Λύσεις κριτηρίου 17

ΘΕΜΑ Α

Α1. (β) **Α**2. (β) **Α**3. (δ) **Α**4. (γ) **Α**5. α. Σ β. Σ γ. Σ δ. Λ ε. Σ

ΘΕΜΑ Β

Β1. (**ii**)

Η φάση της ταλάντωσης την t_1 είναι: $\varphi_1 = \frac{2\ \ _1}{T} - \frac{\ }{\ }$

Για x=0, φ_1=2π rad παίρνουμε: $2\ \ = \frac{2\ \ _1}{T} \Rightarrow\ _1 =$

Για x=0,5m, φ_1=0 έχουμε: $0 = \frac{2}{T} - \frac{\cdot}{\ } \Rightarrow\ =$

Η φάση της ταλάντωσης την t_2 είναι: $\varphi_2 = \frac{2\ \ _2}{T} - \frac{\ }{\ }$

Για x=0, φ_2=3π rad παίρνουμε: $3\ \ = \frac{2\ \ _2}{T} \rightarrow\ _2 = \frac{\ }{2}$

Για x=x_2, φ_2=0 έχουμε: $0 = \frac{2\ \frac{3T}{2}}{T} - \frac{2\ \ _2}{0,5} \Rightarrow x_2 = 0,75\text{m}$

Β2. (**iii**)

Η διαφορά φάσης της ταλάντωσης των δύο σημείων είναι ίση με: $\Delta\varphi = \frac{2\ \ t}{T} = \frac{\ }{\ }\ \frac{\ }{\ } = \frac{\ }{\ }\text{rad}$

ενώ προηγείται η ταλάντωση του σημείου Κ. Τη χρονική στιγμή t το σημείο Κ έχει μέγιστη κινητική ενέργεια και θετική ταχύτητα, άρα βρίσκεται στη θέση ισορροπίας του και επειδή έχει εκτελέσει ακέραιο αριθμό ταλαντώσεων έχει φάση ταλάντωσης της μορφής: $\varphi_\kappa = 2\kappa\pi,\ \kappa = 1, 2, \ldots$

Άρα, η φάση ταλάντωσης του σημείου Λ την ίδια στιγμή t είναι ίση με: $\varphi_\Lambda = 2\kappa\pi - \frac{\pi}{4}$

και η απομάκρυνσή του δίνεται από τη σχέση

$$y = \left(\quad - \frac{\pi}{4}\right) = -\frac{A\sqrt{2}}{2},$$

Άρα, η δυναμική του ενέργεια είναι ίση με $U = \frac{1}{2}D\left(-\frac{A\sqrt{2}}{2}\right)^2 \Rightarrow U = \frac{D\,A^2}{4}$

Β3. (**i**)

Στο σημείο Θ έχουμε ενισχυτική συμβολή. Για το πρώτο σημείο δεξιά της μεσοκαθέτου για το οποίο έχουμε ενισχυτική συμβολή ισχύει ότι $r_1 - r_2 = N \quad =$, άρα θα έχουμε:

$$r_1 - r_2 = \quad \Rightarrow \;_1 = \;_2 + \quad (\;)$$

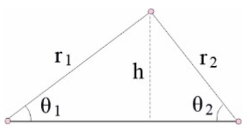
Επειδή το σημείο Θ βρίσκεται πάνω στην περιφέρεια κύκλου το εγγεγραμμένο τρίγωνο που δημιουργείται από της πηγές και το σημείο Θ είναι ορθογώνιο, άρα θα έχουμε για την απόσταση των δύο πηγών d=2R:

$$d^2 = r_1^2 + r_2^2 \Rightarrow 25\;^2 = \;_1^2 + \;_2^2 \quad (\;)$$

Λύνουμε το σύστημα των εξισώσεων (1) και (2) και έχουμε:

$r_2 = \dfrac{-\lambda \pm 7\lambda}{2} = 3$ και $r_1 = 4$

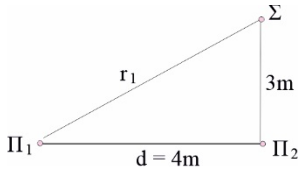
Με βάση το διπλανό σχήμα ο λόγος των ημιτόνων είναι:



$$\frac{\eta\mu\theta_1}{\eta\mu\theta_2} = \frac{\frac{h}{r_1}}{\frac{h}{r_2}} = \frac{r_2}{r_1} = \frac{3}{4} \Rightarrow \eta\mu\theta_1 = \frac{3}{4}\eta\mu\theta_2$$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Από το διάγραμμα συμπεραίνουμε ότι στο σημείο Σ συμβαίνει απόσβεση μετά τη συμβολή των δύο κυμάτων. Για να απέχει το Σ από τη μεσοκάθετο απόσταση 2m σημαίνει ότι το Σ βρίσκεται πάνω σε ευθύγραμμο τμήμα που είναι κάθετο στο $Π_1Π_2$ και ακριβώς πάνω από τη πηγή $Π_2$.



Από το πυθαγόρειο βρίσκουμε την r_1: $r_1 = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5m$

Επειδή από το σημείο Σ διέρχεται η δεύτερη αποσβεστική υπερβολή δεξιά από τη μεσοκάθετο θα έχουμε N=1, οπότε για το μήκος κύματος έχουμε:

$$r_1 - r_2 = \frac{(2N+1)}{2} = \frac{(\;\cdot\; + \;)}{2} \Rightarrow \quad = \frac{4}{3}$$

Γ2. Από το διάγραμμα έχουμε ότι $\upsilon = \dfrac{r_1}{t_1} = 10m/s$.

Άρα, το κύμα από την $Π_2$ φθάνει την στιγμή $t_2 = \dfrac{r_2}{\upsilon} = 0,3s$.

Η περίοδος των κυμάτων άρα και της ταλάντωσης του Σ είναι: $T = \dfrac{\lambda}{\upsilon} = \dfrac{2}{15}s$.

Ο αριθμός των ταλαντώσεων του Σ είναι $N = \frac{\Delta t}{T} = \frac{0,5 - 0,3}{\frac{2}{15}} \Rightarrow N = 1,5$

Σε μιάμιση ταλάντωση το μήκος διαδρομής είναι $S = 6A = 1,8\text{m}$

Γ3. Έστω x η απόσταση από την $Π_1$ ενός σημείου που έχουμε ενισχυτική συμβολή. Θα ισχύει:

$$x - (d - x) = N \quad \Rightarrow \quad = \frac{N \; +}{2} \quad (\;)$$

Όμως $0 < x < d \Rightarrow -3 < \quad <$

Άρα το N= -2, -1, 0, 1, 2 οπότε από (1) έχουμε πέντε σημεία ενισχυτικής συμβολής που βρίσκονται στις θέσεις

$x = \frac{N\frac{4}{3} + 4}{2} = \frac{2N}{3} + 2$, δηλαδή στις θέσεις $\frac{2}{3}\text{m},\ \frac{4}{3}\text{m},\ 2\text{m},\ \frac{8}{3}\text{m},\ \frac{10}{3}\text{m}$

Γ4. Για να έχουμε ενισχυτική συμβολή θα πρέπει

$$r_1 - r_2 = \quad ' \Rightarrow \; ' = \frac{2}{N}(\quad)\;(\;)$$

$$\frac{1}{2}\text{m} \le \; ' \le \quad \Rightarrow \; \ge \; \ge$$

Άρα το N παίρνει τιμές N=2, 3, 4. Από την (2) έχουμε:

για N=2, λ΄=1m

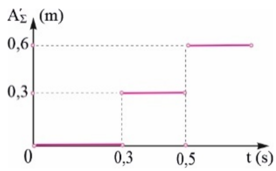
για N=3, λ΄=2/3m

για N=4, λ΄=0,5m

Από αυτές τις τιμές την μικρότερη επί τοις εκατό μεταβολή, την έχουμε για N=2, οπότε

$$\frac{\lambda' - \lambda}{\lambda}100\% = \frac{1\text{m} - \frac{4}{3}\text{m}}{\frac{4}{3}\text{m}}100\% = -\frac{\frac{1}{3}\text{m}}{\frac{4}{3}\text{m}}100\% \Rightarrow \frac{\lambda' - \lambda}{\lambda}100\% = -25\%$$

Γ5. Η νέα γραφική παράσταση πλάτους - χρόνου κατά την ενισχυτική συμβολή είναι:



ΘΕΜΑ Δ

Δ1.

$$y = 2A \quad \frac{2}{\lambda} \cdot \quad \frac{t}{T} \Rightarrow \; = \quad \frac{}{0,8} \cdot \quad t$$

Η ταχύτητα διάδοσης του κύματος είναι: $\upsilon = \lambda f = 16\frac{\text{m}}{\text{s}}$

Το χρονικό διάστημα το οποίο απαιτείται για να δημιουργηθεί στάσιμο κύμα σε όλη την χορδή είναι:

$$\Delta t = \frac{2L}{\upsilon} = \frac{2}{16}s = 0{,}125s$$

Δ2. Σε ένα στάσιμο κύμα οι θέσεις των κοιλιών και των δεσμών είναι:

$$x_{\kappa o\iota\lambda\iota\omega\nu} = \frac{K}{2} = 0{,}4K \;\Rightarrow\; x_1 = 0m,\; x_2 = 0{,}4m,\; x_3 = 0{,}8m$$

$$x_{\delta\varepsilon\sigma\mu\omega\nu} = \frac{(2K+1)}{4} = 0{,}4K + 0{,}2 \;\Rightarrow\; x_1 = 0{,}2m,\; x_2 = 0{,}6m,\; x_3 = 1m$$

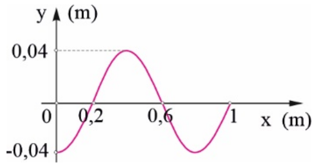
Βρίσκουμε τη χρονική στιγμή t_1 την απομάκρυνση της κοιλίας που βρίσκεται στη θέση x=0:

$$y = 0{,}04 \quad (\quad \cdot \quad)\cdot \left(\quad \cdot \frac{3}{80}\right) \Rightarrow$$

$$y = 0{,}04 \quad \frac{3}{2} = -$$

Ο αριθμός των κυματικών εικόνων είναι $N = \frac{L}{\lambda} = 1 + \frac{1}{4}$

Το στιγμιότυπο δείχνεται στο διπλανό σχήμα.



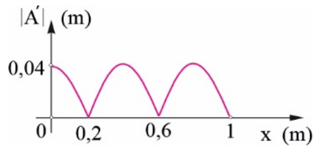
Δ3. Η σταθερά επαναφοράς είναι:

$$D = m \quad ^2 = \quad ^{-3}\cdot \quad ^2\frac{N}{m} = \quad \frac{N}{m}$$

Η ενέργεια ταλάντωσης των διαφόρων σημείων της χορδής είναι:

$$E = \frac{1}{2}D\left(2A \quad \frac{2}{0{,}8}\right)^2 \Rightarrow \quad = \quad \cdot \quad ^{-2} \quad ^2 \quad (\quad)$$

$$A' = 0{,}04\left| \quad \frac{2}{0{,}8}\right| \quad \le \quad \le$$



Η γραφική παράσταση πλάτους σε συνάρτηση με τη θέση x είναι:

Δ4. Βρίσκουμε τις εξισώσεις απομάκρυνσης - χρόνου για τα δύο σημεία του μέσου:

$$y_1 = 0{,}04 \quad \frac{\pi}{4} \quad \Rightarrow \quad _1 = \quad \sqrt{\quad} \quad (\;)$$

$$y_2 = 0{,}04 \quad \frac{3}{4} \quad = - \quad \sqrt{\quad} \quad \Rightarrow \quad _2 = \quad \sqrt{\quad} \quad (\quad + \pi) \;\; (2)$$

Εάν αφαιρέσουμε της φάσεις των δύο ταλαντώσεων έχουμε:

$$\varphi_2 - \varphi_1 = (40\pi t + \pi) - 40\pi t = \pi \text{ rad}$$

Τα δύο σημεία βρίσκονται σε αντίθεση φάσης

Η ελάχιστη απόσταση μεταξύ των δύο σημείων είναι: $d_{min} = 0{,}3m - 0{,}1m \Rightarrow d_{min} = 0{,}2m$.

Η μέγιστη απόσταση μεταξύ των δύο σημείων είναι:

$$d_{max} = \sqrt{\left(2 \cdot 0,02\sqrt{2}\right)^2 + 0,2^2}\,m \Rightarrow d_{max} = 0,1\sqrt{4,32}\ m$$

Δ5. Αρχικά η χορδή έχει μήκος που αντιστοιχεί σε $L = \frac{5}{4}$, ενώ τελικά αντιστοιχεί σε $L = \frac{9}{4}$, άρα:

$$\frac{5}{4} = \frac{\;'}{4} \Rightarrow \frac{}{f} = \frac{}{f'} \Rightarrow f' = \frac{}{5}$$

Η επί τοις εκατό μεταβολή στη συχνότητα είναι:

$$\frac{f' - f}{f}100\% = \frac{\frac{9f}{5} - f}{f}100\% = \frac{4f}{5f}100\% \Rightarrow \frac{f' - f}{f}100\% = 80\%$$