2 \Rightarrow$$
$$4r_{1\Sigma}\lambda = 5\lambda^2 \Rightarrow r_{1\Sigma} = 1,25\lambda$$

11.Β. 41. **β.**

Στο σημείο Μ έχουμε ενισχυτική συμβολή για Ν=2, οπότε ισχύει

$r_1 - r_2 = N\lambda = 2\lambda \Rightarrow r_1 - 4\lambda = 2\lambda \Rightarrow r_1 = 6\lambda$

Η απόσταση d των δύο πηγών είναι

$d = r_1 + r_2 = 6\lambda + 4\lambda \Rightarrow d = 10\lambda$ (1)

Το σημείο Κ που βρίσκεται πλησιέστερα στην πηγή Π_2 και απέχει x από αυτή θα απέχει από την πηγή Π_1, d+x, οπότε για τη διαφορά των αποστάσεων του Κ από τις πηγές ισχύει

$r_{1K} - r_{2K} = (d + x) - x \Rightarrow r_{1K} - r_{2K} = d = 10\lambda = N\lambda$

Άρα, στο Κ μετά τη συμβολή των κυμάτων έχουμε ενίσχυση και θα ταλαντώνεται με πλάτος 2Α.

Η επιτάχυνση του Κ πριν τη συμβολή, εξαιτίας μόνο του κύματος από την πηγή Π_2, είναι

$\alpha_{max} = \omega^2 A$

και μετά τη συμβολή θα ισχύει

$\alpha'_{max} = \omega^2 (2A) = 2\alpha_{max} \Rightarrow \alpha'_{max} = 2\alpha_{max}$

11.Β.42 **α.**

Το σημείο Σ έστω βρίσκεται πλησιέστερα στην πηγή Π_2 και απέχει x από αυτή, ενώ θα απέχει από την πηγή Π_1, d+x, οπότε για τη διαφορά των αποστάσεων του Σ από τις πηγές ισχύει

$r_{1\Sigma} - r_{2\Sigma} = (d + x) - x \Rightarrow r_{1\Sigma} - r_{2\Sigma} = d = 2{,}5\lambda = (2N + 1)\frac{\lambda}{2}$ για N=2 και το Σ είναι σημείο απόσβεσης.

Το σημείο Σ ξεκινάει να ταλαντώνεται τη στιγμή

$t_1 = \frac{x}{\upsilon} = \frac{\lambda}{\upsilon} = T$

Από την πηγή Π_2 το κύμα φτάνει στο Σ τη στιγμή

$t_2 = \frac{d + x}{\upsilon} = \frac{3{,}5\lambda}{\upsilon} = 3{,}5T$

οπότε αρχίζει η συμβολή και το Σ παραμένει ακίνητο.

Από τη στιγμή t_1=T μέχρι τη στιγμή t_2=3,5T που αρχίζει η συμβολή, περνάνε 2,5 περίοδοι που το Σ ταλαντώνεται με πλάτος Α και διανύει μήκος διαδρομής ίσο με

$s = 2{,}5 \cdot 4A = 10A$

11.Β. 43 **i. β. ii. β.**

i. Για τη διαφορά των αποστάσεων του Σ από τις δύο πηγές ισχύει

$r_2 - r_1 = \upsilon t_2 - \upsilon t_1 = \upsilon 4T - \upsilon 2T = 2\upsilon T \Rightarrow r_1 - r_2 = 2\lambda = N\lambda$

άρα, στο Σ θα συμβεί ενισχυτική συμβολή για N=2.

Το σημείο Σ ξεκινάει να ταλαντώνεται τη στιγμή t_1=2T, που φτάνει το κύμα από την πηγή Π_1. Μέχρι τη χρονική στιγμή t_2=4T που φτάνει το κύμα από την πηγή Π_2, περνούν 2 περίοδοι που ταλαντώ-νεται με πλάτος Α και το σημείο Σ διανύει μήκος διαδρομής ίσο με

$s_1 = 2 \cdot 4A \Rightarrow s_1 = 8A$

Από τη στιγμή t_2=4T που αρχίζει η συμβολή, μέχρι οι πηγές να εκτελέσουν 5 πλήρεις ταλαντώσεις, δηλαδή τη στιγμή t_3=5T, περνάει 1 περίοδος που το Σ ταλαντώνεται με πλάτος 2A και διανύει μήκος διαδρομής ίσο με

$$s_2 = 1\cdot 4\cdot 2A \Rightarrow s_2 = 8A$$

Άρα, συνολικά το Σ διανύει μήκος διαδρομής ίσο με

$$s = s_1 + s_2 = 16A$$

ii. Από τη στιγμή t_1=2T μέχρι τη στιγμή t_3=5T, το μέτρο της ταχύτητας έχει μέση τιμή

$$\upsilon_\mu = \frac{s}{\Delta t} = \frac{16A}{5T-2T} = \frac{16A}{3T}$$

11.B.44 **β.**

Το σημείο Σ εξαιτίας του κάθε κύματος εκτελεί αρμονική ταλάντωση και η απομάκρυνσή του εξαιτίας κάθε κύματος ξεχωριστά είναι

$$\alpha_1 = -\alpha_{max} \Rightarrow -\omega^2 y_1 = -\omega^2 A \Rightarrow y_1 = A$$

$$\alpha_2 = \frac{\alpha_{max}}{2} \Rightarrow -\omega^2 y_2 = \frac{\omega^2 A}{2} \Rightarrow y_2 = -\frac{A}{2}$$

Σύμφωνα με την αρχή της επαλληλίας είναι

$$y = y_1 + y_2 = A + \left(-\frac{A}{2}\right) = \frac{A}{2}$$

11.B.45 **α.**

Για ένα σημείο του ευθυγράμμου τμήματος που ενώνει τις πηγές και στο οποίο συμβαίνει ενισχυτική συμβολή και για τις αποστάσεις του από τις πηγές ισχύει

$$r_1 - r_2 = N\lambda$$

$$r_1 + r_2 = d$$

Με πρόσθεση κατά μέλη προκύπτει

$$2r_1 = d + N\lambda \Rightarrow r_1 = \frac{d}{2} + N\frac{\lambda}{2} \quad (1)$$

Για την απόσταση r_1 ισχύει

$$0m \le r_1 \le d \Rightarrow 0 \le \frac{d}{2} + \frac{N\lambda}{2} \le d \Rightarrow -\frac{d}{2} \le \frac{N\lambda}{2} \le \frac{d}{2} \Rightarrow$$

$$-\frac{d}{\lambda} \le N \le \frac{d}{\lambda} \Rightarrow -2{,}6 \le N \le 2{,}6$$

Άρα, το σημείο Κ που βρίσκεται κοντύτερα στην πηγή Π_1 έχει απόσταση που θα προκύψει από τη σχέση (1) για N=-2

$$r_1 = \frac{d}{2} + N\frac{\lambda}{2} = \frac{2{,}6\lambda}{2} - 2\frac{\lambda}{2} \Rightarrow r_1 = 0{,}3\lambda$$

Για ένα σημείο του ευθυγράμμου τμήματος που ενώνει τις πηγές και στο οποίο συμβαίνει αποσβεστική συμβολή και για τις αποστάσεις του από τις πηγές ισχύει

$$r_1' - r_2' = (2N+1)\frac{\lambda}{2}$$

$r_1' + r_2' = d$

Με πρόσθεση κατά μέλη προκύπτει

$$2r_1' = d + (2N+1)\frac{\lambda}{2} \Rightarrow r_1' = \frac{d}{2} + (2N+1)\frac{\lambda}{4} \quad (2)$$

Για την απόσταση r_1', αφού το ερώτημα δεν περιλαμβάνει τις θέσεις των πηγών είναι

$$0m < r_1' < d \Rightarrow 0m < \frac{d}{2} + (2N+1)\frac{\lambda}{4} < d \Rightarrow -\frac{d}{2} < (2N+1)\frac{\lambda}{4} < \frac{d}{2} \Rightarrow$$

$$-\frac{2d}{\lambda} < 2N+1 < \frac{2d}{\lambda} \Rightarrow -5{,}2 < 2N+1 < 5{,}2 \Rightarrow -3{,}1 < N < 2{,}1$$

Άρα, το σημείο Λ που βρίσκεται κοντύτερα στο μέσο Μ από τη μεριά της πηγής $Π_2$ έχει απόσταση από την πηγή $Π_1$ που θα προκύψει από τη σχέση (2) για N=0

$$r_1' = \frac{d}{2} + (2N+1)\frac{\lambda}{4} = \frac{2{,}6\lambda}{2} + \frac{\lambda}{4} \Rightarrow r_1' = 1{,}55\lambda$$

Η απόσταση των δύο σημείων είναι

$$r_1' - r_1 = 1{,}55\lambda - 0{,}3\lambda = 1{,}25\lambda = \frac{5\lambda}{4}$$

11.Β.46 **i. β. ii. γ.**

i. Στο σημείο Σ αρχικά έχουμε αποσβεστική συμβολή, οπότε ισχύει

$$r_1 - r_2 = (2N+1)\frac{\lambda}{2} \quad (1)$$

Από τη θεμελιώδη εξίσωση της κυματικής για το νέο μήκος κύματος προκύπτει ότι

$$\upsilon = \lambda f = \lambda' f' \Rightarrow \lambda f = \lambda' 2f \Rightarrow \lambda = 2\lambda'$$

Με αντικατάσταση στη σχέση (1) παίρνουμε

$$r_1 - r_2 = (2N+1)\frac{\lambda}{2} = (2N+1)\lambda'$$

Άρα, έχουμε ενισχυτική συμβολή, αφού η διαφορά των αποστάσεων είναι πολλαπλάσια του νέου λ΄ και το Σ θα ταλαντωθεί με πλάτος 2Α.

ii. Από τη θεμελιώδη εξίσωση της κυματικής για το νέο μήκος κύματος προκύπτει ότι

$$\upsilon = \lambda f = \lambda' f' \Rightarrow \lambda f = \lambda' 3f \Rightarrow \lambda = 3\lambda'$$

Με αντικατάσταση στη σχέση (1) παίρνουμε

$$r_1 - r_2 = (2N+1)\frac{\lambda}{2} = (2N+1)\frac{3\lambda'}{2} \Rightarrow r_1 - r_2 = 3(2N+1)\frac{\lambda'}{2}$$

Άρα, θα έχουμε πάλι αποσβεστική συμβολή, αφού η διαφορά των αποστάσεων είναι περιττό πολλαπλάσιο του λ/2, καθώς ο αριθμός 3(2Ν+1) είναι περιττός, ως γινόμενο δύο περιττών και το Σ θα παραμένει ακίνητο.

11.Β.47 **α.**

Στο Σ συμβαίνει απόσβεση για N=-3, καθώς βρίσκεται πάνω στην 3η υπερβολή απόσβεσης αριστερά της μεσοκαθέτου του ευθυγράμμου τμήματος $Π_1Π_2$, άρα

$$r_1 - r_2 = (2N+1)\frac{\lambda}{2} = -\frac{5\lambda}{2} \qquad (1)$$

Αφού το κύμα από την πηγή $Π_2$ φτάνει στο σημείο Σ ταυτόχρονα με την άφιξή του στη θέση της πηγής $Π_1$, η απόσταση μεταξύ των πηγών, d, είναι ίση με την απόσταση $ΣΠ_2$, δηλαδή

$$d = r_2 = \upsilon t_2$$

Εφόσον $t_2=2t_1$ θα ισχύει

$$t_1 = \frac{t_2}{2} \Rightarrow \frac{r_1}{\upsilon} = \frac{r_2}{2\upsilon} \Rightarrow r_1 = \frac{r_2}{2} = \frac{d}{2}$$

και η σχέση (1) δίνει

$$r_1 - r_2 = \frac{5\lambda}{2} \Rightarrow \frac{d}{2} - d = -\frac{5\lambda}{2} \Rightarrow d = 5\lambda$$

Για ένα σημείο του ευθυγράμμου τμήματος που ενώνει τις πηγές και στο οποίο συμβαίνει αποσβεστική συμβολή και για τις αποστάσεις του από τις πηγές ισχύει

$$\ell_1 - \ell_2 = (2N+1)\frac{\lambda}{2} \quad , \quad \ell_1 + \ell_2 = d$$

Με πρόσθεση κατά μέλη προκύπτει

$$2\ell_1 = d + (2N+1)\frac{\lambda}{2} \Rightarrow \ell_1 = \frac{d}{2} + (2N+1)\frac{\lambda}{4} \qquad (2)$$

Για την απόσταση ℓ_1 ισχύει

$$0m \le \ell_1 \le d \Rightarrow 0 \le \frac{d}{2} + (2N+1)\frac{\lambda}{4} \le d \Rightarrow -\frac{d}{2} \le (2N+1)\frac{\lambda}{4} \le \frac{d}{2} \Rightarrow$$

$$-\frac{2d}{\lambda} \le 2N+1 \le \frac{2d}{\lambda} \Rightarrow -10 \le 2N+1 \le 10 \Rightarrow -5{,}5 \le N \le 4{,}5$$

Άρα υπάρχουν 10 υπερβολές απόσβεσης, από N=-5 μέχρι N=4, 5 αριστερά και 5 δεξιά της μεσοκαθέτου. Το ευθύγραμμο τμήμα $Π_1Σ$ τέμνουν 3 υπερβολές συμβολής, αφού από το Σ περνάει η 3η.

11.Β.48 **β.**

Για ένα σημείο του ευθυγράμμου τμήματος που ενώνει τις πηγές και στο οποίο συμβαίνει αποσβεστική συμβολή και για τις αποστάσεις του από τις πηγές ισχύει

$$r_1 - r_2 = (2N+1)\frac{\lambda}{2}$$

$r_1 + r_2 = L$

όπου L η απόσταση των πηγών.

Με πρόσθεση κατά μέλη προκύπτει

$$2r_1 = L + (2N+1)\frac{\lambda}{2} \Rightarrow r_1 = \frac{L}{2} + (2N+1)\frac{\lambda}{4} \qquad (1)$$

Τα κοντινότερα σημεία απόσβεσης στη μεσοκάθετο του $Π_1Π_2$ (εκατέρωθεν αυτής) αντιστοιχούν στις τιμές N=-1 και N=0 και οι θέσεις τους προκύπτουν από τη σχέση (1)

$$r_{1A} = \frac{L}{2} - \frac{\lambda}{4}, \quad r_{1B} = \frac{L}{2} + \frac{\lambda}{4}$$

Από την απόσταση των δύο σημείων προκύπτει

$$r_{1B} - r_{1A} = \frac{L}{4} \Rightarrow \frac{L}{2} + \frac{\lambda}{4} - \left(\frac{L}{2} - \frac{\lambda}{4}\right) = \frac{L}{4} \Rightarrow \frac{\lambda}{2} = \frac{L}{4} \Rightarrow L = 2\lambda$$

Για την απόσταση r_1 ισχύει

$$0m \le r_1 \le L \Rightarrow 0 \le \frac{L}{2} + (2N+1)\frac{\lambda}{4} \le L \Rightarrow -\frac{L}{2} \le (2N+1)\frac{\lambda}{4} \le \frac{L}{2} \Rightarrow$$

$$-\frac{2L}{\lambda} \le 2N+1 \le \frac{2L}{\lambda} \Rightarrow -4 \le 2N+1 \le 4 \Rightarrow -2{,}5 \le N \le 1{,}5$$

Άρα υπάρχουν 4 υπερβολές απόσβεσης, από N=-2 μέχρι N=1, δηλαδή πάνω στο τμήμα $Π_1Π_2$ υπάρχουν ακόμα 2 σημεία απόσβεσης.

11.Β.49 β.

Στο Σ συμβαίνει ενίσχυση, άρα ισχύει

$$r_1 - r_2 = N\lambda \Rightarrow 1m - 5m = N\upsilon T \Rightarrow T = -\frac{2}{N} \ (SI) \qquad (1)$$

Θα πρέπει N<0 (εφόσον $r_1<r_2$). Από τη σχέση (1) παρατηρούμε ότι όταν το μέτρο του N μικραίνει, μεγαλώνει η περίοδος των κυμάτων και γίνεται μέγιστη για N=–1

$$T_{max} = -\frac{2m}{-1m/s} = 2s$$

11.Β.50 γ.

Για τη διαφορά των αποστάσεων του Μ από τις δύο πηγές ισχύει

$$r_1 - r_2 = \frac{7\lambda}{4} - \frac{15\lambda}{4} \Rightarrow r_1 - r_2 = -2\lambda$$

άρα, στο Μ θα συμβεί ενισχυτική συμβολή για N=-2.

Το σημείο Μ ξεκινάει να ταλαντώνεται εξαιτίας του 1ου κύματος, τη στιγμή

$$t_A = \frac{r_1}{\upsilon} = \frac{7\lambda/4}{\upsilon} = \frac{7T}{4} = 1{,}75T$$

Άρα, τη χρονική στιγμή t_1=2T ταλαντώνεται με πλάτος Α και ενέργεια ίση με $E_1 = \frac{1}{2}DA^2$.

Το 2ο κύμα φτάνει στο Μ τη χρονική στιγμή

$$t_B=\frac{r_2}{\upsilon}=\frac{15\lambda/4}{\upsilon}=\frac{15T}{4}=3,75T$$

Τη στιγμή t_2=5T, που έχει φτάσει στο Μ και το 2ο κύμα, έχουμε ενισχυτική συμβολή και το Μ ταλαντώνεται με πλάτος 2A και ενέργεια

$$E_2=\frac{1}{2}D(2A)^2=4\frac{1}{2}DA^2\Rightarrow E_2=4E_1$$

11.Β.51 **β.**

Στο Μ συμβαίνει απόσβεση, άρα ισχύει

$$r_1-r_2=(2N+1)\frac{\lambda}{2}\Rightarrow 2,5m-4m=(2N+1)\frac{\upsilon T}{2}\Rightarrow T=-\frac{1,5}{(2N+1)}s \qquad (1)$$

Η περίοδος παίρνει τιμές από T_1=1s μέχρι T_2=3s, άρα

$$T_1\le T\le T_2\Rightarrow 1s\le-\frac{1,5}{(2N+1)}s\le 3s\Rightarrow\frac{1}{3}\le-\frac{2N+1}{1,5}\le 1\Rightarrow$$
$$-0,5\le 2N+1\le-1,5\Rightarrow-1,5\le 2N\le-2,5\Rightarrow-0,75\le N\le-1,25$$

Άρα για N=-1, η (1) δίνει T=1,5s.

11.Β.52 **β.**

Στο Σ συμβαίνει απόσβεση για N=0, καθώς βρίσκεται πάνω στην υπερβολή που είναι η κοντινότερη στη μεσοκάθετο του $\Pi_1\Pi_2$, άρα

$$r_1-r_2=(2N+1)\frac{\lambda}{2}=-\frac{\lambda}{2} \quad (1)$$

Από τη γωνία φ προκύπτει

$$\eta\mu\varphi=\frac{r_1}{r_2}\Rightarrow 0,8=\frac{r_1}{r_2}\Rightarrow r_1=0,8r_2$$

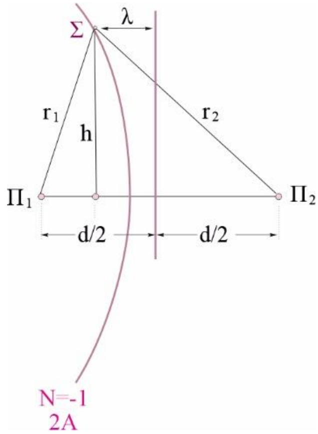
και η σχέση (1) δίνει

$$r_1-r_2=-\frac{\lambda}{2}\Rightarrow 0,8r_2-r_2-=-\frac{\lambda}{2}\Rightarrow 0,2r_2=\frac{\lambda}{2}\Rightarrow r_2=2,5\lambda$$

Από τη γωνία φ προκύπτει επίσης

$$\sigma\upsilon\nu\varphi=\frac{d}{r_2}\Rightarrow 0,6=\frac{d}{2,5\lambda}\Rightarrow d=1,5\lambda$$

11.Β.53 **γ.**



Στο Σ συμβαίνει ενισχυτική συμβολή για N=1, καθώς βρίσκεται πάνω στην υπερβολή που είναι η κοντινότερη στη μεσοκάθετο του $Π_1Π_2$,, άρα

$$r_1 - r_2 = N\lambda = -\lambda$$

Έστω h η απόσταση του Σ από το $Π_1Π_2$. Από το πυθαγόρειο θεώρημα προκύπτουν οι σχέσεις:

$$r_2^2 = \left(\frac{d}{2} + \lambda\right)^2 + h^2 \quad (1)$$

$$r_1^2 = \left(\frac{d}{2} - \lambda\right)^2 + h^2 \quad (2)$$

Αφαιρώντας τις σχέσεις (1) και (2) προκύπτει το άθροισμα των αποστάσεων r_1 και r_2

$$r_2^2 - r_1^2 = \left(\frac{d}{2} + \lambda\right)^2 + h^2 - \left[\left(\frac{d}{2} - \lambda\right)^2 + h^2\right] \Rightarrow (r_2 - r_1)(r_1 + r_2) = \left(\frac{4\lambda}{2} + \lambda\right)^2 - \left(\frac{4\lambda}{2} - \lambda\right)^2 \Rightarrow$$

$$\lambda(r_1 + r_2) = 9\lambda^2 - \lambda^2 \Rightarrow r_1 + r_2 = 8\lambda$$