Θέματα Γ

Κεντρικές ελαστικές κρούσεις

1.Γ.1

α. Οι ταχύτητες μετά την κεντρική ελαστική κρούση δίνονται από τις σχέσεις

$$\upsilon_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\upsilon_1 \Rightarrow \upsilon_1' = 2\,m/s \quad , \qquad \upsilon_2' = \frac{2m_1}{m_1 + m_2}\upsilon_1 \Rightarrow \upsilon_2' = 8\,m/s$$

β. Η μεταβολή της ορμής της σφαίρας μάζας m_1 είναι

$\Delta p_1 = m_1\upsilon'_1 - m_1\upsilon_1$ ή $\Delta p_1 = -8kgm/s$

γ. Η επί τοις % μεταβολή της κινητικής ενέργειας της σφαίρας με μάζα m_1 είναι

$$\frac{\Delta K_1}{K_1}100\% = \frac{\frac{1}{2}m_1\upsilon_1'^2 - \frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2}{\frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2}100\% = -\frac{4m_1m_2}{(m_1+m_2)^2}100\% \Rightarrow \frac{\Delta K_1}{K_1}100\% = -\frac{800}{9}\%$$

δ. Η μέση δύναμη που ασκήθηκε στη σφαίρα μάζας m_1, συνδέεται με τη μεταβολή της ορμής της με τον θεμελιώδη νόμο της μηχανικής

$$\Sigma F_1 = \frac{\Delta p_1}{\Delta t} = -800N$$

και έχει φορά αντίθετη της αρχικής της ταχύτητας.

1.Γ.2

α. Οι ταχύτητες μετά την κεντρική ελαστική κρούση δίνονται από τις σχέσεις

$$\upsilon_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\upsilon_1 \Rightarrow \upsilon_1' = -2\,m/s \quad , \qquad \upsilon_2' = \frac{2m_1}{m_1 + m_2}\upsilon_1 \Rightarrow \upsilon_2' = 4\,m/s$$

β. Η επί τοις % μεταβολή της ορμής της σφαίρας μάζας m_1 είναι

$$\frac{\Delta p_1}{p_1}100\% = \frac{m_1\upsilon_1' - m_1\upsilon_1}{m_1\upsilon_1}100\% = \left(\frac{\upsilon_1'}{\upsilon_1} - 1\right)100\% \Rightarrow \frac{\Delta p_1}{p_1}100\% = \left(\frac{-2}{6} - 1\right)100\% \Rightarrow \frac{\Delta p_1}{p_1}100\% = -\frac{400}{3}\%$$

γ. Η επί τοις % μεταβολή της κινητικής ενέργειας της σφαίρας με μάζα m_1 είναι

$$\frac{\Delta K_1}{K_1}100\% = \frac{K_1' - K_1}{K_1}100\% = -\frac{4m_1m_2}{(m_1+m_2)^2}100\% \Rightarrow \frac{\Delta K_1}{K_1}100\% = -\frac{800}{9}\%$$

δ. Οι σφαίρες κινούνται αντίρροπα. Η πρώτη διανύει απόσταση $x_1 = |\upsilon_1'|t = 6m$,

η δεύτερη $x_2 = \upsilon_2' t = 12m$.

Η απόσταση των δύο σφαιρών είναι $d = x_1 + x_2 = 18m$.

1.Γ.3

α. Οι ταχύτητες μετά την κεντρική ελαστική κρούση δίνονται από τις σχέσεις

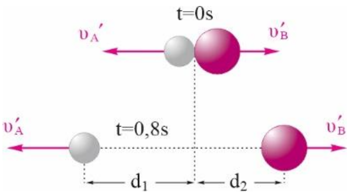
$$\upsilon'_A = \frac{m_A - m_B}{m_A + m_B}\upsilon_A \Rightarrow \upsilon'_A = -6\,m/s \quad , \quad \upsilon'_B = \frac{2m_A}{m_A + m_B}\upsilon_A \Rightarrow \upsilon'_B = 4\,m/s$$

β. Η μεταβολή της ορμής της σφαίρας μάζας m_A είναι

$\Delta p_A = m_A\upsilon'_A - m_A\upsilon_A$ ή $\Delta p_A = [0,5(-6) - 0,5\cdot 10]kgm/s \Rightarrow \Delta p_A = -8\,kgm/s$

γ. Το ποσοστό της κινητικής ενέργειας της m_A που μεταφέρθηκε στην m_B είναι

$$\pi\% = \frac{K'_B}{K_A}100\% = \frac{\frac{1}{2}m_B\upsilon'^2_B}{\frac{1}{2}m_A\upsilon_A^2}100\% \Rightarrow \pi\% = 64\%$$



δ. Απέχουν $d = d_1 + d_2 = |\upsilon'_A|t + \upsilon'_B t \Rightarrow d = 8m$.

1.Γ.4

α. Βρίσκουμε την ταχύτητα της $Σ_2$ πριν την κρούση και έπειτα το μέτρο της ορμής του συστήματος

$$\upsilon'_2 = 0 \Rightarrow \frac{2m_1}{m_1+m_2}\upsilon_1 + \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2}\upsilon_2 = 0 \Rightarrow \upsilon_2 = -\frac{2m_1}{m_2 - m_1}\upsilon_1 \Rightarrow \upsilon_2 = -2m/s$$

$\vec{p}_{ολ} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2$

Επειδή τα δύο σώματα κινούνται στην ίδια διεύθυνση

$$p_{ολ} = m_1\upsilon_1 + m_2\upsilon_2 = 1kg\cdot 1\frac{m}{s} + 2kg\left(-2\frac{m}{s}\right) \Rightarrow p_{ολ} = -3\frac{kgm}{s} \Rightarrow |p_{ολ}| = 3kgm/s$$

β. Η ταχύτητα της $Σ_1$ μετά την κρούση είναι

$$\upsilon'_1 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\upsilon_1 + \frac{2m_2}{m_1+m_2}\upsilon_2 \Rightarrow \upsilon'_1 = -3m/s$$

γ. Τα μέτρα των μεταβολών των ορμών των δύο σφαιρών είναι ίσα

$$|\Delta p_1| = |\Delta p_2| = |m_1\upsilon'_1 - m_1\upsilon_1| \Rightarrow |\Delta p_1| = |\Delta p_2| = 4kgm/s$$

δ. Η επί τοις εκατό μεταβολή στην κινητική ενέργεια της $Σ_1$ είναι

$$\pi_1\% = \frac{\Delta K_1}{K_1}100\% = \frac{\frac{1}{2}m_1\upsilon_1'^2 - \frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2}{\frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2}100\% \Rightarrow \pi_1\% = 800\%$$

και της $Σ_2$ είναι

$$\pi_2\% = \frac{\Delta K_2}{K_2}100\% = \frac{\frac{1}{2}m_2\upsilon_2'^2 - \frac{1}{2}m_2\upsilon_2^2}{\frac{1}{2}m_2\upsilon_2^2}100\% \Rightarrow \pi_2\% = -100\%$$

1.Γ.5

α. $\upsilon_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\upsilon_1 \;\Rightarrow\; \upsilon_1' = -\frac{\upsilon_1}{7} \quad , \quad \upsilon_1'' = \frac{\upsilon_1}{5}$

β. $\Delta\upsilon_\alpha = \upsilon_1' - \upsilon_1 = -\frac{1}{7}\upsilon_1 - \upsilon_1 \;\Rightarrow\; \Delta\upsilon_\alpha = -\frac{8}{7}\upsilon_1 \;\Rightarrow\; |\Delta\upsilon_\alpha| = \frac{8}{7}\upsilon_1$

$\Delta\upsilon_\beta = \upsilon_1'' - \upsilon_1 = \frac{\upsilon_1}{5} - \upsilon_1 \;\Rightarrow\; \Delta\upsilon_\beta = -\frac{4}{5}\upsilon_1 \;\Rightarrow\; |\Delta\upsilon_\beta| = \frac{4}{5}\upsilon_1$

$|\Delta\upsilon_\alpha| > |\Delta\upsilon_\beta|$, συμβαίνει στην κρούση με το βηρύλλιο.

γ. $\Delta K_\alpha = K_1' - K_1 = \frac{1}{2}6m_p\left(-\frac{\upsilon_1}{7}\right)^2 - \frac{1}{2}6m_p\upsilon_1^2 \;\Rightarrow\; |\Delta K_\alpha| = \frac{144}{49}m_p\upsilon_1^2$

$\Delta K_\beta = K_1'' - K_1 = \frac{1}{2}6m_p\left(\frac{\upsilon_1}{5}\right)^2 - \frac{1}{2}6m_p\upsilon_1^2 \;\Rightarrow\; |\Delta K_\beta| = \frac{144}{50}m_p\upsilon_1^2$

$|\Delta K_\alpha| > |\Delta K_\beta|$, συμβαίνει στην κρούση με το βηρύλλιο.

δ. Το ποσοστό μεταβολής της ορμής του πυρήνα λιθίου κατά τη δεύτερη κρούση είναι

$$\pi\% = \frac{\Delta p_{Li}}{p_{Li}}100\% = \frac{p_{Li}' - p_{Li}}{p_{Li}}100\% = \frac{m_{Li}\frac{\upsilon_1}{5} - m_{Li}\upsilon_1}{m_{Li}\upsilon_1}100\% \Rightarrow \pi\% = \frac{\Delta p_{Li}}{p_{Li}}100\% = -0{,}8\cdot 100\% \Rightarrow \pi\% = -80\%$$

1.Γ.6

α. $\upsilon_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\upsilon_1 \;\Rightarrow\; \upsilon_1' = \frac{\lambda-1}{\lambda+1}\upsilon_1 \,,\, \upsilon_2' = \frac{2\lambda}{\lambda+1}\upsilon_1$

$p_1' = \frac{\lambda-1}{\lambda+1}p_1 \,,\, p_2' = m_2\frac{2\lambda}{\lambda+1}\upsilon_1 \;\Rightarrow\; p_2' = \frac{2}{\lambda+1}p_1$

β. $\Delta\vec{p}_1 = \vec{p}_1' - \vec{p}_1 \;\Rightarrow\; \Delta p_1 = p_1\left(\frac{\lambda-1}{\lambda+1} - 1\right) \Rightarrow \Delta p_1 = \frac{-2}{\lambda+1}p_1 \;\Rightarrow\; |\Delta p_1| = \frac{2}{\lambda+1}p_1$

Η παράσταση παίρνει μέγιστη τιμή όταν

$\lambda \to 0 \;\Rightarrow\; \frac{m_1}{m_2} \to 0 \;\Rightarrow\; m_2 >> m_1$

γ. Η μεταβολή της κινητικής ενέργειας είναι

$$\Delta K_2 = K_2' - 0 = \frac{1}{2}m_2\upsilon_2'^2 = \frac{1}{2}\frac{m_1}{\lambda}\left(\frac{2\lambda}{\lambda+1}\upsilon_1\right)^2 \Rightarrow \Delta K_2 = \frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2\frac{4\lambda}{(\lambda+1)^2} \Rightarrow \Delta K_2 = K_1\frac{4\lambda}{(\lambda+1)^2}$$

Για λ=1 προκύπτει $\Delta K_2 = K_1$.

δ. Ο λόγος των ορμών των δύο σφαιρών μετά την κρούση, αν λ=3, είναι

$$\frac{p_1'}{p_2'}=\frac{\frac{\lambda-1}{\lambda+1}p_1}{\frac{2}{\lambda+1}p_1}=\frac{\lambda-1}{2}\Rightarrow\frac{p_1'}{p_2'}=1$$

1.Γ.7

α. Οι ταχύτητες μετά την κεντρική ελαστική κρούση δίνονται από τις σχέσεις

$$\upsilon_1'=\frac{(m_1-m_2)\upsilon_1+2m_2\upsilon_2}{m_1+m_2}\Rightarrow\upsilon_1'=\frac{(1-3)6+2\cdot3\cdot(-2)}{1+3}m/s\Rightarrow\upsilon_1'=-6m/s$$

$$\upsilon_2'=\frac{(m_2-m_1)\upsilon_2+2m_1\upsilon_1}{m_1+m_2}\Rightarrow\upsilon_2'=\frac{(3-1)(-2)+2\cdot1\cdot6}{1+3}m/s\Rightarrow\upsilon_2'=2m/s$$

β. Η μεταβολή της ορμής της σφαίρας μάζας m_1 κατά την κρούση είναι

$$\Delta p_1=p_1'-p_1=m_1\upsilon_1'-m_1\upsilon_1\Rightarrow\Delta p_1=-12kgm/s$$

γ. Εφαρμόζουμε τον 2ο νόμο του Νεύτωνα για τη σφαίρα μάζας m_1

$$F=\frac{\Delta p_1}{\Delta t}=\frac{m_1\upsilon_1'-m_1\upsilon_1}{\Delta t}\Rightarrow F=-600N$$

Το μείον δείχνει ότι η δύναμη F έχει φορά προς τα αριστερά.

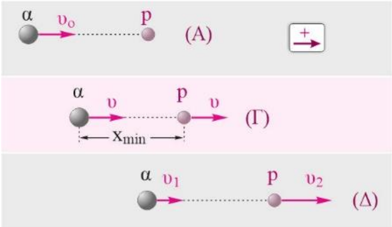
δ. Το έργο της δύναμης που δέχτηκε η μάζα m_2 είναι

$$W_2=K_2'-K_2=\frac{1}{2}m_2\upsilon_2'^2-\frac{1}{2}m_2\upsilon_2^2\Rightarrow W_2=0$$

1.Γ.8

α. Δες θέμα 1.15

Στην κοντινότερη απόσταση x_{min} τα σωμάτια έχουν ταχύτητες ίδιου μέτρου. Εφαρμόζουμε την ΑΔΟ



$p_{(A)}=p_{(\Gamma)}$ ή $m_\alpha\upsilon_o=m_\alpha\upsilon+m_p\upsilon$ ή $\upsilon=\frac{4\upsilon_o}{5}=8\cdot10^5\,\frac{m}{s}$

β. Η κινητική ενέργεια του συστήματος είναι

$$K_{(\Gamma)}=\frac{1}{2}m_\alpha\upsilon^2+\frac{1}{2}m_p\upsilon^2=\frac{1}{2}4m_p\upsilon^2+\frac{1}{2}m_p\upsilon^2\Rightarrow$$

$$K_{(\Gamma)}=5\cdot\frac{1}{2}m_p\left(\frac{4\upsilon_0}{5}\right)^2=1{,}6m_p\upsilon_o^2\Rightarrow K_{(\Gamma)}=2{,}56\cdot10^{-15}J$$

γ. Κατά τη διάρκεια της σκέδασης διατηρείται η μηχανική ενέργεια του συστήματος

$$E_{αρχ} = E_{τελ} \Rightarrow K_{αρχ} + U_{ηλ,αρχ} = K_{τελ} + U_{ηλ,τελ} \Rightarrow \frac{1}{2}m_α υ_0{}^2 + 0 = K_{τελ} + U_{ηλ,τελ} \Rightarrow U_{ηλ,τελ} = 6,4 \cdot 10^{-16} J$$

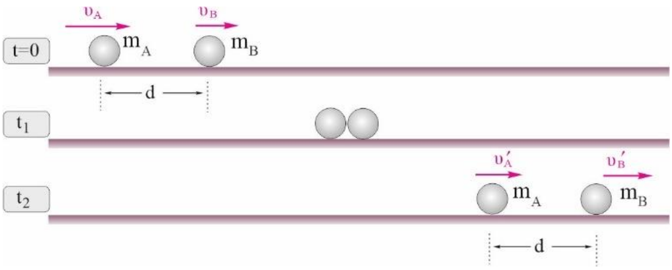
δ. Έχουμε κρούση με το ένα σωμάτιο ακίνητο. Οι τελικές ταχύτητες είναι

$$υ_1 = \frac{m_α - m_p}{m_α + m_p} υ_o = 0,6 υ_o \Rightarrow υ_1 = 0,6 \cdot 10^6 \ m/s$$

$$υ_2 = \frac{2m_α}{m_α + m_p} υ_o = 1,6 υ_o \Rightarrow υ_2 = 1,6 \cdot 10^6 \ m/s$$

1.Γ.9

α. Με σημείο αναφοράς τη θέση του σώματος Α, τη χρονική στιγμή t=0s, οι θέσεις των δύο σωμάτων δίνονται από τις σχέσεις



$$x_A = υ_A t \quad (1)$$

$$x_B = d + υ_B t \quad (2)$$

Τη στιγμή της σύγκρουσης $x_A = x_B$ και t_1=6s, οπότε από τις (1) και (2) παίρνουμε

$$d + υ_B t = υ_A t \quad \Rightarrow υ_A = 10 m/s$$

β. Από τους τύπους της κεντρικής και ελαστικής κρούσης έχουμε

$$υ'_A = \frac{m_A - m_B}{m_A + m_B} υ_A + \frac{2m_B}{m_A + m_B} υ_B \Rightarrow υ'_A = 9 m/s$$

$$υ'_B = \frac{m_B - m_A}{m_A + m_B} υ_B + \frac{2m_A}{m_A + m_B} υ_A \Rightarrow υ'_B = 11 m/s$$

γ. Κρούση ελαστική, άρα $ΔK_A + ΔK_B = 0$, οπότε το ποσοστό μεταφοράς ενέργειας από το σώμα Α στο σώμα Β είναι

$$π\% = \frac{K'_B - K_B}{K_A} 100\% = \frac{\frac{1}{2}m_B υ_B'^2 - \frac{1}{2}m_B υ_B^2}{\frac{1}{2}m_A υ_A^2} 100\% \Rightarrow π\% = 19\%$$

δ. Με σημείο αναφοράς τη θέση της σύγκρουσης, οι θέσεις των δύο σφαιρών δίνονται από τις σχέσεις

$$x_A = υ'_A Δt, \ x_B = υ'_B Δt$$

Το χρονικό διάστημα αμέσως μετά την κρούση στο οποίο η απόσταση ανάμεσα στα σώματα γίνεται πάλι d είναι

$$x_B - x_A = d \Rightarrow \upsilon_B' \Delta t - \upsilon_A' \Delta t = d \Rightarrow \Delta t = \frac{d}{\upsilon_B' - \upsilon_A'} = 6s$$

Άρα η χρονική στιγμή είναι

$$t_2 = t_1 + \Delta t = 12s$$

1.Γ.10

α. Η αρχική ταχύτητα της σφαίρας Σ_1 είναι

$$\Delta p_1 = -1{,}8 p_1 = -9 kgm/s \Rightarrow -1{,}8 m_1 \upsilon_1 = -9 kgm/s \Rightarrow \upsilon_1 = 5m/s$$

Η μεταβολή της ορμής της σφαίρας Σ_1 δίνει την τελική ταχύτητα της Σ_1

$$\Delta p_1 = -1{,}8 p_1 \Rightarrow p_1' - p_1 = -1{,}8 p_1 \Rightarrow p_1' = -0{,}8 p_1 \Rightarrow$$
$$m_1 \upsilon_1' = -0{,}8 m_1 \upsilon_1 \Rightarrow \upsilon_1' = -0{,}8 \upsilon_1 \Longrightarrow \upsilon_1' = -4m/s$$

β. Για την κεντρική ελαστική κρούση με ακίνητο το δεύτερο σώμα ισχύει

$$\upsilon_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \upsilon_1 \Rightarrow -0{,}8 \upsilon_1 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \upsilon_1 \Rightarrow m_2 = 9 m_1 = 9kg$$

γ. Η ταχύτητα της δεύτερης σφαίρας μετά την κρούση είναι

$$\upsilon_2' = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} \upsilon_1 = 1m/s$$

Ο λόγος των κινητικών ενεργειών μετά την κρούση είναι

$$\frac{K_1'}{K_2'} = \frac{\frac{1}{2} m_1 \upsilon_1'^2}{\frac{1}{2} m_2 \upsilon_2'^2} = \frac{16}{9}$$

δ. Η τριβή για τις δύο σφαίρες είναι T=μN=μmg. Ο 2^{ος} νόμος του Νεύτωνα δίνει την επιτάχυνσή τους

$$\Sigma F = m\alpha \Rightarrow -T = m\alpha \Rightarrow -\mu m g = m\alpha \Rightarrow \alpha = -\mu g = -5m/s^2$$

Η πρώτη σφαίρα θα σταματήσει όταν

$$\upsilon = |\upsilon_1'| + \alpha t_1 \Rightarrow 0 = 4 - 5t_1 \Rightarrow t_1 = 0,8s$$

Η δεύτερη σφαίρα θα σταματήσει όταν

$$\upsilon = \upsilon_2' + \alpha t_2 \Rightarrow 0 = 1 - 5t_2 \Rightarrow t_2 = 0,2s$$

Άρα, η χρονική στιγμή που θα έχουν σταματήσει και οι δύο σφαίρες είναι η t_1=0,8s.

Η πρώτη μέχρι να σταματήσει διανύει ολικό διάστημα

$s_1 = \dfrac{\upsilon_1'^2}{2|\alpha|} = 1,6m$ και η δεύτερη $s_2 = \dfrac{\upsilon_2'^2}{2|\alpha|} = 0,1m$

Οι σφαίρες κινούνται αντίρροπα, άρα η απόσταση των δύο σφαιρών είναι $d=x_1+x_2=1,7m$.

1.Γ.11

α. Για την κεντρική ελαστική κρούση ισχύει

$$\upsilon_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\upsilon_1 = 0$$

Οι μεταβολές των ορμών των δυο σωμάτων είναι

$$\Delta p_1 = 0 - m_1\upsilon_1 \Rightarrow \Delta p_1 = -2kgm/s$$

$$\Delta p_{o\lambda} = 0 \Rightarrow \Delta p_2 + \Delta p_1 = 0 \Rightarrow \Delta p_2 = -\Delta p_1 = 2kgm/s$$

β. $\upsilon_2' = \dfrac{2m_1}{m_1 + m_2}\upsilon_1 = 2m/s$

Εφαρμόζουμε τη διατήρηση μηχανικής ενέργειας μεταξύ των θέσεων αμέσως μετά την κρούση και μέγιστης συσπείρωσης του ελατηρίου

$$\frac{1}{2}m_2\upsilon_2'^2 = \frac{1}{2}k\Delta\ell_{max}^2 \Rightarrow \Delta\ell_{max} = \sqrt{\frac{m_2\upsilon_2'^2}{k}} \Rightarrow \Delta\ell_{max} = 0,2m$$

γ. Εφαρμόζουμε την ΑΔΜΕ μεταξύ της θέσης αμέσως μετά την πρώτη κρούση και αυτής όπου το ελατήριο έχει ξανά το φυσικό του μήκος (ίδιες θέσεις – πριν τη δεύτερη κρούση)

$$A\Delta ME: \frac{1}{2}m_2\upsilon_2''^2 = \frac{1}{2}m_2\upsilon_2'^2 \Rightarrow |\upsilon_2'| = |\upsilon_2''| = 2m/s$$

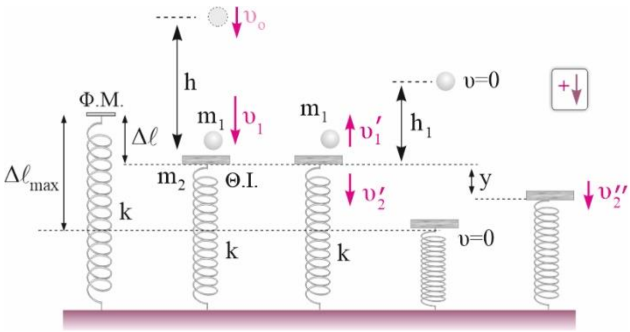
δ. Μετά τη δεύτερη κρούση γίνεται πάλι ανταλλαγή ταχυτήτων

$\upsilon_2''' = 0,\ \upsilon_1'' = 2m/s$

οπότε η μεταξύ τους απόσταση είναι $d = \upsilon_1''\Delta t = 4m$.

1.Γ.12

α. Εφαρμόζουμε την ΑΔΜΕ για να βρούμε την ταχύτητα του Σ_1 ελάχιστα πριν την κρούση, θεωρώντας επίπεδο μηδενικής βαρυτικής ενέργειας το οριζόντιο επίπεδο που διέρχεται από τη θέση της κρούσης, έχουμε



$$\frac{1}{2}m_1\upsilon_o^2 + m_1gh = \frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2 \Rightarrow$$
$$\upsilon_1 = \sqrt{\upsilon_o^2 + 2gh} = 4m/s$$

Οι ταχύτητες των σωμάτων μετά την κρούση είναι

$$\upsilon_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\upsilon_1 = -2m/s \ ,\ \upsilon_2' = \frac{2m_1}{m_1 + m_2}\upsilon_1 = 2m/s$$

β. Εφαρμόζουμε την ΑΔΜΕ για το Σ_1 μεταξύ της θέσης αμέσως μετά την κρούση και της θέσης του μέγιστου ύψους

$$\frac{1}{2}m_1\upsilon_1'^2 = m_1gh_1 \Rightarrow h_1 = \frac{\upsilon_1'^2}{2g} = 0,2m$$

γ. Βρίσκουμε τη συσπείρωση του ελατηρίου στη θέση ισορροπίας του σώματος

$$\Sigma F = 0 \Rightarrow m_2g - k\Delta\ell = 0 \Rightarrow \Delta\ell = 0,1m$$

Εφαρμόζουμε το ΘΜΚΕ από τη θέση που το σώμα ισορροπεί μέχρι τη θέση μέγιστης συσπείρωσης του ελατηρίου

$$K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = W_B + W_{F,\varepsilon\lambda} \Rightarrow 0 - \frac{1}{2}m_2\upsilon_2'^2 = m_2g(\Delta\ell_{max} - \Delta\ell) + \frac{1}{2}k\Delta\ell^2 - \frac{1}{2}k\Delta\ell_{max}^2 \Rightarrow$$
$$150\Delta\ell_{max}^2 - 30\Delta\ell - 4,5 = 0 \Rightarrow \Delta\ell_{max} = 0,3m$$

Άρα, ο ρυθμός μεταβολής της ορμής είναι

$$\frac{dp}{dt} = \Sigma F = m_2g - k\Delta\ell_{max} \Rightarrow \frac{dp}{dt} = -60\frac{kgm}{s^2}$$

δ. Όταν το ελατήριο είναι συμπιεσμένο κατά 0,2m το σώμα απέχει από τη θέση ισορροπίας του y= 0,1m. Εφαρμόζουμε το ΘΜΚΕ από τη θέση ισορροπίας μέχρι τη θέση της νέας συμπίεσης και έχουμε

$$K_{τελ}-K_{αρχ}=W_B+W_{F,ελ}\Rightarrow\frac{1}{2}m_2υ_2''^2-\frac{1}{2}m_2υ_2'^2=m_2gy+\frac{1}{2}kΔ\ell^2-\frac{1}{2}k\left(Δ\ell+y\right)^2\Rightarrow υ_2''=\pm\sqrt{3}m/s$$

Επειδή το σώμα κατέρχεται δεκτή είναι η λύση $υ_2''=\sqrt{3}m/s$.

Η συνισταμένη των δυνάμεων στη θέση αυτή είναι

$$ΣF=m_2g-k(Δ\ell+y)\Rightarrow ΣF=-30N$$

Ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας είναι

$$\frac{dK}{dt}=\frac{dW_{ΣF}}{dt}=\frac{ΣFdy}{dt}=ΣFυ\Rightarrow\frac{dK}{dt}=-30\sqrt{3}J/s$$

Κεντρικές ανελαστικές κρούσεις

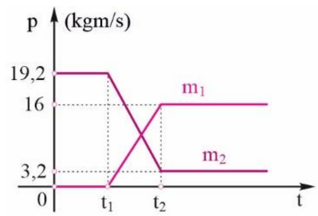
1.Γ.13

α. Από την ορμή της σώματος με μάζα m_2 μετά την κρούση έχουμε την ταχύτητα του συσσωματώματος

$$p_2'=m_2V_κ\Rightarrow V_κ=\frac{p_2'}{m_2}=2m/s$$

β. Για την πλαστική κρούση η ΑΔΟ δίνει

$$p_{αρχ}=p_{τελ}\Rightarrow m_1υ_1=\left(m_1+m_2\right)V_κ\Rightarrow υ_1=\frac{m_1+m_2}{m_1}V_κ\Rightarrow υ_1=12m/s$$

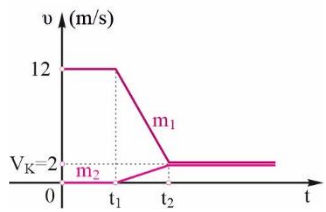


γ. Η αρχική ορμή της σώματος με μάζα m_1 είναι $p_1=m_1υ_1=19,6kgm/s$

και η τελική $p_1'=m_1V_κ=3,2kgm/s$.

Στο διάγραμμα δείχνεται πώς μεταβάλλεται η ορμή των δύο σωμάτων με τον χρόνο.

δ. Στο διάγραμμα δείχνεται πώς μεταβάλλεται η ταχύτητα των δύο σωμάτων με τον χρόνο.



ε. Η θερμότητα που εκλύθηκε κατά την κρούση είναι

$$Q=K_{αρχ}-K_{τελ}=\frac{1}{2}m_1υ_1^2-\frac{1}{2}(m_1+m_2)V_κ^2\Rightarrow Q=96J$$

1.Γ.14

α. Από την απώλεια της μηχανικής ενέργειας έχουμε

$$\left|\Delta K\right| = K_{\alpha\rho\chi} - K_{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow 3K_1 = K_1 + K_2 - 0 \Rightarrow K_2 = 2K_1 \Rightarrow \frac{1}{2}m_2\upsilon_2^2 = 2\frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2 \Rightarrow m_2\upsilon_2^2 = 2m_1\upsilon_1^2 \quad (1)$$

Αφού το συσσωμάτωμα ακινητοποιείται η αρχική ολική ορμή του συστήματος είναι μηδέν, οπότε έχουμε $p_{\alpha\rho\chi} = p_{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow m_2\upsilon_2 - m_1\upsilon_1 = 0 \Rightarrow \upsilon_2 = \dfrac{m_1\upsilon_1}{m_2} \quad (2)$

Από (1) και (2): $\dfrac{m_1}{m_2} = 2 \Rightarrow m_2 = 0{,}2kg$

β. Από την ορμή της σφαίρας Σ_1, προκύπτει

$$p_1 = m_1\upsilon_1 \Rightarrow \upsilon_1 = 3m/s$$

Από (2): $\upsilon_2 = 6m/s$

γ. $\left|\bar{F}\right| = \left|\dfrac{\Delta p_1}{\Delta t}\right| = \left|\dfrac{0 - p_1}{\Delta t}\right| \Rightarrow \left|\bar{F}\right| = 12N$

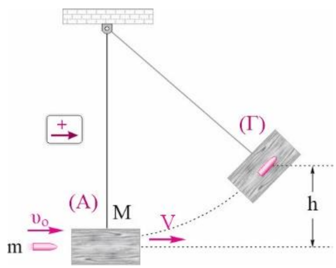
δ. Από τη διατήρηση της ορμής έχουμε

$$p_{\alpha\rho\chi} = p_{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow m_1\upsilon_1 + m_2\upsilon_2 = (m_1 + m_2)V \Rightarrow V = \frac{m_1\upsilon_1 + m_2\upsilon_2}{m_1 + m_2} = 4m/s$$

Το ποσοστό μεταβολής της κινητικής ενέργειας του συστήματος είναι

$$\pi\% = \frac{\Delta K}{K_{\alpha\rho\chi}}100\% = \frac{K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi}}{K_{\alpha\rho\chi}}100\% = \frac{\frac{1}{2}(m_1 + m_2)V^2 - \frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2 - \frac{1}{2}m_2\upsilon_2^2}{\frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2 + \frac{1}{2}m_2\upsilon_2^2}100\% \Rightarrow \pi\% = -\frac{100}{9}\%$$

1.Γ.15



α. Εφαρμόζουμε τη διατήρηση ενέργειας για το συσσωμάτωμα μεταξύ των θέσεων ελάχιστα μετά την κρούση και στο ψηλότερο σημείο

$K_{\alpha\rho\chi} + U_{\alpha\rho\chi} = K_{\tau\varepsilon\lambda} + U_{\tau\varepsilon\lambda}$ ή

$$\frac{1}{2}(m + M)V_K^2 = (m + M)gh \Rightarrow V_K = \sqrt{2gh} = 2m/s$$

β. Από την ΑΔΟ παίρνουμε

$m\upsilon_o = (m+M)V_K$ ή $\upsilon_o = 40m/s$

γ. $\dfrac{\Delta K_1}{K_1}=\dfrac{\frac{1}{2}m\upsilon_o^2-\frac{1}{2}mV_K^2}{\frac{1}{2}m\upsilon_o^2}=1-\dfrac{V_K^2}{\upsilon_o^2}\Rightarrow\dfrac{\Delta K_1}{K_1}=\dfrac{399}{400}$

δ. $\dfrac{Q}{K_1}=\dfrac{\frac{1}{2}m\upsilon_o^2-\frac{1}{2}(m+M)V_K^2}{\frac{1}{2}m\upsilon_o^2}=1-\dfrac{m+M}{m}\dfrac{V_K^2}{\upsilon_o^2}\Rightarrow\dfrac{Q}{K_1}=\dfrac{M}{M+m}\Rightarrow\dfrac{Q}{K_1}=\dfrac{95}{100}$

1.Γ.16

α. Το βλήμα θα εξέλθει από το ξύλο με ταχύτητα υ και το ξύλο με αρχική ταχύτητα V θα συμπιέσει το ελατήριο μετατρέποντας τη μέγιστη κινητική του ενέργεια σε μέγιστη δυναμική ενέργεια του ελατηρίου. Εφαρμόζουμε την αρχή διατήρησης μηχανικής ενέργειας για το ξύλο αμέσως μετά την έξοδο του βλήματος από αυτό και τη θέση μέγιστης συσπείρωσης του ελατηρίου

$$U_{\varepsilon\lambda\,max}=K_{max}\Rightarrow\frac{1}{2}kx_{max}^2=\frac{1}{2}MV^2\Rightarrow V=x_{max}\sqrt{\frac{k}{M}}\Rightarrow V=3\ m/s$$

β. Εφαρμόζουμε την ΑΔΟ για την κρούση

$m\upsilon_o=m\upsilon+MV$ ή $\upsilon=50m/s$

γ. Η θερμότητα Q που εκλύθηκε στο περιβάλλον είναι αριθμητικά ίση με τη διαφορά των κινητικών ενεργειών του βλήματος λίγο πριν την κρούση και του ξύλου και του βλήματος αμέσως μετά. Το ποσοστό της αρχικής ενέργειας του βλήματος που μετατράπηκε σε θερμότητα είναι

$$\frac{Q}{K_{\alpha\rho\chi}}100\%=\frac{\frac{1}{2}m\upsilon_o^2-\left(\frac{1}{2}MV^2+\frac{1}{2}m\upsilon^2\right)}{\frac{1}{2}m\upsilon_o^2}=92,625\%$$

δ. Ο ρυθμός μεταβολής της ορμής ισούται με τη συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα

$\dfrac{dp}{dt}=\Sigma F=-k\,x_{max}\Rightarrow\dfrac{dp}{dt}=-45\ kgm/s^2$ με φορά προς τα δεξιά.

1.Γ.17

α. Εφαρμόζουμε την ΑΔΟ για να βρούμε την ταχύτητα που έχει το συσσωμάτωμα αμέσως μετά την κρούση

$$p_{\alpha\rho\chi}=p_{\tau\varepsilon\lambda}\Rightarrow m_1\upsilon_1=(m_1+M)V\Rightarrow V=\frac{\sqrt{3}}{6}m/s$$

Το μέτρο της μεταβολής της ορμής του βλήματος κατά την κρούση είναι

$$\left|\Delta p_1\right| = \left|m_1 V - m_1 \upsilon_1\right| \Rightarrow \left|\Delta p_1\right| = \frac{\sqrt{3}}{2} kgm/s$$

β. Η μεταβολή στην κινητική ενέργεια του συστήματος είναι

$$\Delta K = \frac{1}{2}(M + m_1)V^2 - \frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2 \Rightarrow \Delta K = -0{,}5J$$

γ. Εφαρμόζουμε ΘΜΚΕ αμέσως μετά τη σύγκρουση μέχρι τη θέση μέγιστης συσπείρωσης του ελατηρίου

$$W_T + W_{F,\varepsilon\lambda} = K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} \Rightarrow -\mu(m_1 + M)gx_{max} + 0 - \frac{1}{2}kx^2_{max} = -\frac{1}{2}(m_1 + M)V^2 \Rightarrow k = 500N/m$$

δ. Η συνολική θερμότητα οφείλεται στην πλαστική κρούση και στις τριβές

$$Q_{\kappa\rho} = \left|\Delta K\right| = 0{,}5J$$

$$Q_{\tau\rho} = \left|W_T\right| = \mu(m_1 + M)gx_{max} \Rightarrow Q_{\tau\rho} = \frac{1}{15}J$$

$$Q = Q_{\kappa\rho} + Q_{\tau\rho} \Rightarrow Q = \frac{17}{30}J$$

Το ποσοστό της αρχικής ενέργειας του βλήματος που μετατράπηκε σε θερμότητα είναι

$$\pi\% = \frac{Q}{K_1}100\% = \frac{Q}{\frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2}100\% = \frac{\frac{17}{30}}{\frac{2}{3}}100\% \Rightarrow \pi\% = 85\%$$

1.Γ.18

α. Από τη διατήρηση της ορμής έχουμε

$$p_{\alpha\rho\chi} = p_{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow m\upsilon_0 = (m + M)V \Rightarrow V = \frac{m\upsilon_o}{m + M} = 2{,}5m/s$$

β. Εφαρμόζουμε την ΑΔΜΕ μεταξύ της θέσης αμέσως μετά την κρούση και της μέγιστης συσπείρωσης του ελατηρίου

$$\frac{1}{2}(m + M)V^2 = \frac{1}{2}k\Delta\ell^2_{max} \Rightarrow \Delta\ell_{max} = 0{,}5m$$

γ. Το ποσοστό μετατροπής της ενέργειας σε θερμότητα είναι

$$\pi\% = \frac{Q}{K_{\alpha\rho\chi}}100\% = \frac{\frac{1}{2}m\upsilon_o^2 - \frac{1}{2}(m + M)V^2}{\frac{1}{2}m\upsilon_o^2}100\% \Rightarrow \pi\% = 97{,}5\%$$

δ. Εφαρμόζουμε την ΑΔΜΕ μεταξύ της θέσης αμέσως μετά την κρούση και αυτής όπου το ελατήριο έχει ξανά το φυσικό του μήκος (ίδιες θέσεις) και έχουμε

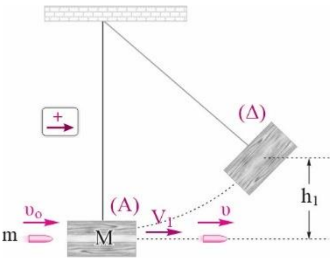
$$ΑΔΜΕ: \frac{1}{2}(m+M)V^2 = \frac{1}{2}(m+M)V'^2 \Rightarrow V' = \pm V \Rightarrow |V'| = 2{,}5 m/s$$

ε. Βρίσκουμε τη συσπείρωση του ελατηρίου στη θέση όπου ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του έχει μέτρο 50 kgm/s^2

$$\left|\frac{dp}{dt}\right| = \Sigma F = |F_{ελ}| = kx \Rightarrow x = 0{,}25m$$

$$ΑΔΜΕ: \frac{1}{2}(m+M)V^2 = \frac{1}{2}kx^2 + \frac{1}{2}(m+M)\upsilon^2 \Rightarrow |\upsilon| = 1{,}25\sqrt{3} m/s$$

1.Γ.19



α. Το βλήμα βγαίνει από το ξύλο με ταχύτητα υ και το ξύλο αμέσως μετά την κρούση έχει ταχύτητα V_1.
Από την ΑΔΟ παίρνουμε

$$m\upsilon_o = m\upsilon + MV_1 \quad ή \quad V_1 = \frac{m(\upsilon_o - \upsilon)}{M} \Rightarrow V_1 = 2 m/s$$

β. Από τη διατήρηση της ενέργειας για το σώμα μάζας M αμέσως μετά την κρούση προκύπτει

$$K_{αρχ} + U_{αρχ} = K_{τελ} + U_{τελ} \quad ή$$

$$\frac{1}{2}MV_1^2 + 0 = 0 + Mgh_1 \Rightarrow h_1 = \frac{V_1^2}{2g} = 0{,}2 m$$

γ. $W_F = K_\beta^{τελ} - K_\beta^{αρχ} = \frac{1}{2}m\upsilon^2 - \frac{1}{2}m\upsilon_o^2 \Rightarrow W_F = -307{,}8 J$

δ. Ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του σώματος μάζας M αμέσως μετά την κρούση είναι

$$\frac{dp}{dt} = \Sigma F = F_{κεντρ} \Rightarrow \frac{dp}{dt} = M\frac{V_1^2}{\ell} \Rightarrow \frac{dp}{dt} = 20 kg\, m/s^2$$

με κατεύθυνση κατακόρυφη προς τα πάνω.

1.Γ.20

α. Η μεταβολή της ορμής του σώματος μάζας m_1 είναι

$\Delta p_1 = m_1\upsilon'_1 - m_1\upsilon_1$ ή $\Delta p_1 = m_1(\upsilon'_1 - \upsilon_1)$ ή $\Delta p_1 = -18$ kgm/s

$$\frac{\Delta p_1}{p_1}100\% = \frac{-18}{12}100\% \Rightarrow \frac{\Delta p_1}{p_1}100\% = -150\%$$

β. $\Delta p_1 + \Delta p_2 = 0$ ή $\Delta p_2 = +18kgm/s$ ή $m_2 \upsilon_2 - 0 = 18kgm/s$ ή $\upsilon_2 = 3m/s$

γ. $Q = \frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2 - \frac{1}{2}m_1\upsilon_1'^2 - \frac{1}{2}m_2\upsilon_2'^2 \Rightarrow Q = 27J$

δ. $\vec{F}_2 = \frac{\Delta \vec{p}_2}{\Delta t} \Rightarrow F_2 = 180N$

1.Γ.21

α. $\frac{\Delta K}{K_1}100\% = 40\% \Rightarrow \frac{\frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2 - \frac{1}{2}(m_1 + m_2)V_K^2}{\frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2} = \frac{40}{100}$ (1)

Εφαρμόζοντας την ΑΔΟ παίρνουμε $m_1\upsilon_1 = (m_1 + m_2)V_K \Rightarrow V_K = \frac{m_1\upsilon_1}{m_1 + m_2}$ (2)

Με αντικατάσταση στην (1) προκύπτει $\frac{m_2}{m_1 + m_2} = \frac{4}{10} \Rightarrow m_2 = 2kg$

β. $\Delta p_1 = p'_1 - p_1$ ή $\Delta p_1 = m_1 V_K - m_1 \upsilon_1$ (3)

Από τη (2) παίρνουμε

$$V_K = \frac{3}{2+3}5\ m/s \Rightarrow V_K = 3m/s$$

Με αντικατάσταση στην (3) προκύπτει $\Delta p_1 = -6kgm/s$

γ. $W_{\tau\rho\iota\beta\omega\nu} = K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = \frac{1}{2}(m_1 + m_2)V_K^2 - \frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2 \Rightarrow W_{\tau\rho\iota\beta\omega\nu} = -15J$

δ. Από την ισορροπία στον άξονα y προκύπτει

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N = (m_1 + m_2)g\sigma\upsilon\nu\varphi$$

Η τριβή έχει μέτρο $T = \mu N = \mu(m_1 + m_2)g\sigma\upsilon\nu\varphi$

Το ΘΜΚΕ για την κίνηση του συσσωματώματος, μέχρι να σταματήσει, δίνει

$$K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = W_T + W_W \Rightarrow 0 - \frac{1}{2}(m_1 + m_2)V_\kappa{}^2 = -Tx - w_{o\lambda,x}x \Rightarrow$$

$$-\frac{1}{2}(m_1 + m_2)V_\kappa{}^2 = -\mu(m_1 + m_2)g\sigma\upsilon\nu\varphi x - (m_1 + m_2)g\eta\mu\varphi x \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2}V_\kappa{}^2 = \mu g\sigma\upsilon\nu\varphi x + g\eta\mu\varphi x \Rightarrow x = \frac{V_\kappa{}^2}{2g(\eta\mu\varphi + \mu\sigma\upsilon\nu\varphi)} \Rightarrow x = \frac{9}{20}m$$

1.Γ.22

α. $\frac{K_1}{K_{\sigma\upsilon\sigma}} = \frac{\frac{1}{2}m\upsilon_1^2}{\frac{1}{2}(m + M)V_K^2}$ (1)

Από την αρχή διατήρησης της ορμής παίρνουμε $V_K = \dfrac{m\upsilon_1}{m+M} \quad (2)$

Με αντικατάσταση στην (1) προκύπτει $\dfrac{K_1}{K_{\sigma\upsilon\sigma}} = \dfrac{m+M}{m} \Rightarrow \dfrac{K_1}{K_{\sigma\upsilon\sigma}} = 6$

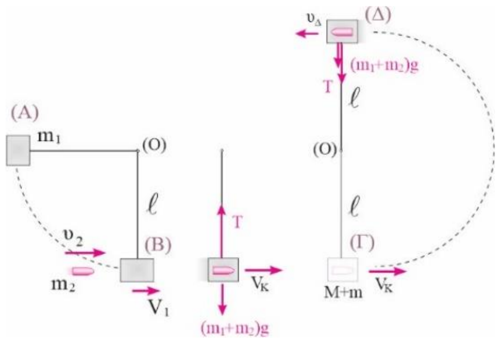
β. $K_1 = 100J + K_{\sigma\upsilon\sigma\tau}$ ή $K_1 = 100J + \dfrac{K_1}{6} \Rightarrow K_1 = 120J$

γ. $K_1 = \dfrac{1}{2}m\upsilon_1^2 \Rightarrow \upsilon_1 = 20\sqrt{3}\, m/s$

Με αντικατάσταση στη (2) προκύπτει $V_K = \dfrac{20\sqrt{3}}{6} m/s$.

δ. $W_F = K_{1\tau\varepsilon\lambda} - K_{1\alpha\rho\chi} = \dfrac{1}{2}mV_K^2 - \dfrac{1}{2}m\upsilon_1^2 \Rightarrow W_F = -\dfrac{350}{3} J$

1.Γ.23



α. Με διατήρηση της μηχανικής ενέργειας για το ξύλο μεταξύ των θέσεων (Α) και (Β) παίρνουμε

$$m_1 g\ell = \frac{1}{2}m_1 V_1^2 \Rightarrow V_1 = 4\frac{m}{s}$$

β. $\Delta\vec{p}_1 = \dfrac{75}{100}\vec{p}_1 \Rightarrow m_1V_K - m_1V_1 = \dfrac{3}{4}m_1V_1 \Rightarrow$
$V_K = 7\, m/s$

γ. Το συσσωμάτωμα εκτελεί κυκλική τροχιά

$$\Sigma F = F_{\kappa\varepsilon\nu\tau\rho} \Rightarrow T - (m_1+m_2)g = \frac{(m_1+m_2)V_K^2}{\ell} \Rightarrow$$

$$T = (m_1+m_2)g + \frac{(m_1+m_2)V_K^2}{\ell} \quad (1)$$

Η μάζα m_2 βρίσκεται με διατήρηση τη ορμής για την κρούση

$m_1V_1 + m_2\upsilon_2 = (m_1+m_2)V_K$ ή $m_2 = 0{,}05kg$

Με αντικατάσταση στην (1) προκύπτει $T = 142{,}5N$

δ. Για τη διέλευση του συσσωματώματος από τη υψηλότερο σημείο της τροχιάς, ισχύει

$$\Sigma F = F_{\kappa\varepsilon\nu\tau\rho} \Rightarrow T + (m_1+m_2)g = \frac{(m_1+m_2)\upsilon_\Delta^2}{\ell} \Rightarrow T = \frac{(m_1+m_2)\upsilon_\Delta^2}{\ell} - (m_1+m_2)g \quad (2)$$

Για να είναι το νήμα τεντωμένο θα πρέπει να ισχύει

$$T \geq 0 \Rightarrow \frac{(m_1+m_2)\upsilon_\Delta^2}{\ell} - (m_1+m_2)g \geq 0 \Rightarrow \upsilon_\Delta \geq \sqrt{8}\, m/s$$

Με διατήρηση της ενέργειας για το συσσωμάτωμα μεταξύ των θέσεων (Γ) και (Δ) βρίσκουμε την ταχύτητα του συσσωματώματος στη θέση (Δ)

$$\frac{1}{2}(m_1+m_2)V_K^2=\frac{1}{2}(m_1+m_2)\upsilon_\Delta^2+(m_1+m_2)g2\ell \Rightarrow \upsilon_\Delta=\sqrt{17}\,m/s$$

Άρα θα γίνει ανακύκλωση με το νήμα τεντωμένο.

<u>Σχόλιο</u>: Με αντικατάσταση στη σχέση (2) της ταχύτητας υ_Δ μπορούμε να βρούμε την τάση του νήματος στο υψηλότερο σημείο της τροχιάς, T_Δ=22,5N.

1.Γ.24

α. Από τη διατήρηση της μηχανικής ενέργειας μεταξύ της θέσης αμέσως μετά την κρούση και της θέσης μέγιστης ανύψωσης και με επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας τη χαμηλότερη θέση του ξύλου, παίρνουμε

$$E_{αρχ}=E_{τελ}\Rightarrow K_{αρχ}+U_{αρχ}=K_{τελ}+U_{τελ}\Rightarrow\frac{1}{2}(m+M)V_κ^2+0=0+(m+M)gh\Rightarrow V_κ=\sqrt{2gh}\Rightarrow V_κ=2m/s$$

β. Η ΑΔΟ για την πλαστική κρούση δίνει

$$p_{αρχ}=p_{τελ}\Rightarrow m\upsilon_0=(m+M)V_κ\Rightarrow\upsilon_0=680m/s$$

γ. Το ποσοστό της αρχικής κινητικής ενέργειας που έγινε θερμότητα είναι

$$\pi\%=\frac{Q}{K_{αρχ}}100\%=\frac{K_{αρχ}-K_{τελ}}{K_{αρχ}}100\%=1-\frac{\frac{1}{2}(m+M)V_κ^2}{\frac{1}{2}m\upsilon_0^2}100\%=\frac{M}{m+M}100\%\Rightarrow$$

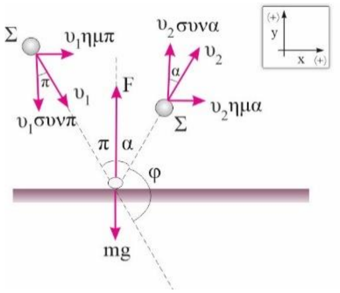
$$\pi\%=\frac{1695}{17}\%=99,7\%$$

δ. Μετά την κρούση η συνισταμένη δύναμη παίζει ρόλο κεντρομόλου δύναμης

$$\Sigma F=F_κ\Rightarrow T-(m+M)g=\frac{(m+M)V_κ^2}{L}\Rightarrow T=238N$$

Πλάγιες κρούσεις

1.Γ.25



α. Το επίπεδο είναι λείο, επομένως η γωνία πρόσπτωσης π είναι ίση με τη γωνία ανάκλασης α. Επειδή $\alpha+\pi+120^o=180^o$ και $\pi=\alpha$ παίρνουμε $\alpha=\pi=30^o$.

β. Η κρούση είναι ελαστική, άρα $\upsilon_1=\upsilon_2$.

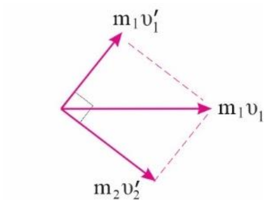
$$K=\frac{1}{2}m\upsilon_2^2=\frac{1}{2}0{,}08kg\cdot\left(10\sqrt{3}\frac{m}{s}\right)^2 \Rightarrow K=12J$$

γ. Η μεταβολή της ορμής οφείλεται μόνο στον άξονα y που είναι κάθετος στο δάπεδο γιατί μόνο στην άξονα αυτόν ασκείται στο σώμα ΣF. Επομένως

$$\Delta p=m\upsilon_2\cdot\sigma\upsilon\nu\alpha-\left(-m\upsilon_1\cdot\sigma\upsilon\nu\pi\right)=2m\upsilon_2\cdot\sigma\upsilon\nu\alpha=\ 2\cdot 0{,}08kg\cdot 10\sqrt{3}\frac{m}{s}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}\Rightarrow\Delta p=2{,}4kgm/s$$

δ. $\Sigma F=F-mg \ \Rightarrow\ F=\Sigma F+mg=\dfrac{\Delta p}{\Delta t}+mg \ \Rightarrow\ F=240{,}8N$

1.Γ.26



α. Από το διάγραμμα ορμών, εφαρμόζοντας το Π.Θ. έχουμε

$$\left(m_1\upsilon_1\right)^2=\left(m_1\upsilon_1'\right)^2+\left(m_2\upsilon_2'\right)^2 \qquad (1)$$

Η κρούση είναι ελαστική, άρα σύμφωνα με την ΑΔΜΕ

$$K_1=K_1'+K_2' \ \Rightarrow\ \frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2=\frac{1}{2}m_1\upsilon_1'^2+\frac{1}{2}m_2\upsilon_2'^2 \qquad (2)$$

Συνδυάζοντας τις (1), (2) παίρνουμε $m_1=m_2=1kg$.

β. Αντικαθιστώντας στη (2) τις τιμές παίρνουμε

$$m_1\upsilon_1^2=m_1\upsilon_1'^2+m_2\upsilon_2'^2 \ \Rightarrow\ \upsilon_2'=\sqrt{\frac{m_1\upsilon_1^2-m_1\upsilon_1'^2}{m_2}}=3\frac{m}{s}$$

γ. $\pi\%=\dfrac{\frac{1}{2}m_2\upsilon_2'^2}{\frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2}100\%=\dfrac{\upsilon_2'^2}{\upsilon_1^2}100\% \ \Rightarrow\ \pi\%=36\%$

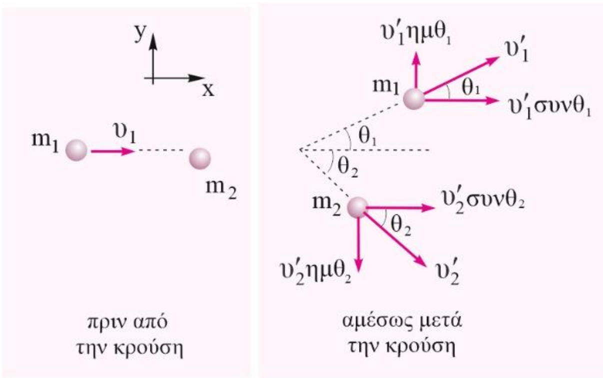
δ. $|\Delta p_1|=|\Delta p_2|=m_2\upsilon_2' \ \Rightarrow\ |\Delta p_1|=3kgm/s$

1.Γ.27

α. Εφαρμόζουμε την ΑΔΟ σε άξονες

$$p_{αρχ,y} = p_{τελ,y} \Rightarrow$$
$$0 = m_1υ_1'\,ημθ_1 - m_2υ_2'\,ημθ_2 \Rightarrow υ_1' = 4υ_2'$$

$$p_{αρχ,x} = p_{τελ,x} \Rightarrow$$
$$m_1υ_1 = m_1υ_1'\,συνθ_1 + m_2υ_2'\,συνθ_2 \Rightarrow$$
$$2 \cdot 5 = 2υ_1' \cdot 0{,}8 + 6υ_2' \cdot 0{,}6 \Rightarrow$$
$$10 = 1{,}6υ_1' + 3{,}6υ_2' \Rightarrow$$
$$10 = 1{,}6 \cdot 4υ_2' + 3{,}6υ_2' \Rightarrow$$
$$υ_2' = 1m/s \quad , \quad υ_1' = 4m/s$$



β. $\Delta p_{ολ} = 0 \Rightarrow \Delta p_1 + \Delta p_2 = 0 \Rightarrow$

$$\Delta p_1 = -\Delta p_2 = -m_2υ_2' \Rightarrow \Delta p_1 = -6kgm/s$$

σε κατεύθυνση αντίθετη της $υ_2'$.

γ. Μετά από 1s κάθε σφαίρα έχει απομακρυνθεί από το σημείο σύγκρουσης κατά

$$d_1 = υ_1't = 4m\,,\ d_2 = υ_2't = 1m$$

και επειδή οι κατευθύνσεις των ταχυτήτων είναι κάθετες, με το πυθαγόρειο θεώρημα βρίσκουμε

$$d = \sqrt{d_1^{\,2} + d_2^{\,2}} = \sqrt{17}m$$

δ. Θα ελέγξουμε αν διατηρείται η κινητική ενέργεια του συστήματος

$$K_{αρχ} = K_1 = \frac{1}{2}m_1υ_1^{\,2} \Rightarrow K_{αρχ} = 25J$$

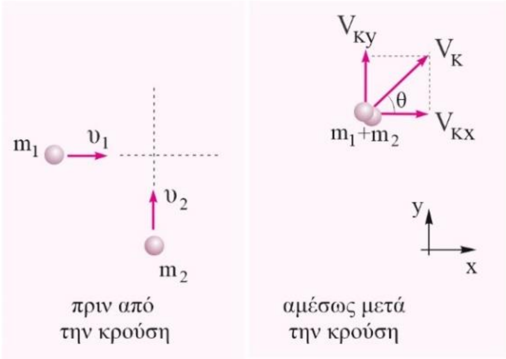
$$K_{τελ} = K_1' + K_2' = \frac{1}{2}m_1υ_1'^2 + \frac{1}{2}m_2υ_2'^2 \Rightarrow K_{τελ} = 19J$$

Άρα, η κρούση είναι ανελαστική και η θερμότητα που ελευθερώθηκε είναι

$$Q = K_{αρχ} - K_{τελ} = 6J$$

1.Γ.28

α. Σε όλες τις κρούσεις δύο σωμάτων ελεύθερων να κινηθούν, θεωρούμε ότι η ορμή του συστήματος διατηρείται σταθερή, άρα $\Delta p_{ολ}=0$.



β. Η ΑΔΟ στον άξονα x δίνει

$$p_{αρχ,x} = p_{τελ,x} \Rightarrow m_1\upsilon_1 = (m_1+m_2)V_{κx} \Rightarrow V_{κx} = 4m/s$$

Για τη γωνία θ που σχηματίζει η ταχύτητα του συστήματος άνδρας – παιδί με την αρχική ταχύτητα του άνδρα ισχύει

$$συνθ = \frac{V_{κx}}{V_κ} = 2\frac{\sqrt{5}}{5}$$

γ. Από το πυθαγόρειο θεώρημα για τις συνιστώσες της $V_κ$ προκύπτει

$$V_{κy} = \sqrt{V_κ^{\ 2} - V_{κx}^{\ 2}} = 2m/s$$

Η ΑΔΟ στον άξονα y δίνει

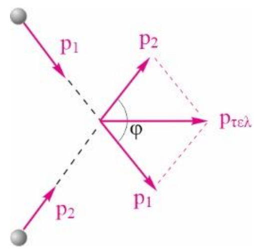
$$p_{αρχ,y} = p_{τελ,y} \Rightarrow m_2\upsilon_2 = (m_1+m_2)V_{κy} \Rightarrow \upsilon_2 = 6m/s$$

δ. Η θερμότητα που εκλύθηκε κατά την κρούση είναι

$$Q = \frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2 + \frac{1}{2}m_2\upsilon_2^2 - \frac{1}{2}(m_1+m_2)V_κ^{\ 2} \Rightarrow Q = 864J$$

1.Γ.29

α. $K = \frac{1}{2}m\upsilon^2 = \frac{m^2\upsilon^2}{2m} \Rightarrow K = \frac{p^2}{2m} \Rightarrow m = 2kg$



β. Σύμφωνα με την ΑΔΟ

$$p_{τελ} = p_{αρχ} \Rightarrow p_1 = \sqrt{p_1^2 + p_2^2 + 2p_1p_2συνφ} \Rightarrow$$

$$p^2 = p^2 + p^2 + 2p^2 συνφ \Rightarrow συνφ = -\frac{1}{2} \Rightarrow φ = \frac{2\pi}{3} \quad rad$$

γ. $p_{τελ} = (m_1+m_2)V_κ = p_1$ ή $V_K = 2{,}5m/s$

δ. $Q = K_{αρχ} - K_{τελ} = 2\cdot 25J - \frac{1}{2}(m_1+m_2)V_K^2 \Rightarrow Q = 37{,}5J$

1.Γ.30

α. Άξονας x: $m\upsilon = 2m\upsilon_{2x} \Rightarrow \upsilon_{2x} = \dfrac{\upsilon}{2}$ (1)

Άξονας y: $0 = m\upsilon_1 - 2m\upsilon_{2y} \Rightarrow \upsilon_{2y} = \dfrac{\upsilon_1}{2}$ (2)

Η κρούση είναι ελαστική, άρα

$$K_{\alpha\rho\chi} = K_{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow \frac{1}{2}m\upsilon^2 = \frac{1}{2}m\upsilon_1^2 + \frac{1}{2}2m\upsilon_2^2 \Rightarrow \upsilon^2 = \upsilon_1^2 + 2\upsilon_2^2 \Rightarrow \upsilon^2 = \upsilon_1^2 + 2(\upsilon_{2x}^2 + \upsilon_{2y}^2) \quad (3)$$

Από τις (1),(2), (3) παίρνουμε υ_1=1m/s.

Από τη (2) έχουμε $\upsilon_{2y} = 0{,}5\,m/s$

$$\upsilon_2 = \sqrt{\upsilon_{2x}^2 + \upsilon_{2y}^2} \Rightarrow \upsilon_2 = 1\,m/s$$

β. Αν φ η γωνία που σχηματίζει η υ_2 με τον οριζόντιο άξονα x είναι

$$\varepsilon\varphi\varphi = \frac{\upsilon_{2y}}{\upsilon_{2x}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \varphi = 30^o$$

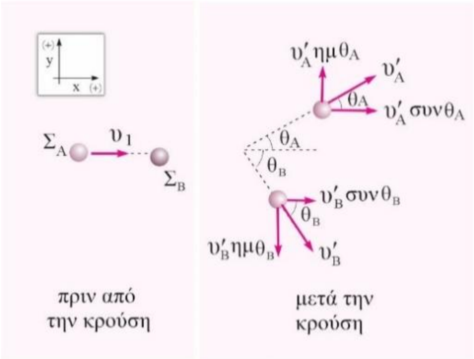
γ. $\dfrac{K_2'}{K_1}100\% = \dfrac{\frac{1}{2}2m\upsilon_2^2}{\frac{1}{2}m\upsilon^2}100\% \Rightarrow \dfrac{K_2'}{K_1}100\% = \dfrac{200}{3}\%$

δ. $\Delta p_1 + \Delta p_2 = 0$ ή $\Delta p_1 = -\Delta p_2$ ή $|\Delta p_1| = |\Delta p_2|$

$\Delta p_2 = p_2$ ή $\Delta p_2 = 2m\upsilon_2 = 2kgm/s$ και κατεύθυνση που σχηματίζει γωνία $\varphi=30^o$ με την αρχική διεύθυνση της ταχύτητας της σφαίρας με μάζα m.

Άρα $|\Delta p_1| = |\Delta p_2| = 2kgm/s$ με κατεύθυνση αντίθετη της p_2.

1.Γ.31



α. Από τη διατήρηση της ορμής στον οριζόντιο άξονα έχουμε

$$m_A\upsilon_A = m_A\upsilon_A'\sigma\upsilon\nu\vartheta_A + m_B\upsilon_B'\sigma\upsilon\nu\vartheta_B \Rightarrow$$
$$16 = \sqrt{3}\upsilon_A' + 2\upsilon_B' \quad (1)$$

Από τη διατήρηση της ορμής στον κατακόρυφο άξονα έχουμε

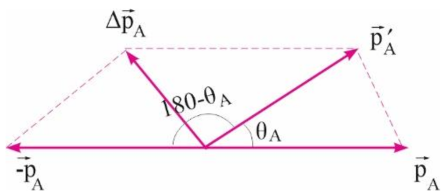
$$0 = m_A\upsilon_A'\eta\mu\vartheta_A - m_B\upsilon_B'\eta\mu\vartheta_B \Rightarrow \upsilon_A' = 2\sqrt{3}\upsilon_B' \quad (2)$$

Λύνοντας το σύστημα των (1) και (2) έχουμε

$$\upsilon_A' = 4\sqrt{3}m/s,\ \upsilon_B' = 2m/s$$

β. Η μεταβολή της ορμής της σφαίρας Α είναι

$$\Delta\vec{p} = \vec{p}_{\tau\varepsilon\lambda} - \vec{p}_{\alpha\rho\chi} = \vec{p}_{\tau\varepsilon\lambda} + \left(-\vec{p}_{\alpha\rho\chi}\right)$$

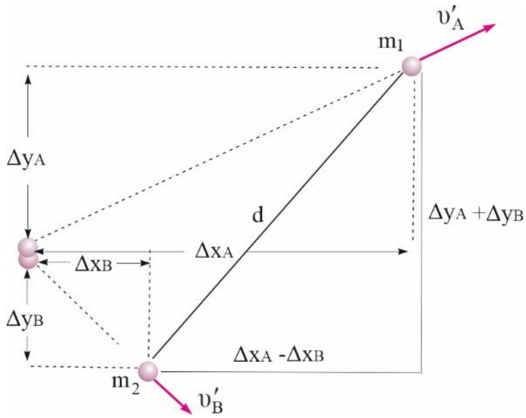


Το μέτρο της μεταβολής της ορμής της σφαίρας Α και της σφαίρας Β είναι

$$\left|\Delta\vec{p}_A\right| = \left|\Delta\vec{p}_B\right| = \sqrt{p_A^2 + p_A'^2 + 2p_A p_A'\sigma\upsilon\nu\left(180 - \theta_A\right)} =$$

$$\sqrt{m_A^2\upsilon_A^2 + m_A^2\upsilon_A'^2 + 2m_A\upsilon_A m_A\upsilon_A'\sigma\upsilon\nu\frac{5\pi}{6}} \Rightarrow$$

$$\left|\Delta\vec{p}_A\right| = \left|\Delta\vec{p}_B\right| = 8Kgm/s$$



γ. Η οριζόντια μετατόπιση κάθε σφαίρας 2s μετά την κρούση είναι αντίστοιχα

$$\Delta x_A = \upsilon_A'\sigma\upsilon\nu\theta_A t = 12m$$

$$\Delta x_B = \upsilon_B'\sigma\upsilon\nu\theta_B t = 2m$$

Η κατακόρυφη μετατόπιση κάθε σφαίρας 2s μετά την κρούση είναι αντίστοιχα

$$\Delta y_A = \upsilon_A'\eta\mu\theta_A t = 4\sqrt{3}m$$

$$\Delta y_B = \upsilon_B'\eta\mu\theta_B t = 2\sqrt{3}m$$

Η οριζόντια απόσταση ανάμεσα στα δύο σώματα είναι

$$\Delta x = \Delta x_A - \Delta x_B = 10m$$

Η κατακόρυφη απόσταση ανάμεσα στα δύο σώματα είναι

$$\Delta y = \Delta y_A + \Delta y_B = 6\sqrt{3}m$$

Άρα η απόσταση ανάμεσά τους είναι

$$d = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2} = \sqrt{208}m \Rightarrow d = 14,42m$$

δ. Η θερμότητα που εκλύεται είναι

$$Q = \frac{1}{2}m_A\upsilon_A^2 - \frac{1}{2}m_A\upsilon_A'^2 - \frac{1}{2}m_B\upsilon_B'^2 = 8J$$

1.Γ.32

α. Από τη διατήρηση της κινητικής ενέργειας του συστήματος παίρνουμε ότι

$$K_1 = K_1' + K_2' \Rightarrow \frac{p_{\alpha\rho\chi}^2}{2m} = \frac{p_1^2}{2m} + \frac{p_2^2}{2m} \Rightarrow p_{\alpha\rho\chi}^2 = p_1^2 + p_2^2 \quad (1)$$

Από την αρχή διατήρησης της ορμής έχουμε

$$p_{αρχ}=\sqrt{p_1^2+p_2^2+2p_1p_2συνφ}\Rightarrow p_{αρχ}^2=p_1^2+p_2^2+2p_1p_2συνφ \quad (2)$$

Λύνοντας το σύστημα των (1) και (2) έχουμε

$$2p_1p_2συνφ=0\Rightarrow φ=\frac{π}{2}rad$$

β. Από τη διατήρηση της ορμής στον άξονα y΄y παίρνουμε

$$m|υ_2|ημω=m|υ_1|ημϑ \Rightarrow \frac{|υ_1|}{\sqrt{3}}ημω=|υ_1|ημϑ\Rightarrow ημω=\sqrt{3}ημϑ$$

Όμως $ω+ϑ=\frac{π}{2}\Rightarrow ημω=συνϑ$

Από τις δύο τελευταίες σχέσεις προκύπτει $εφϑ=\frac{\sqrt{3}}{3}$,

άρα θ=π/6rad και ω=π/3rad.

γ. Από τη σχέση (1) προκύπτει

$$m^2υ^2=m^2υ_1^2+m^2υ_2^2\Rightarrow υ^2=υ_1^2+υ_2^2 \quad (3)$$

Όμως σύμφωνα με την εκφώνηση $|υ_1|=\sqrt{3}|υ_2| \quad (4)$

οπότε από τις (3) και (4) έχουμε

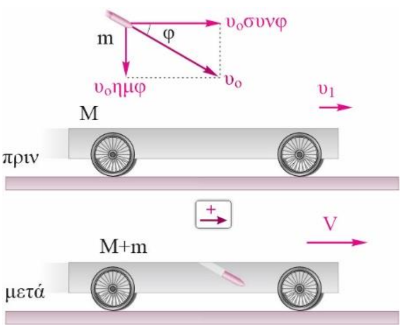
$$|υ_1|=\frac{2\sqrt{3}}{3}m/s,\ |υ_2|=\frac{2}{3}m/s$$

δ. $\Delta\vec{p}_1+\Delta\vec{p}_2=0\Rightarrow \Delta\vec{p}_1=-\Delta\vec{p}_2$

$$|\Delta p_2|=m|υ_2|\Rightarrow|\Delta p_1|=\frac{2}{3}kgm/s$$

Άρα η μεταβολή της ορμής της σφαίρας μάζας m_1 έχει μέτρο $\frac{2}{3}kgm/s$ και κατεύθυνση που σχηματίζει γωνία 30° σε σχέση με την αρχική της κατεύθυνση.

1.Γ.33



α. Το δάπεδο ασκεί στο καρότσι ισχυρότατη κατακόρυφη δύναμη προς τα πάνω με συνέπεια το $ΣF_{εξ}$ στον άξονα αυτόν να μην είναι μηδέν.

Εφαρμόζουμε την ΑΔΟ στον οριζόντιο άξονα

$mυ_oσυνφ+Mυ_1=(m+M)V$ ή

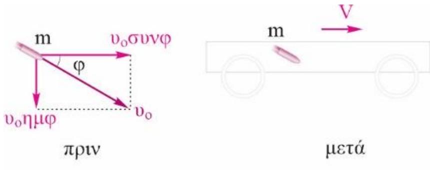
$$V=\frac{mυ_o\,συνφ+Mυ_1}{m+M} \Rightarrow V=1{,}48m/s$$

β. Η μεταβολή της ορμής του συστήματος ισούται με αυτήν του βλήματος στον άξονα y, γιατί στον άξονα x η ορμή του συστήματος διατηρείται. Αν θεωρήσουμε θετική φορά προς τα κάτω, είναι

$$\Delta p_{ολ} = \Delta p_{βλ} = 0 - m\upsilon_0 ημφ \Rightarrow \Delta p_{ολ} = -5\sqrt{3}kgm/s$$

και αφού είναι αρνητική, έχει φορά προς τα πάνω, καθώς προς τα πάνω είναι και η δύναμη που ασκεί το δάπεδο στο σύστημα.

γ. Το βλήμα κατά την κρούση του με το καρότσι μεταβάλλει την ορμή του



στον άξονα x:

$$\Delta p_{βλx} = mV - m\upsilon_0 συνφ \Rightarrow \Delta p_{βλx} = -4{,}85\,kgm/s$$

στον άξονα y:

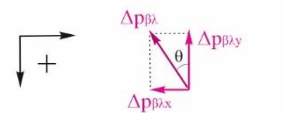
$$\Delta p_{βλy} = 0 - m\upsilon_0 ημφ \Rightarrow \Delta p_{βλy} = -5\sqrt{3}kgm/s$$

Το μέτρο της μεταβολής τη ορμής του βλήματος είναι

$$\Delta p_{βλ} = \sqrt{\Delta p^2_{βλx} + \Delta p^2_{βλy}} \Rightarrow \Delta p_{βλ} \approx 9{,}92\,kgm/s$$

Οι αρνητικές τιμές των Δp_x και Δp_y δείχνουν τις κατευθύνσεις τους σε κάθε άξονα. Το Δp_x έχει φορά προς τα αριστερά και το Δp_y προς τα πάνω.

Το διάνυσμα του $\Delta p_{βλ}$ σχηματίζει γωνία θ με τον άξονα y όπου



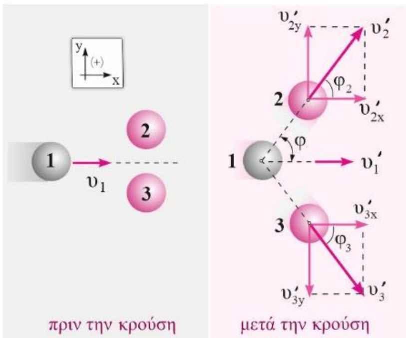
$$εφθ = \frac{\Delta p_{βλx}}{\Delta p_{βλy}} = \frac{4{,}85}{5\sqrt{3}}$$

Η κατευθυνση του $\Delta p_{βλ}$ δείχνεται στο διπλανό σχήμα.

δ. Θερμότητα κατά την κρούση

$$Q = \frac{1}{2}m\upsilon_o^2 + \frac{1}{2}M\upsilon_1^2 - \frac{1}{2}(m+M)V^2 \Rightarrow Q = 494J$$

1.Γ.34



α. Κατά τη διάρκεια μιας ελαστικής κρούσης αναπτύσσονται δυνάμεις μόνο κατά μήκος της διακέντρου.
Επειδή η σφαίρα 1 συνεχίζει την κίνησή της στην αρχική της οριζόντια κατεύθυνση, η συνολική δύναμη που δέχτηκε στον άξονα y είναι μηδέν. Άρα, λόγω της συμμετρίας πρέπει και η σφαίρα 3 να απομακρυνθεί με γωνία $φ_3=60^o$ ως προς τη διεύθυνση της υ_1. Έτσι έχουμε $φ_2=φ_3=φ=60^o$.

β. Εφαρμόζουμε την ΑΔΟ για το σύστημα των τριών σφαιρών

Άξονας y: $0 = m\upsilon'_{2y} - m\upsilon'_{3y}$

όπου $\upsilon'_{2y} = \upsilon'_2 \etaμ\varphi$ και $\upsilon'_{3y} = \upsilon'_3 \etaμ\varphi$

Επομένως $\upsilon'_2 = \upsilon'_3$ (1)

Άξονας x: $m\upsilon_1 = m\upsilon'_1 + m\upsilon'_{2x} + m\upsilon'_{3x}$

όπου $\upsilon'_{2x} = \upsilon'_2\, συν\varphi$ και $\upsilon'_{3x} = \upsilon'_3\, συν\varphi$

Επομένως $\upsilon_1 = \upsilon'_1 + 2\upsilon'_2 συν\varphi$

Επειδή συν60°=0,5 έχουμε

$\upsilon_1 = \upsilon'_1 + \upsilon'_2$ ή $\upsilon'_1 = \upsilon_1 - \upsilon'_2$ (2)

Επειδή η κρούση είναι ελαστική, η κινητική ενέργεια του συστήματος των σφαιρών διατηρείται.

$\frac{1}{2}m\upsilon_1^2 = \frac{1}{2}m\upsilon_1'^2 + \frac{1}{2}m\upsilon_2'^2 + \frac{1}{2}m\upsilon_3'^2$ ή λόγω της (1)

$\upsilon_1^2 = \upsilon_1'^2 + 2\upsilon_2'^2$ (3)

Λύνοντας το σύστημα των εξισώσεων (2) και (3) έχουμε

$$\upsilon_1^2 = (\upsilon_1 - \upsilon_2')^2 + 2\upsilon_2'^2 \Rightarrow 2\upsilon_1\upsilon_2' = 3\upsilon_2'^2 \Rightarrow \upsilon_2' = \frac{2\upsilon_1}{3}$$

Άρα υ'_2=4m/s και υ'_3=4m/s.

Αντικαθιστώντας στη σχέση (2) έχουμε

$\upsilon'_1 = \upsilon_1 - \upsilon'_2$ ή $\upsilon'_1 = (6-4)$ m/s ή υ'_1=2m/s

γ. Η μεταβολή της ορμής της σφαίρας 1 είναι

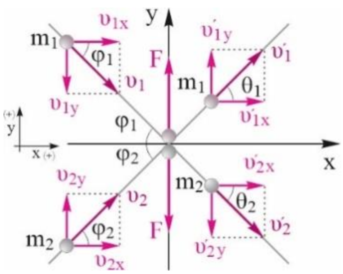
$$\Delta p_1 = p_1' - p_1 = m\upsilon_1' - m\upsilon_1 = -4 kgm/s$$

δ. Το ποσοστό της κινητικής ενέργειας που μεταφέρθηκε από τη σφαίρα 1 στις σφαίρες 2 και 3 είναι ίσο με

$$\pi\% = \frac{K_2' + K_3'}{K_1}100\% = \frac{2\frac{1}{2}m\upsilon_2'^2}{\frac{1}{2}m\upsilon_1^2}100\% \Rightarrow \pi\% = \frac{32}{36}100\% = \frac{800}{9}\%$$

1.Γ.35

α. Στον άξονα x η ορμή κάθε σφαίρας διατηρείται γιατί στον άξονα x δεν ασκούνται δυνάμεις



$\upsilon_{1x} = \upsilon'_{1x} = \upsilon_1\, συν\varphi_1$ ή $\upsilon'_{1x} = 0{,}5$ m/s (1)

$\upsilon_{2x} = \upsilon'_{2x} = \upsilon_2\, συν\varphi_2$ ή $\upsilon_{2x} = \sqrt{3}\, m/s$ (2)

β. y-άξονας: οι μάζες των σωμάτων είναι ίδιες και η κρούση είναι ελαστική, άρα τα σώματα ανταλλάσσουν ταχύτητες

$\upsilon'_{1y} = \upsilon_{2y} = 1$ m/s και $\upsilon'_{2y} = \upsilon_{1y} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}\mathrm{m/s}$

γ. $\upsilon'_1 = \sqrt{\upsilon'^2_{1x} + \upsilon'^2_{1y}} \Rightarrow \upsilon'_1 = \dfrac{\sqrt{5}}{2}\mathrm{m/s}$, $\upsilon'_2 = \sqrt{\upsilon'^2_{2x} + \upsilon'^2_{2y}} \Rightarrow \upsilon'_2 = \dfrac{\sqrt{15}}{2}\mathrm{m/s}$

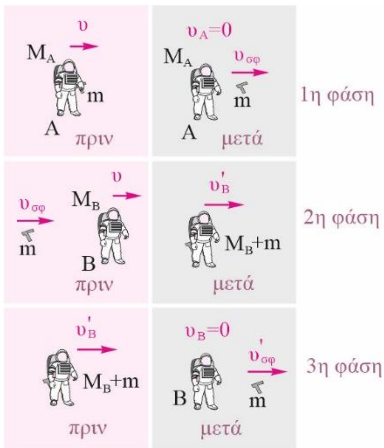
$$\varepsilon\varphi\theta_1 = \frac{\upsilon'_{1y}}{\upsilon'_{1x}} = \frac{1}{0,5} \Rightarrow \varepsilon\varphi\theta_1 = 2 \;,\quad \varepsilon\varphi\theta_2 = \frac{\upsilon'_{2y}}{\upsilon'_{2x}} = \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{3}} \Rightarrow \varepsilon\varphi\theta_2 = \frac{1}{2}$$

δ. Στην ελαστική κρούση διατηρείται η κινητική ενέργεια του συστήματος και αυτό θα ελέγξουμε

$$K_{\alpha\rho\chi} = K_1 + K_2 = \frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2 + \frac{1}{2}m_2\upsilon_2^2 \Rightarrow K_{\alpha\rho\chi} = 2,5\mathrm{J}$$

$$K_{\tau\varepsilon\lambda} = K_1' + K_2' = \frac{1}{2}m_1\upsilon_1'^2 + \frac{1}{2}m_2\upsilon_2'^2 \Rightarrow K_{\tau\varepsilon\lambda} = 2,5\mathrm{J} \Rightarrow K_{\alpha\rho\chi} = K_{\tau\varepsilon\lambda}$$

1.Γ.36



α. Θεωρούμε σύστημα τον αστροναύτη Α και το σφυρί (1η φάση) και εφαρμόζουμε την ΑΔΟ

$$p_{\pi\rho\iota\nu} = p_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}} \Rightarrow (M_A + m)\upsilon = 0 + m\upsilon_{\sigma\varphi} \Rightarrow$$

$$\upsilon_{\sigma\varphi} = \frac{(M_A + m)\upsilon}{m} = 17,5\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

β. Θεωρούμε σύστημα το σφυρί και τον αστροναύτη Β (2η φάση) και εφαρμόζουμε την ΑΔΟ

$$p_{\pi\rho\iota\nu} = p_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}} \Rightarrow m\upsilon_{\sigma\varphi} + M_B\upsilon = (M_B + m)\upsilon'_B \Rightarrow$$

$$\upsilon'_B = \frac{m\upsilon_{\sigma\varphi} + M_B\upsilon}{(M_B + m)} = \frac{70}{72}\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

γ. Θεωρούμε σύστημα το σφυρί και τον αστροναύτη Β (3η φάση) και εφαρμόζουμε την ΑΔΟ

$$p_{\pi\rho\iota\nu} = p_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}} \Rightarrow m\upsilon_{\sigma\varphi} + M_B\upsilon = 0 + m\upsilon'_{\sigma\varphi} \Rightarrow$$

$$\upsilon'_{\sigma\varphi} = \frac{m\upsilon_{\sigma\varphi} + M_B\upsilon}{(M_B + m)} = 35\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

δ. Σύμφωνα με την ΑΔΕ, η δαπάνη της ενέργειας είναι ίση με τη διαφορά της κινητικής ενέργειας του συστήματος αστροναύτες - σφυρί μετά την ακινητοποίησή τους και πριν το πέταγμα του σφυριού

$$E_{\delta\alpha\pi} = K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} \quad (1)$$

$$K_{\alpha\rho\chi} = \frac{1}{2}(M_A + m)\upsilon^2 + \frac{1}{2}M_B\upsilon^2 = 17,5\mathrm{J} \;,\quad K_{\tau\varepsilon\lambda} = \frac{1}{2}m\upsilon'^2_{\sigma\varphi} = 1225\mathrm{J}$$

Αντικαθιστώντας στην (1) παίρνουμε $E_{\delta\alpha\pi} = 1207,5\mathrm{J}$.