

Λύσεις κριτηρίου 18

ΘΕΜΑ Α

A1. (δ) A2. (β) A3. (δ) A4. (α) A5. α. Σ β. Λ γ. Λ δ. Σ ε. Λ

ΘΕΜΑ Β

B1. (i)

Για το σημείο N που βρίσκεται σε ενισχυτική υπερβολή για $N=2$ ισχύει:

$$\left((\Delta K) - \frac{\lambda}{4} \right) - \frac{\lambda}{4} = 2\lambda \Rightarrow (\Delta K) = \frac{5\lambda}{2}$$

Για το σημείο M επίσης ισχύει $r_2 - r_1 = 2\lambda$

Από το ορθογώνιο τρίγωνο ΚΛΜ έχουμε:

$$r_2^2 - r_1^2 = (ΚΛ)^2 \Rightarrow (2\lambda + r_1)^2 - r_1^2 = \left(\frac{5\lambda}{2} \right)^2 \Rightarrow r_1 = \frac{9}{16}\lambda$$

B2. (iii)

$$U = \frac{1}{2} D A^2 \eta \mu^2 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) \Rightarrow U = E_\tau \eta \mu^2 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right)$$

Στη γενική περίπτωση

Το χρονικό διάστημα μεταξύ δύο διαδοχικών μεγιστοποιήσεων της δυναμικής ενέργειας είναι $T/2$, άρα $T=2t_0$.

Το M βρίσκεται στη θέση $x = \lambda + \frac{\lambda}{4} = \frac{5\lambda}{4}$, άρα ξεκινά να ταλαντώνεται τη στιγμή

$$t_1 = \frac{5\lambda/4}{v} = \frac{5}{4}T \Rightarrow t_1 = \frac{10}{4}t_0 = \frac{5}{2}t_0$$

Όταν $y = \frac{A}{2}$, τότε $U_1 = \frac{1}{2} D \left(\frac{A}{2} \right)^2 \Rightarrow U_1 = \frac{E_\tau}{4}$.

$$U_1 + K_1 = E_\tau \Rightarrow K_1 = \frac{3}{4}E_\tau \Rightarrow E_\tau = \frac{4}{3}K_1$$

Με αντικατάσταση στη γενική σχέση παίρνουμε

$$U = \frac{4}{3}K_1 \eta \mu^2 2\pi \left(\frac{t}{2t_0} - \frac{5}{4} \right) \text{ για } t \geq \frac{5}{2}t_0 \quad U = 0 \text{ για } t < \frac{5}{2}t_0, \text{ και}$$

B3. (iii)

Στη θέση που συμβαίνει ενισχυτική συμβολή για 1^η φορά έχουμε

$$(AM_2\Delta) - (A\Delta) = \lambda \Rightarrow (AM_2\Delta) = 13\lambda$$

Μετά από μία θέση ενίσχυσης ακολουθεί μία θέση απόσβεσης. Έχουν παρεμβληθεί 7 θέσεις απόσβεσης, άρα όταν ο ανακλαστήρας είναι στη θέση M_3 έχουμε ενίσχυση για 8^η φορά, $N=8$, οπότε

$$(AM_3\Delta) - (A\Delta) = 8\lambda \Rightarrow (AM_3\Delta) = 20\lambda$$

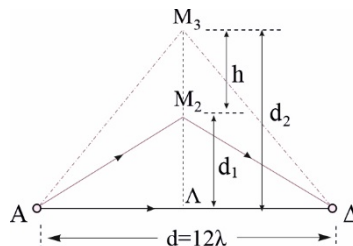
Από το ορθογώνιο τρίγωνο $ΑΛΜ_2$ έχουμε:

$$d_1^2 = \left(\frac{AM_2\Delta}{2}\right)^2 - (6\lambda)^2 = (6,5\lambda)^2 - (6\lambda)^2 \Rightarrow d_1 = 2,5\lambda$$

Από το ορθογώνιο τρίγωνο $ΑΛΜ_3$ έχουμε:

$$d_2^2 = \left(\frac{AM_3\Delta}{2}\right)^2 - (6\lambda)^2 = (10\lambda)^2 - (6\lambda)^2 \Rightarrow d_2 = 8\lambda$$

$$h = d_2 - d_1 = 5,5\lambda$$



ΘΕΜΑ Γ

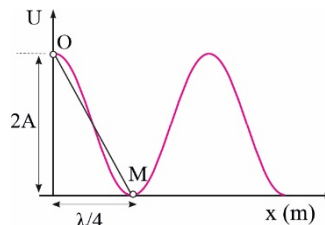
Γ1. Για την κοιλία Ο έχουμε $\frac{U}{K} = \frac{1}{3}$,

άρα $U = \frac{E}{4} \Rightarrow \frac{1}{2}Dy^2 = \frac{1}{4} \frac{1}{2}D(2A)^2 \Rightarrow y = A$

$$A = 2A \cdot \eta\mu \frac{2\pi}{T} t_2 \Rightarrow \eta\mu \frac{\pi}{6} = \eta\mu \frac{2\pi}{T} t_2, \quad 1^{\text{η}} \text{ φορά, άρα } \frac{\pi}{6} = \frac{2\pi}{T} t_2 \Rightarrow T = 2,4\text{s}$$

Γ2. Από το σχήμα έχουμε:

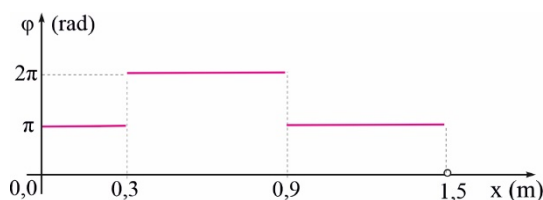
$$(OM) = \sqrt{(2A)^2 + \left(\frac{\lambda}{4}\right)^2} \Rightarrow 2A = 0,4\text{m} \Rightarrow A = 0,2\text{m}$$



Γ3. Για το σημείο Λ έχουμε:

$$y_\Lambda = 2A \cdot \text{συν} \frac{2\pi x_\Lambda}{\lambda} \eta\mu \omega t_2 = 0,4 \text{συν} \frac{2\pi \cdot 0,8}{1,2} \eta\mu \frac{2\pi}{2,4} 0,2 \Rightarrow y_\Lambda = -0,1\text{m}$$

Γ4. Όλα τα σημεία στη χορδή που είναι στις θέσεις 0 έως 0,3m και 0,9m έως 1,5m έχουν την ίδια φάση



που δίνεται από τη σχέση $\phi = \omega t$. Τη στιγμή $t = 1,2\text{s}$ η φάση τους είναι π .

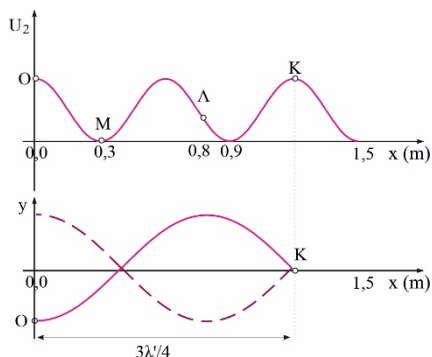
Όλα τα σημεία στη χορδή που είναι στις θέσεις $0,3\text{m}$ έως $0,9\text{m}$ έχουν την ίδια φάση που δίνεται από τη σχέση $\phi = \omega t + \pi$. Τη στιγμή $t = 1,2\text{s}$ η φάση τους είναι 2π .

Γ 5. Από το σχήμα έχουμε:

$$\frac{3\lambda'}{4} = 1,2\text{m} \Rightarrow \lambda' = 1,6\text{m}$$

Η ταχύτητα διάδοσης δεν αλλάζει, (ίδια χορδή), άρα

$$f' = \frac{v}{\lambda'} = \frac{\lambda f}{\lambda'} \Rightarrow f' = \frac{5}{16}\text{Hz}$$



ΘΕΜΑ Δ

Δ1. $y = A\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$, $\alpha_{\max} = \omega^2 A \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{\alpha_{\max}}{A}} \Rightarrow \omega = 10\text{rad/s}$, $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{\pi}{5}\text{s}$ και $f = \frac{5}{\pi}\text{Hz}$

Το σημείο της θέσης $x = 4\text{m}$ ξεκινά να ταλαντώνεται τη στιγμή $t = 1\text{s}$, άρα $v = 4\text{m/s}$ και από $v = \lambda f$ προκύπτει

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{4\text{m/s}}{\frac{5}{\pi}\text{s}^{-1}} \Rightarrow \lambda = 0,8\pi\text{m}$$

Άρα η εξίσωση του κύματος είναι

$$y = 0,04\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{\pi/5} - \frac{x}{0,8\pi}\right) \text{ (SI)} \Rightarrow y = 0,04\eta\mu(10t - 2,5x) \text{ (SI)} \quad (1)$$

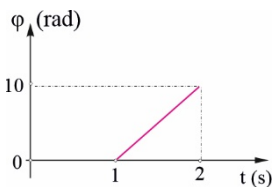
Δ2. Από τη σχέση (1) για $x = 4\text{m}$ παίρνουμε

$$\phi = 10t - 10 \text{ (SI) με } t \geq 1\text{s}$$

Δ3. $\alpha = -\omega^2 y$, $\alpha_{\max} = \omega^2 A$, $|\alpha| = \frac{\alpha_{\max}}{2}$, άρα $y = \pm \frac{A}{2}$

Η 2^η φορά είναι όταν ο φελλός κατευθύνεται από την ακραία

$$y = \frac{A}{2}$$



θέση προς τη θέση ισορροπίας και διέρχεται από

δηλαδή έχει αρνητική ταχύτητα και αντιστοιχεί σε θέση που βρίσκεται στο 2^ο τεταρτημόριο του τριγωνομετρικού κύκλου.

$$y = A\eta\mu \frac{2\pi}{T} \Delta t \Rightarrow \frac{A}{2} = A\eta\mu \frac{2\pi}{T} \Delta t \Rightarrow \eta\mu \frac{2\pi}{T} \Delta t = \eta\mu \frac{\pi}{6}$$

Προκύπτουν δύο λύσεις $\Delta t = T/12$ και $\Delta t = 5T/12$. Δεκτή είναι η λύση $5T/12$.

$$t = 1s + \Delta t = 1s + \frac{5}{12} \frac{\pi}{5} s \Rightarrow t = \frac{12 + \pi}{12} s$$

Ο φελλός ξεκινά ταλάντωση την $t_1=1s$, άρα

Δ4. Η περίοδος του κύματος είναι ίση με την περίοδο ταλάντωσης του συστήματος $m_{ολ}-k$.

$$m_{ολ} \omega^2 = k \Rightarrow m_{ολ} = \frac{100N/m}{(10\pi/s)^2} \Rightarrow m_{ολ} = 1kg$$

, άρα $m_2=0,2kg$

Δ5. Από τη διατήρηση της μηχανικής ενέργειας για το Σ βρίσκουμε τη σχέση μεταξύ h και ταχύτητας ελάχιστα πριν την κρούση, u_2 .

$$u_2 = \sqrt{2gh} \quad (2)$$

Από τη διατήρηση της ορμής για την πλαστική κρούση βρίσκουμε τη σχέση μεταξύ u_2 και ταχύτητας συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση.

$$m_2 u_2 = (m_1 + m_2) V_k \Rightarrow V_k = \frac{1}{5} u_2 \quad (3)$$

Η ταλάντωση του συστήματος έχει θέση ισορροπίας που είναι μετατοπισμένη προς τα κάτω κατά

$$x_2 = \frac{m_2 g}{k} = \frac{2}{100} m$$

x_2 από την αρχική θέση ισορροπίας:

Εφαρμόζουμε τη διατήρηση της ενέργειας για την ταλάντωση

$$U + K = E_{\epsilon} \Rightarrow \frac{1}{2} k x_2^2 + \frac{1}{2} (m_1 + m_2) V_k^2 = \frac{1}{2} k A_1^2 \Rightarrow V_k = \sqrt{\frac{k A_1^2 - k x_2^2}{m_1 + m_2}} = 1m/s$$

Από τη σχέση (3) παίρνουμε $u_2 = 5m/s$

$$h = \frac{u_2^2}{2g} = 1,25m$$

και από τη σχέση (2)