



Ι. Απαντήσεις

Α. Μεθοδολογία, εφαρμογές & ασκήσεις

1.α. Σταθερός παραγωγικός συντελεστής = Έδαφος, Μεταβλητός παραγωγικός συντελεστής = Εργασία

β. Η επιχείρηση λειτουργεί στη βραχυχρόνια περίοδο παραγωγής, αφού διαθέτει τουλάχιστον έναν σταθερό παραγωγικό συντελεστή.

γ. Εφαρμόζουμε τους τύπους: $AP = \frac{Q}{L}$ και $MP = \frac{\Delta Q}{\Delta L}$

Έδαφος	Εργάτες (L)	Συνολικό Προϊόν (Q)	Μέσο Προϊόν (AP)	Οριακό Προϊόν (MP)
5	0	0	-	-
5	1	10	10	10
5	2	24	12	14
5	3	39	13	15
5	4	48	12	9
5	5	55	11	7

2.α. Εφαρμόζουμε τους τύπους: $AP = \frac{Q}{L}$ και $MP = \frac{\Delta Q}{\Delta L}$

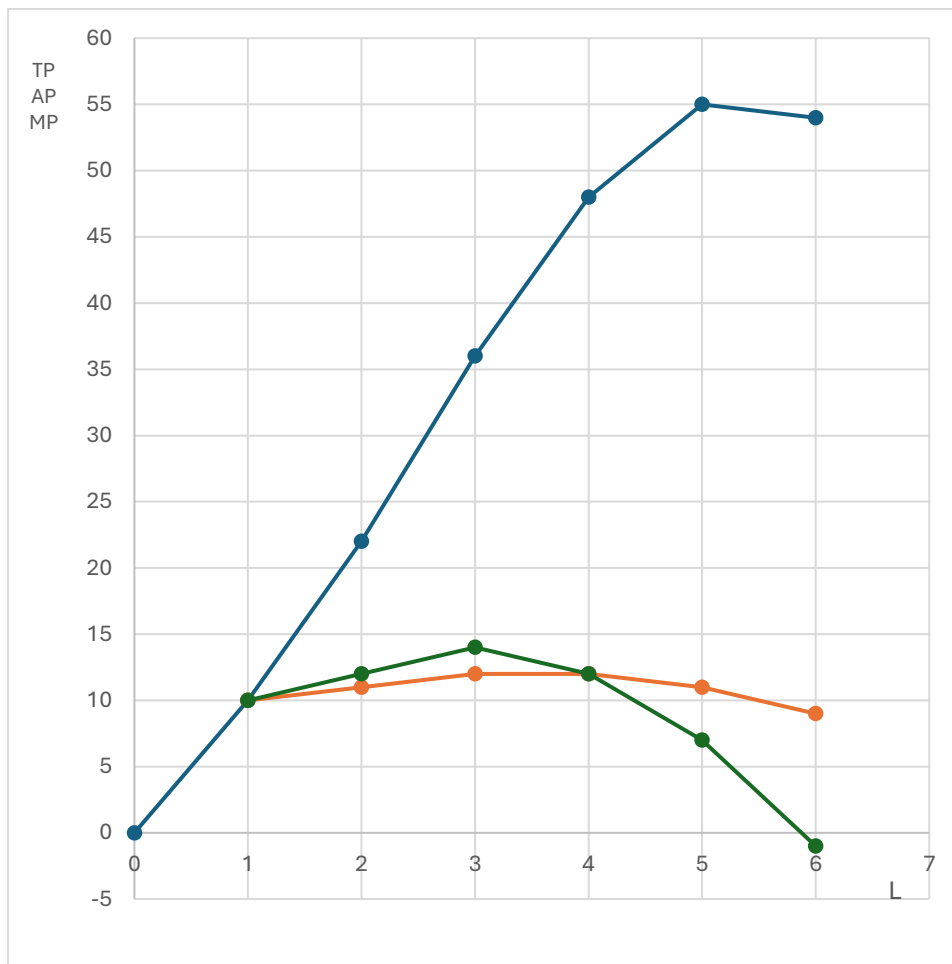
Ποσότητα Σταθερού Συντελεστή	Εργάτες (L)	Συνολικό Προϊόν (Q)	Μέσο Προϊόν (AP)	Οριακό Προϊόν (MP)
10	0	0	-	-
10	1	20	20	20
10	2	50	25	30
10	3	90	30	40
10	4	120	30	30
10	5	140	28	20

β. Η επιχείρηση λειτουργεί στη βραχυχρόνια περίοδο παραγωγής, αφού διαθέτει τουλάχιστον έναν σταθερό παραγωγικό συντελεστή.

3.α. Εφαρμόζουμε τους τύπους: $AP = \frac{Q}{L}$ και $MP = \frac{\Delta Q}{\Delta L}$

Κεφάλαιο	Εργάτες (L)	Συνολικό Προϊόν (Q)	Μέσο Προϊόν (AP)	Οριακό Προϊόν (MP)
5	0	0	-	-
5	1	10	10	10
5	2	22	11	12
5	3	36	12	14
5	4	48	12	12
5	5	55	11	7
5	6	54	9	-1

β.



4. Εφαρμόζουμε τους τύπους: $AP = \frac{Q}{L}$ και $MP = \frac{\Delta Q}{\Delta L}$

Εργάτες (L)	Συνολικό Προϊόν (Q)	Μέσο Προϊόν (AP)	Οριακό Προϊόν (MP)
0	0	-	-
5	50	10	10
10	120	12	14

15	210	14	18
20	260	13	10
25	300	12	8

5. Εφαρμόζουμε τους τύπους: $AP = \frac{Q}{L}$ και $MP = \frac{\Delta Q}{\Delta L}$

Εργάτες (L)	Συνολικό Προϊόν (Q)	Μέσο Προϊόν (AP)	Οριακό Προϊόν (MP)
0	0	-	-
5	100	20	20
10	250	25	30
15	420	28	34
20	520	26	20
25	600	24	16

6. Εφαρμόζουμε τους τύπους: $AP = \frac{Q}{L}$ και $MP = \frac{\Delta Q}{\Delta L}$

Εργάτες (L)	Συνολικό Προϊόν (Q)	Μέσο Προϊόν (AP)	Οριακό Προϊόν (MP)
10	150	15	-
20	360	18	21
30	600	20	24
40	760	19	16
50	850	17	9

7. Εφαρμόζουμε τους τύπους: $AP = \frac{Q}{L}$ και $MP = \frac{\Delta Q}{\Delta L}$

Εργάτες (L)	Συνολικό Προϊόν (Q)	Μέσο Προϊόν (AP)	Οριακό Προϊόν (MP)
0	0	-	-
10	120	12	12
20	280	14	16
30	450	15	17
40	560	14	11
50	600	12	4

8. Εφαρμόζουμε τους τύπους: $AP = \frac{Q}{L}$ και $MP = \frac{\Delta Q}{\Delta L}$

L	TP	AP	MP
0	0	-	-
1	18	18	18
2	48	24	30
3	84	28	36
4	100	25	16
5	100	20	0

9. Εφαρμόζουμε τους τύπους: $AP = \frac{Q}{L}$ και $MP = \frac{\Delta Q}{\Delta L}$

L	TP	AP	MP
0	0	-	-
2	30	15	15
4	70	17,5	20
6	120	20	25
8	160	20	20
10	156	15.6	-2

10. Εφαρμόζουμε τους τύπους: $AP = \frac{Q}{L}$ και $MP = \frac{\Delta Q}{\Delta L}$

L	TP	AP	MP
0	0	-	-
10	1.200	120	120
20	2.900	145	170
30	3.900	130	100
40	4.400	110	50
50	4.500	90	10

11. Εφαρμόζουμε τους τύπους: $AP = \frac{Q}{L}$ και $MP = \frac{\Delta Q}{\Delta L}$

L	TP	AP	MP
0	0	-	-
5	750	150	150
10	2.150	215	280
15	3.200	213,3	210
20	3.700	185	100
25	3.500	140	-40

12.

L	Q	AP	MP
0	0	-	-
1	8	8	8
2	18	9	10
3	36	12	18
4	48	12	12
5	50	10	2
6	50	8,3	0
7	42	6	-8

13.α. Εφαρμόζουμε τους τύπους: $AP = \frac{Q}{L}$ και $MP = \frac{\Delta Q}{\Delta L}$

L	Q	AP	MP
0	0	-	-
1	12	12	12
2	30	15	18
3	51	17	21
4	68	17	17
5	75	15	7

β. Με την προσθήκη του 4^{ου} εργάτη, αφού το οριακό προϊόν μειώνεται για πρώτη φορά.

14.α. Εφαρμόζουμε τους τύπους: $AP = \frac{Q}{L}$ και $MP = \frac{\Delta Q}{\Delta L}$

L	Q	AP	MP
0	0	-	-
1	25	25	25
2	60	30	35
3	90	30	30
4	96	24	6
5	95	19	-1

β. Με την πρόσληψη του 3^{ου} εργάτη, αφού το οριακό προϊόν μειώνεται για πρώτη φορά.

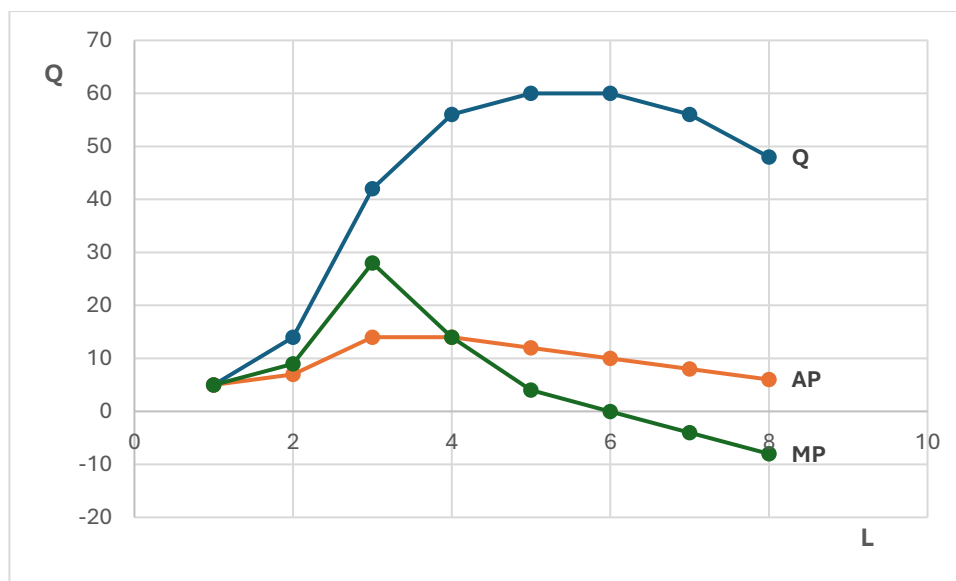
15.α. Εφαρμόζουμε τους τύπους: $AP = \frac{Q}{L}$ και $MP = \frac{\Delta Q}{\Delta L}$

L	Q	AP	MP
1	5	5	
2	14	7	9
3	42	14	28
4	56	14	14
5	60	12	4
6	60	10	0
7	56	8	-4
8	48	6	-8

β. Οι συνέπειες του Ν.Φ.Α. εμφανίζονται από τον 4^ο εργάτη.

γ. Μέχρι τον 3^ο εργάτη η επιχείρηση βρίσκεται στο στάδιο της αύξουσας οριακής απόδοσης. Από τον 4^ο μέχρι και τον 6^ο εργάτη βρίσκεται στο στάδιο της φθίνουσας οριακής απόδοσης και από τον 7^ο εργάτη και μετά στο στάδιο της αρνητικής οριακής απόδοσης.

δ.



16.α. Εφαρμόζουμε τους τύπους: $AP = \frac{Q}{L}$ και $MP = \frac{\Delta Q}{\Delta L}$

L	Q	MP	AP
0	0	-	-
10	180	18	18
20	400	22	20
30	540	14	18
40	600	6	15
50	600	0	12

β. Η επιχείρηση βρίσκεται στη βραχυχρόνια περίοδο παραγωγής, αφού έχει τουλάχιστον έναν σταθερό παραγωγικό συντελεστή, σύμφωνα με τα δεδομένα της εκφώνησης.

γ. Με την προσθήκη του 21^{ου} εργάτη, αφού το οριακό προϊόν μειώνεται για πρώτη φορά.

17.α. Εφαρμόζουμε τους τύπους: $AP = \frac{Q}{L}$ και $MP = \frac{\Delta Q}{\Delta L}$

L	Q	AP	MP
0	0	-	-
4	40	10	10
8	120	15	20
12	160	13,3	10
16	180	11,25	5
20	140	7	-10

β. Με την προσθήκη του 9^{ου} εργάτη, αφού το οριακό προϊόν μειώνεται για πρώτη φορά.

18.α. Εφαρμόζουμε τους τύπους: $AP = \frac{Q}{L}$ και $MP = \frac{\Delta Q}{\Delta L}$

L	Q	AP	MP
0	0	-	-
2	4	2	2
4	16	4	6
6	24	4	4
8	24	3	0
10	22	2,2	-1

β. Το προϊόν ανά εργάτη (μέσο προϊόν) μεγιστοποιείται στους 6 εργάτες, όπου το οριακό προϊόν είναι ίσο με το μέσο προϊόν. Το συνολικό προϊόν μεγιστοποιείται στους 8 εργάτες, όπου το οριακό προϊόν ισούται με μηδέν.

γ. Η επιχείρηση θα πρέπει να σταματήσει να προσλαμβάνει εργάτες στους 8 εργάτες, όπου μεγιστοποιείται η παραγωγή ($MP = 0$).

19.α. Εφαρμόζουμε τους τύπους: $AP = \frac{Q}{L}$ και $MP = \frac{\Delta Q}{\Delta L}$

L	Q	AP	MP
0	0	-	-
1	15	15	15
2	40	20	25
3	60	20	20
4	70	17,5	10
5	70	14	0

β. Με την προσθήκη του 3^{ου} εργάτη, αφού το οριακό προϊόν μειώνεται για πρώτη φορά.

γ. Ο Ν.Φ.Α. ισχύει στη βραχυχρόνια περίοδο παραγωγής, όπου η ίση διαδοχική αύξηση του μεταβλητού συντελεστή θα δίνει όλο και μικρότερες αυξήσεις στο συνολικό προϊόν.

20.α. Εφαρμόζουμε τους τύπους: $AP = \frac{Q}{L}$ και $MP = \frac{\Delta Q}{\Delta L}$

L	Q	AP	MP
0	0	-	-
1	45	45	45
2	110	55	65
3	195	65	85
4	260	65	65
5	300	60	40
6	280	46,6	-20

β. Σχολικό βιβλίο, σελίδα 57: «Ο νόμος της φθίνουσας ... και μετά μειώνεται.»

Με την προσθήκη του 4^{ου} εργάτη, αφού το οριακό προϊόν μειώνεται για πρώτη φορά.

γ. Το μέσο προϊόν μεγιστοποιείται στους 4 εργάτες, όπου η καμπύλη του οριακού προϊόντος τέμνει την καμπύλη του μέσου από πάνω προς τα κάτω στη μέγιστη τιμή του.

δ. Ισχύει επειδή μεταβάλλονται οι αναλογίες που υπάρχουν κάθε φορά ανάμεσα στους σταθερούς και μεταβλητούς συντελεστές.

21.α. Εφαρμόζουμε τους τύπους: $AP = \frac{Q}{L}$ και $MP = \frac{\Delta Q}{\Delta L}$

Έδαφος	L	Q	AP	MP
20	0	0	-	-
20	10	1.200	120	120
20	20	3.400	170	220
20	30	5.400	180	200
20	40	7.200	180	180
20	50	7.200	144	0
20	60	7.000	116,6	-20

β. Με την προσθήκη του 21^{ου} εργάτη, αφού το οριακό προϊόν μειώνεται για πρώτη φορά.

γ. Το συνολικό προϊόν μεγιστοποιείται.

δ. Σχολικό βιβλίο, σελίδα 53: «Βραχυχρόνια περίοδος ... εργασία, κ.τ.λ...»

ε. Μειώνεται λόγω του ότι το οριακό προϊόν παίρνει αρνητικές τιμές.

στ. Θα πρέπει να μεταβάλλει και τον σταθερό συντελεστή (έδαφος) και να μην έχει κανέναν σταθερό παραγωγικό συντελεστή.

22.α. Εφαρμόζουμε τους τύπους: $AP = \frac{Q}{L}$ και $MP = \frac{\Delta Q}{\Delta L}$

L	Q	AP	MP
0	0	-	-
5	10	2	2
10	50	5	8
15	105	7	11
20	140	7	7
25	140	5,6	0
30	135	4,5	-1

β. Με την προσθήκη του 16^{ου} εργάτη, αφού το οριακό προϊόν μειώνεται για πρώτη φορά.

γ. Το μέσο προϊόν μεγιστοποιείται στους 20 εργάτες, όπου η καμπύλη του οριακού προϊόντος τέμνει την καμπύλη του μέσου από πάνω προς τα κάτω στη μέγιστη τιμή του.

Σχολικό βιβλίο, σελίδα 59: «Η καμπύλη του οριακού ... αύξηση της εργασίας.»

23.α. Εφαρμόζουμε τους τύπους: $AP = \frac{Q}{L}$ και $MP = \frac{\Delta Q}{\Delta L}$

L	Q	AP	MP
0	0	-	-
2	25	12,5	12,5
4	60	15	17,5
6	90	15	15
8	110	13,75	10

β. Η παραγωγή θα αυξηθεί κατά 15 μονάδες ($MP = 15$).

24.α. Εφαρμόζουμε τους τύπους: $AP = \frac{Q}{L}$ και $MP = \frac{\Delta Q}{\Delta L}$

L	Q	AP	MP	Q'	MP'
1	10	10	10	15	15
2	24	12	14	36	21
3	45	15	21	67,5	31,5
4	55	13,75	10	82,5	15
5	60	12	5	90	7,5

β. Εφαρμόζουμε τους τύπους: $MP' = 1,5 \cdot MP$ και $MP = \frac{\Delta Q}{\Delta L}$

25.α. Εφαρμόζουμε τους τύπους: $AP = \frac{Q}{L}$ και $MP = \frac{\Delta Q}{\Delta L}$

L	Q	AP	MP	Q'	MP'
0	0	-	-	0	-
1	22	22	22	11	11
2	56	28	34	28	17
3	81	27	25	40,5	12,5
4	100	25	19	50	9,5

β. Εφαρμόζουμε τους τύπους: $MP' = 0,5 \cdot MP$ και $MP = \frac{\Delta Q}{\Delta L}$

26.α. Εφαρμόζουμε τους τύπους: $AP = \frac{Q}{L}$ και $MP = \frac{\Delta Q}{\Delta L}$

L	Q	AP	MP
1	100	100	100
2	240	120	140
3	420	140	180
4	560	140	140
5	560	112	0

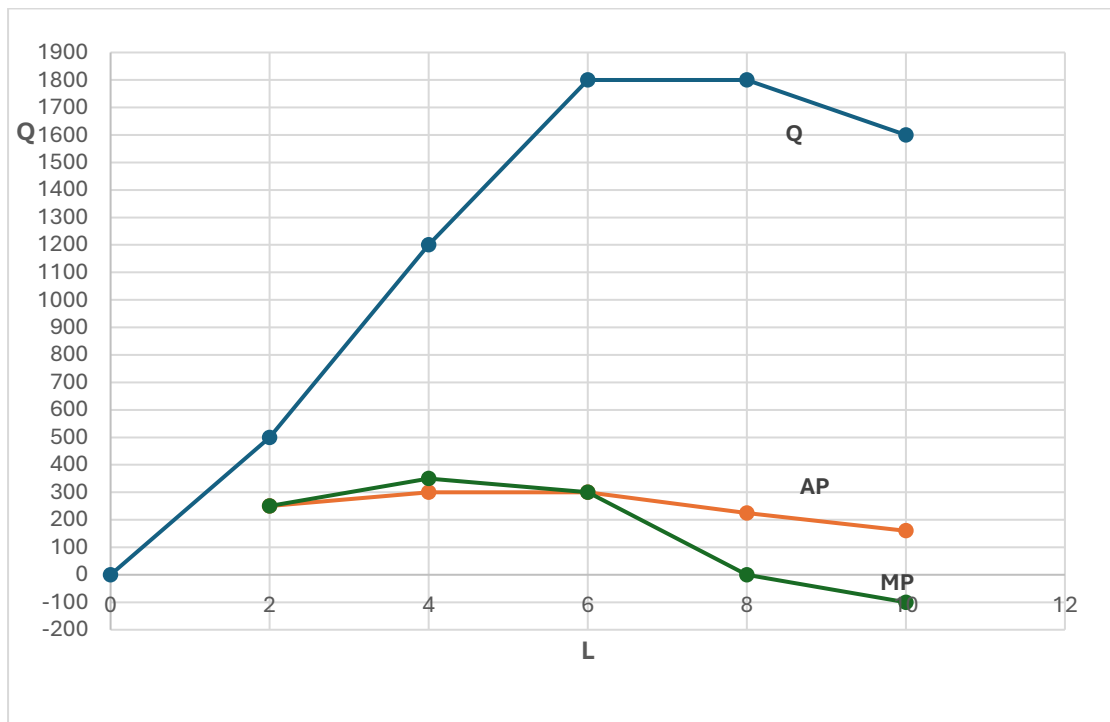
β. Με την προσθήκη του 4^{ου} εργάτη, αφού το οριακό προϊόν μειώνεται για πρώτη φορά.

γ. Το μέσο προϊόν μεγιστοποιείται στους 4 εργάτες, όπου η καμπύλη του οριακού προϊόντος τέμνει την καμπύλη του μέσου από πάνω προς τα κάτω στη μέγιστη τιμή του. Το συνολικό προϊόν γίνεται μέγιστο στους 5 εργάτες, όπου το οριακό προϊόν γίνεται μηδέν.

27.α. Εφαρμόζουμε τους τύπους: $AP = \frac{Q}{L}$ και $MP = \frac{\Delta Q}{\Delta L}$

L	Q	AP	MP
0	0	-	-
2	500	250	250
4	1.200	300	350
6	1.800	300	300
8	1.800	225	0
10	1.600	160	-100

β.



γ. Σχολικό βιβλίο, σελίδα 59: «Όταν το οριακό προϊόν μειώνεται ... το συνολικό προϊόν μειώνεται.»

δ. Σχολικό βιβλίο, σελίδα 59: «Οι μεταβολές ... και του προϊόντος.»

28.α.

L	Q	AP	MP
1	20	20	20
2	50	25	30
3	75	25	25
4	88	22	13

β. Το μέσο προϊόν μεγιστοποιείται στους 3 εργάτες, όπου η καμπύλη του οριακού προϊόντος τέμνει την καμπύλη του μέσου από πάνω προς τα κάτω στη μέγιστη τιμή του.

29.α. Εφαρμόζουμε τους τύπους: $AP = \frac{Q}{L}$ και $MP = \frac{\Delta Q}{\Delta L}$

L	Q	AP	MP
0	0	-	-
1	10	10	10
2	22	11	12
3	45	15	23
4	60	15	15
5	70	14	10

β. Το μέσο προϊόν μεγιστοποιείται στους 4 εργάτες, όπου η καμπύλη του οριακού προϊόντος τέμνει την καμπύλη του μέσου από πάνω προς τα κάτω στη μέγιστη τιμή του.

30.α. Εφαρμόζουμε τους τύπους: $AP = \frac{Q}{L}$ και $MP = \frac{\Delta Q}{\Delta L}$

L	Q	AP	MP
0	0	-	-
2	12	6	6
4	26	6,5	7
6	38	6,3	6
8	48	6	5

β. Εφαρμόζουμε τον τύπο: $MP = \frac{\Delta Q}{\Delta L}$

Q = 19 μονάδες προϊόντος

γ. Εφαρμόζουμε τον τύπο: $MP = \frac{\Delta Q}{\Delta L}$

L = 7 εργάτες

31.α. Εφαρμόζουμε τους τύπους: $AP = \frac{Q}{L}$ και $MP = \frac{\Delta Q}{\Delta L}$

L	Q	AP	MP
0	0	-	-
2	20	10	10
4	48	12	14
6	66	11	9
8	80	10	7

β. Εφαρμόζουμε τον τύπο: $MP = \frac{\Delta Q}{\Delta L}$

Q = 73 μονάδες προϊόντος

γ. Εφαρμόζουμε τους τύπους: $MP = \frac{\Delta Q}{\Delta L}$ και $AP = \frac{Q}{L}$

AP = 11,4 μονάδες προϊόντος

32.α. Εφαρμόζουμε τους τύπους: $AP = \frac{Q}{L}$ και $MP = \frac{\Delta Q}{\Delta L}$

L	Q	AP	MP
0	0	-	-
5	150	30	30
10	320	32	34
15	470	31,3	30
20	600	30	26

β. Εφαρμόζουμε τον τύπο: $MP = \frac{\Delta Q}{\Delta L}$

Q = 522 μονάδες προϊόντος

γ. Εφαρμόζουμε τον τύπο: $MP = \frac{\Delta Q}{\Delta L}$

$\Delta Q = 222$ μονάδες προϊόντος

33.α. Εφαρμόζουμε τους τύπους: $AP = \frac{Q}{L}$ και $MP = \frac{\Delta Q}{\Delta L}$

L	Q	AP	MP
0	0	-	-
5	120	24	24
10	300	30	36
15	450	30	30
20	520	26	14

β. Εφαρμόζουμε τον τύπο: $MP = \frac{\Delta Q}{\Delta L}$

Q = 96 μονάδες προϊόντος

γ. Εφαρμόζουμε τους τύπους: $MP = \frac{\Delta Q}{\Delta L}$ και $AP = \frac{Q}{L}$

AP = 30 μονάδες προϊόντος / εργάτη

δ. Εφαρμόζουμε τον τύπο: $MP = \frac{\Delta Q}{\Delta L}$

$\Delta L = 6$ εργάτες

34.α. Εφαρμόζουμε τους τύπους: $AP = \frac{Q}{L}$ και $MP = \frac{\Delta Q}{\Delta L}$

L	Q	AP	MP
0	0	-	-
2	14	7	7
4	36	9	11
6	54	9	9
8	68	8,5	7
10	68	6,8	0

β. Εφαρμόζουμε τον τύπο: $MP = \frac{\Delta Q}{\Delta L}$

Πρέπει να προσλάβει 4 εργάτες.

γ. Εφαρμόζουμε τους τύπους: $MP = \frac{\Delta Q}{\Delta L}$ και $AP = \frac{Q}{L}$

$AP = 7$ μονάδες προϊόντος

δ. Θα αυξήσει την παραγωγή κατά 9 μονάδες προϊόντος ($MP = 9$).

35.α. Εφαρμόζουμε τους τύπους: $AP = \frac{Q}{L}$ και $MP = \frac{\Delta Q}{\Delta L}$

L	Q	AP	MP
0	0	-	-
5	150	30	30
10	400	40	50
15	600	40	40
20	750	37,5	30
25	850	34	20

β. Εφαρμόζουμε τον τύπο: $MP = \frac{\Delta Q}{\Delta L}$

$\Delta Q = 330$ μονάδες προϊόντος

γ. Εφαρμόζουμε τον τύπο: $MP = \frac{\Delta Q}{\Delta L}$

$\Delta Q = -100$ μονάδες προϊόντος

36.α. Εφαρμόζουμε τους τύπους: $AP = \frac{Q}{L}$ και $MP = \frac{\Delta Q}{\Delta L}$

L	Q	AP	MP
0	0	-	-
10	200	20	20
20	500	25	30
30	900	30	40
40	1.200	30	30
50	1.400	28	20
60	1.500	25	10

β. Με την προσθήκη του 31^{ου} εργάτη, αφού το οριακό προϊόν μειώνεται για πρώτη φορά.

γ. Εφαρμόζουμε τον τύπο: $MP = \frac{\Delta Q}{\Delta L}$

$\Delta Q = -330$ μονάδες προϊόντος

δ. Εφαρμόζουμε τον τύπο: $MP = \frac{\Delta Q}{\Delta L}$

$\Delta L = 10$ εργάτες

37.α. και β. Εφαρμόζουμε τον τύπο: $TC = FC + VC$

Προϊόν (Q)	Συνολικό Κόστος (TC)	Σταθερό Κόστος (FC)	Μεταβλητό Κόστος (VC)
0	15.000	15.000	0
10	18.000	15.000	3.000
20	20.500	15.000	5.500
30	22.500	15.000	7.500
40	25.000	15.000	10.000
50	28.500	15.000	13.500

38.α. Εφαρμόζουμε τον τύπο: $TC = FC + VC$

Ποσότητα Σταθερού συντελεστή	Q	VC	FC	TC
10	0	0	120	120
10	10	80	120	200
10	20	140	120	260
10	30	190	120	310
10	40	250	120	370
10	50	320	120	440
10	60	400	120	520
10	70	490	120	610
10	80	600	120	720
10	90	720	120	840
10	100	850	120	970

β. Η επιχείρηση λειτουργεί στη βραχυχρόνια περίοδο παραγωγής, αφού έχει τουλάχιστον έναν σταθερό παραγωγικό συντελεστή.

γ. Εφαρμόζουμε τον τύπο: $FC = P_{\text{σταθ.συντελ.}} \cdot Q_{\text{σταθ.συντελ.}}$

$P = 12$ χρηματικές μονάδες

39.α. Εφαρμόζουμε τον τύπο: $TC = FC + VC$

Q	VC	FC	TC
0	0	150	150
10	100	150	250
20	180	150	330
30	250	150	400
40	330	150	480
50	420	150	570

60	530	150	680
70	660	150	810
80	810	150	960

β. Σχολικό βιβλίο, σελίδα 60: «Οι δαπάνες που καταβάλλονται ... των επιχειρήσεων κτλ.»

40.α. Εφαρμόζουμε τον τύπο: $VC = W \cdot L$ για $L = 2$

$W = 80$ χρηματικές μονάδες

β. Εφαρμόζουμε τον τύπο: $TC = FC + VC$

L	Q	VC	FC	TC
0	0	0	300	300
1	10	80	300	380
2	20	160	300	460
3	30	240	300	540
4	40	320	300	620
5	50	400	300	700
6	60	480	300	780

γ. Εφαρμόζουμε τον τύπο: $FC = P_{\text{σταθ.συντελ.}} \cdot Q_{\text{σταθ.συντελ.}}$

$Q_{\text{σταθ.συντελ.}} = 30$ μονάδες προϊόντος

41. Εφαρμόζουμε τους τύπους: $TC = VC + FC$, $VC = W \cdot L + C \cdot Q$

L	Q	FC	VC	TC
0	0	500	0	500
1	12	500	140	640
2	30	500	340	840
3	42	500	480	980
4	52	500	600	1.100
5	60	500	700	1.200
6	66	500	780	1.280
7	70	500	840	1.340
8	72	500	880	1.380

42. Εφαρμόζουμε τον τύπο: $TC = VC + FC$

$TC = 4.560$ χρηματικές μονάδες

43. Εφαρμόζουμε τους τύπους: $TC = VC + FC$, $VC = W \cdot L + C \cdot Q$

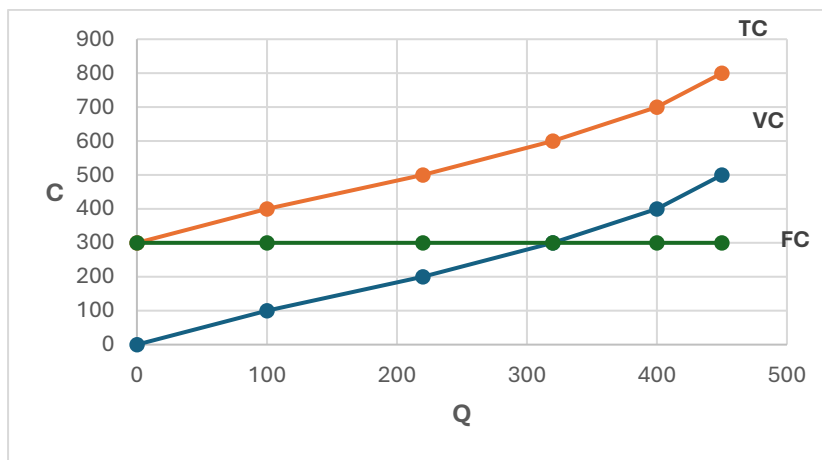
$C = 12$ χρηματικές μονάδες / μονάδα προϊόντος

44.α. Για $Q = 0$, $TC = FC = 300$ χρηματικές μονάδες.

β. Εφαρμόζουμε τους τύπους: $TC = VC + FC$, $VC = W \cdot L$

L	Q	VC	TC
0	0	0	300
2	100	100	400
4	220	200	500
6	320	300	600
8	400	400	700
10	450	500	800

γ.



δ. Σχολικό βιβλίο, σελίδα 62: «Η καμπύλη του μεταβλητού ... διέπει την παραγωγή.»

45. Εφαρμόζουμε τους τύπους: $TC = VC + FC$, $VC = W \cdot L + C \cdot Q$

L	Q	VC	FC	TC
1	4	120	80	200
2	10	280	80	360
3	18	480	80	560
4	30	760	80	840
5	40	1.000	80	1.080
6	48	1.200	80	1.280
7	54	1.360	80	1.440
8	58	1.480	80	1.560
9	60	1.560	80	1.640

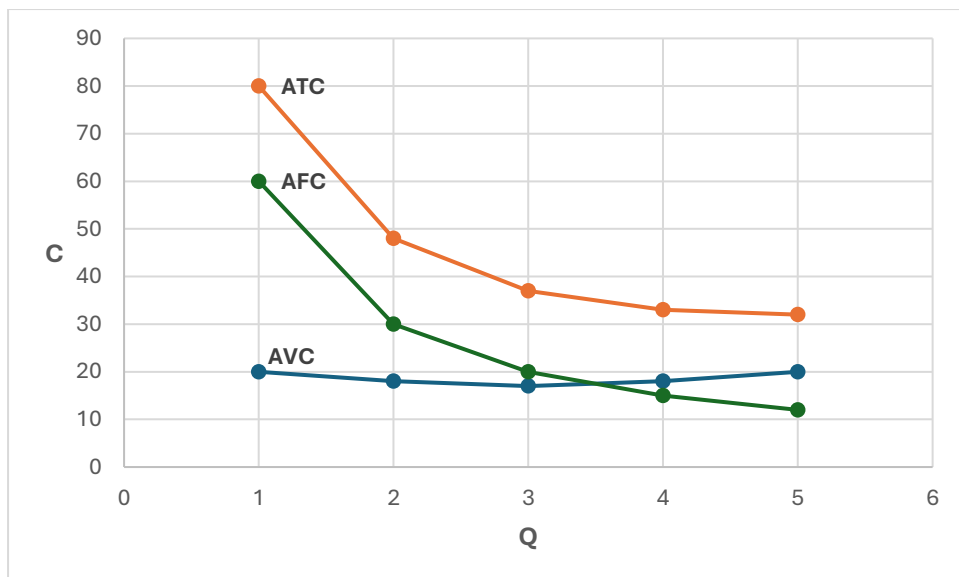
46. Εφαρμόζουμε τους τύπους: $TC = VC + FC$, $VC = W \cdot L + C \cdot Q$

L	Q	Συνολικό Κόστος Εργασίας	Συνολικό Κόστος Πρώτων Υλών	TC	VC	FC
0	0	0	0	200	0	200
1	15	20	90	310	110	200
2	25	40	150	390	190	200
3	45	60	270	530	330	200
4	70	80	420	700	500	200
5	85	100	510	810	610	200
6	95	120	570	890	690	200
7	98	140	588	928	728	200

47.α. Εφαρμόζουμε τους τύπους: $TC = VC + FC$, $AVC = \frac{VC}{Q}$, $AFC = \frac{FC}{Q}$, $ATC = \frac{TC}{Q}$

Q	FC	VC	TC	AFC	AVC	ATC
0	60	0	60	-	-	-
1	60	20	80	60	20	80
2	60	36	96	30	18	48
3	60	51	111	20	17	37
4	60	72	132	15	18	33
5	60	100	160	12	20	32

β.



48.α. και β. Εφαρμόζουμε τους τύπους: $TC = VC + FC$, $AVC = \frac{VC}{Q}$, $AFC = \frac{FC}{Q}$, $ATC = \frac{TC}{Q}$

Q	FC	VC	TC	AFC	AVC	ATC
0	120	0	120	-	-	-
2	120	80	200	60	40	100
4	120	120	240	30	30	60
6	120	150	270	20	25	45
8	120	208	328	15	26	41
10	120	300	420	12	30	42

γ. Σχολικό βιβλίο, σελίδα 65: «Η καμπύλη του μέσου σταθερού ... μονάδες προϊόντος.»

49. Εφαρμόζουμε τους τύπους: $TC = VC + FC$, $AVC = \frac{VC}{Q}$, $AFC = \frac{FC}{Q}$, $ATC = \frac{TC}{Q}$

Q	FC	VC	TC	AFC	AVC	ATC
0	600	0	600	-	-	-
10	600	150	750	60	15	75
20	600	260	860	30	13	43
30	600	330	930	20	11	31
40	600	480	1.080	15	12	27
50	600	750	1.350	12	15	27

50.α. και β. Εφαρμόζουμε τους τύπους: $TC = VC + FC$, $VC = W \cdot L$, $AP = \frac{Q}{L}$, $MP = \frac{\Delta Q}{\Delta L}$, $AVC = \frac{VC}{Q}$, $AFC = \frac{FC}{Q}$, $ATC = \frac{TC}{Q}$

L	Q	AP	MP	FC	VC	TC	AFC	AVC	ATC
0	0	-	-	90	0	90	-	-	-
1	10	10	10	90	20	110	9	2	11
2	30	15	20	90	40	130	3	1,3	4,3
3	45	15	15	90	60	150	2	1,3	3,3
4	48	12	3	90	80	170	1,9	1,7	3,5

γ. Με την προσθήκη του 3^{ου} εργάτη ξεκινά η ισχύς του Ν.Φ.Α., επειδή το οριακό προϊόν μειώνεται για πρώτη φορά.

51. α. και β. Εφαρμόζουμε τους τύπους: $TC = VC + FC$, $VC = W \cdot L$, $AP = \frac{Q}{L}$, $MP = \frac{\Delta Q}{\Delta L}$, $AVC = \frac{VC}{Q}$, $AFC = \frac{FC}{Q}$, $ATC = \frac{TC}{Q}$

L	Q	AP	MP	FC	VC	TC	AFC	AVC	ATC
0	0	-	-	400	0	400	-	-	-
1	20	20	20	400	100	500	20	5	25
2	50	25	30	400	200	600	8	4	12
3	75	25	25	400	300	700	5,3	4,0	9,3
4	96	24	21	400	400	800	4,1	4,1	8,2

52. Εφαρμόζουμε τους τύπους: $TC = VC + FC$, $AVC = \frac{VC}{Q}$, $AFC = \frac{FC}{Q}$, $ATC = \frac{TC}{Q}$

Q	VC	FC	TC	AVC	AFC	ATC
10	150	100	250	15	10	25
25	300	100	400	12	4	16
35	450	100	550	12,8	2,8	15,7

53. Εφαρμόζουμε τους τύπους: $TC = VC + FC$, $AVC = \frac{VC}{Q}$

Q	TC	FC	VC	AVC
100	1.500	1.000	500	5
150	1.700	1.000	700	4,6
180	1.940	1.000	940	5,2

54. Εφαρμόζουμε τους τύπους: $TC = VC + FC$, $AFC = \frac{FC}{Q}$, $AVC = \frac{VC}{Q}$, $MC = \frac{\Delta VC}{\Delta Q}$

Q	FC	TC	VC	AVC	MC
1	200	350	150	150	150
2	200	480	280	140	130
3	200	590	390	130	110
4	200	680	480	120	90
5	200	780	580	116	100
6	200	900	700	116,6	120

55. Εφαρμόζουμε τους τύπους: $TC = VC + FC$, $AVC = \frac{VC}{Q}$, $MC = \frac{\Delta VC}{\Delta Q}$

Q	VC	TC	FC	AVC	MC
0	0	50	50	-	-
1	20	70	50	20	20
2	30	80	50	15	10
3	50	100	50	16,6	20
4	80	130	50	20	30
5	120	160	50	24	40

56.α. Εφαρμόζουμε τους τύπους: $TC = VC + FC$, $AVC = \frac{VC}{Q}$, $ATC = \frac{TC}{Q}$, $MC = \frac{\Delta VC}{\Delta Q}$

Q	AVC	ATC	MC	VC	TC	FC
0	-	-	-	0	100	100
1	60	160	60	60	160	100
2	50	100	40	100	200	100
3	50	83,3	50	150	250	100
4	60	85	90	240	340	100
5	70	90	110	350	450	100
6	93,3	110	210	560	660	100

β. Εφαρμόζουμε τον τύπο: $FC = P_{\text{σταθ. συντελ.}} \cdot Q_{\text{σταθ. συντελ.}}$

$Q_{\text{σταθ. συντελ.}} = 5$ μονάδες προϊόντος

57. Εφαρμόζουμε τους τύπους: $TC = VC + FC$, $AVC = \frac{VC}{Q}$, $AFC = \frac{FC}{Q}$, $ATC = \frac{TC}{Q}$, $MC = \frac{\Delta VC}{\Delta Q}$

Q	FC	AFC	VC	AVC	TC	ATC	MC
0	500	-	0	-	500	-	-
1	500	500	250	250	750	750	250
2	500	250	400	200	900	450	150
3	500	166,7	500	166,7	1.000	333,3	100
4	500	125	550	137,5	1.050	262,5	50
5	500	100	700	140	1.200	240	150
6	500	83,3	950	158,3	1.450	241,6	250
7	500	71,4	1.300	128,5	1.800	257,1	350

58. Εφαρμόζουμε τους τύπους: $TC = VC + FC$, $AVC = \frac{VC}{Q}$, $AFC = \frac{FC}{Q}$, $ATC = \frac{TC}{Q}$, $MC = \frac{\Delta VC}{\Delta Q}$

Q	FC	VC	TC	AFC	AVC	ATC	MC
0	500	0	500	-	-	-	-
10	500	300	800	50,0	30,0	80	30
30	500	800	1300	16,6	26,6	43,3	25
60	500	1.200	1.700	8,3	20	28,3	13,3

59. Εφαρμόζουμε τους τύπους: $AVC = \frac{VC}{Q}$, $MC = \frac{\Delta VC}{\Delta Q}$

Q	AVC	VC	MC
200	50.000	10.000.000	
205	49.500	10.147.500	29.500

MC = 29.500 χρηματικές μονάδες

60. Εφαρμόζουμε τους τύπους: $ATC = \frac{TC}{Q}$, $MC = \frac{\Delta VC}{\Delta Q}$

Q	ATC	TC	MC
80	8.000	640.000	
81	8.100	656.100	16.100

MC = 16.100 χρηματικές μονάδες

61. Εφαρμόζουμε τους τύπους: $AP = \frac{Q}{L}$, $MP = \frac{\Delta Q}{\Delta L}$, $AVC = \frac{VC}{Q}$, $MC = \frac{\Delta VC}{\Delta Q}$

L	Q	AP	MP	VC	AVC	MC
4	20	5	-	240	12	-
5	25	5	5	300	12	12
6	28	4,6	3	420	15	40

62.α. Εφαρμόζουμε τον τύπο: $MC = \frac{\Delta VC}{\Delta Q}$

VC = 255 χρηματικές μονάδες

β. Εφαρμόζουμε τον τύπο: $MC = \frac{\Delta VC}{\Delta Q}$

Q = 110 μονάδες προϊόντος

γ. Εφαρμόζουμε τον τύπο: $MC = \frac{\Delta TC}{\Delta Q}$

TC = 780 χρηματικές μονάδες

63. Εφαρμόζουμε τους τύπους: $AP = \frac{Q}{L}$, $MP = \frac{\Delta Q}{\Delta L}$, $AVC = \frac{VC}{Q}$, $MC = \frac{\Delta VC}{\Delta Q}$

L	Q	AP	MP	AVC	VC	MC
3	30	10	-	80	2.400	-
4	40	10	10	80	3.200	80
5	45	9	5	85	3.825	125

β. Εφαρμόζουμε τον τύπο: $MC = \frac{\Delta VC}{\Delta Q}$

$\Delta Q = 2$ μονάδες προϊόντος

64.α. και β. Εφαρμόζουμε τους τύπους: $TC = VC + FC$, $AVC = \frac{VC}{Q}$, $AFC = \frac{FC}{Q}$, $ATC = \frac{TC}{Q}$

Q	VC	FC	AFC	AVC	ATC
80	1.200.000	500.000	6.250	15.000	21.250
120	3.000.000	500.000	4.166,6	25.000	29.166,6

65.α. Εφαρμόζουμε τους τύπους: $AP = \frac{Q}{L}$, $MP = \frac{\Delta Q}{\Delta L}$, $AVC = \frac{VC}{Q}$, $MC = \frac{\Delta VC}{\Delta Q}$

L	Q	MP	VC	AVC	MC
0	0	-	0	-	-
1	4	4	50	12,5	12,5
2	10	6	100	10	8,3
3	20	10	150	7,5	5
4	32	12	200	6,25	4,1
5	40	8	250	6,25	6,2
6	45	5	300	6,6	10

β. Ο Ν.Φ.Α. αρχίζει να ισχύει με την προσθήκη του 5^{ου} εργάτη, αφού το οριακό προϊόν αρχίζει να μειώνεται.

γ. Εφαρμόζουμε τους τύπους: $MC = \frac{\Delta VC}{\Delta Q}$ και $AVC = \frac{VC}{Q}$

AVC = 6,2 χρηματικές μονάδες / μονάδα προϊόντος

66.α. Εφαρμόζουμε τους τύπους: $AP = \frac{Q}{L}$, $MP = \frac{\Delta Q}{\Delta L}$, $VC = W \cdot L + C \cdot Q$

L	Q	AP	MP	VC
0	0	-	-	0
1	4	4	4	230
2	12	6	8	540
3	28	9,3	16	1.010
4	40	10	12	1.400
5	48	9,6	8	1.710
6	52	8,6	4	1.940

β. Εφαρμόζουμε τον τύπο: $MC = \frac{\Delta VC}{\Delta Q}$

VC = 1.555 χρηματικές μονάδες

67.α. Εφαρμόζουμε τους τύπους: $AP = \frac{Q}{L}$, $MP = \frac{\Delta Q}{\Delta L}$

L	Q	AP	MP	FC	VC
0	0	-	-	2.000	0
1	20	20	20	2.000	100
2	45	22,5	25	2.000	200
3	75	20	30	2.000	300
4	115	28,75	40	2.000	400
5	145	29	30	2.000	500
6	165	27,5	20	2.000	600
7	175	25	10	2.000	700
8	180	22,5	5	2.000	800
9	180	20	0	2.000	900

Η επιχείρηση θα πρέπει να σταματήσει να προσλαμβάνει επιπλέον εργάτες στους 13 εργάτες, αφού το συνολικό προϊόν μεγιστοποιείται ($MP = 0$).

β. Εφαρμόζουμε τον τύπο: $TC = FC + VC$

$TC = 2.900$ χρηματικές μονάδες

γ. Εφαρμόζουμε τους τύπους: $MC = \frac{\Delta VC}{\Delta Q}$ και $TC = FC + VC$

$TC = 2.315$ χρηματικές μονάδες

δ. Εφαρμόζουμε τον τύπο: $MC = \frac{\Delta VC}{\Delta Q}$

$\Delta VC = 185$ χρηματικές μονάδες

68.α. Εφαρμόζουμε τους τύπους: $MC = \frac{\Delta VC}{\Delta Q}$, $VC = W \cdot L + C \cdot Q$, $AP = \frac{Q}{L}$, $MP = \frac{\Delta Q}{\Delta L}$

L	MC	VC	Q	AP	MP	AVC
0	-	0	0	-	-	-
1	220	2.200	10	10,0	10	220
2	160	5.400	30	15	20	180
3	180	8.100	45	15	15	180
4	200	10.500	57	14,25	12	184,2
5	250	12.500	65	13	8	192,3
6	300	14.300	71	11,8	6	201,4
7	400	15.900	75	10,7	4	212

$\Delta VC = 2.400$ χρηματικές μονάδες

β. Το μέσο προϊόν μεγιστοποιείται στους 3 εργάτες, όπου η καμπύλη του οριακού προϊόντος τέμνει την καμπύλη του μέσου από πάνω προς τα κάτω στη μέγιστη τιμή του.

γ. Το μέσο μεταβλητό κόστος ελαχιστοποιείται σε επίπεδο παραγωγής 45 μονάδων προϊόντος, όπου ισχύει $AVC_{\min} = MC_{\text{ανερχόμενο}}$.

69.α. Εφαρμόζουμε τους τύπους: $MC = \frac{\Delta VC}{\Delta Q}$, $MP = \frac{\Delta Q}{\Delta L}$, $AP = \frac{Q}{L}$ και $VC = W \cdot L$

L	MP	VC	Q	MC
0	-	0	0	-
2	5	1.600	10	160
4	10	3.200	30	80
6	20	4.800	70	40
8	30	6.400	130	27
10	40	8.000	210	20
12	25	9.600	260	32
14	15	11.200	290	53
16	8	12.800	306	100

AP = 10 μονάδες προϊόντος

β. Εφαρμόζουμε τους τύπους: $MC = \frac{\Delta VC}{\Delta Q}$ και $AVC = \frac{VC}{Q}$

AVC = 45,3 χρηματικές μονάδες

γ. Εφαρμόζουμε τον τύπο: $MC = \frac{\Delta VC}{\Delta Q}$

$\Delta Q = - 25$ μονάδες προϊόντος

70.α. Εφαρμόζουμε τους τύπους: $TC = VC + FC$, $AVC = \frac{VC}{Q}$, $AFC = \frac{FC}{Q}$, $ATC = \frac{TC}{Q}$, $MC = \frac{\Delta VC}{\Delta Q}$

TC = 225 χρηματικές μονάδες

β. Εφαρμόζουμε τον τύπο: $MC = \frac{\Delta VC}{\Delta Q}$

$\Delta VC = 38$ χρηματικές μονάδες

71.α. Εφαρμόζουμε τους τύπους: $TC = VC + FC$, $AVC = \frac{VC}{Q}$, $ATC = \frac{TC}{Q}$, $MC = \frac{\Delta VC}{\Delta Q}$

ATC = 25 χρηματικές μονάδες

β. Εφαρμόζουμε τον τύπο: $MC = \frac{\Delta VC}{\Delta Q}$

$\Delta VC = 170$ χρηματικές μονάδες

72.α. Εφαρμόζουμε τους τύπους: $TC = VC + FC$, $AVC = \frac{VC}{Q}$, $AFC = \frac{FC}{Q}$, $ATC = \frac{TC}{Q}$, $MC = \frac{\Delta VC}{\Delta Q}$

VC = 4.040 χρηματικές μονάδες

β. Εφαρμόζουμε τον τύπο: $MC = \frac{\Delta VC}{\Delta Q}$

$\Delta TC = 920$ χρηματικές μονάδες

Β. Ερωτήσεις Κλειστού Τύπου

ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ

1. Σ, 2. Σ, 3. Λ, 4. Λ, 5. Σ, 6. Λ, 7. Λ, 8. Σ, 9. Σ, 10. Λ, 11. Λ, 12. Σ, 13. Σ, 14. Λ, 15. Λ, 16. Σ, 17. Λ, 18. Λ, 19. Σ, 20. Σ, 21. Λ, 22. Λ, 23. Σ, 24. Σ, 25. Λ, 26. Σ, 27. Σ, 28. Λ, 29. Σ, 30. Λ, 31. Σ, 32. Σ, 33. Λ, 34. Λ, 35. Λ, 36. Λ, 37. Λ, 38. Σ, 39. Σ, 40. Λ

ΠΟΛΛΑΠΛΗΣ ΕΠΙΛΟΓΗΣ

1.β, 2.α, 3.β, 4.γ, 5.δ, 6.β, 7.γ, 8.δ, 9.δ, 10.γ, 11.γ, 12.α, 13.α, 14.β, 15.α, 16.α, 17.β, 18.β, 19.β, 20. β, 21.δ, 22.δ, 23.γ, 24.β, 25.γ, 26. γ, 27. γ, 28.β, 29.γ, 30. α, 31.γ, 32.γ, 33.β, 34.α, 35.γ

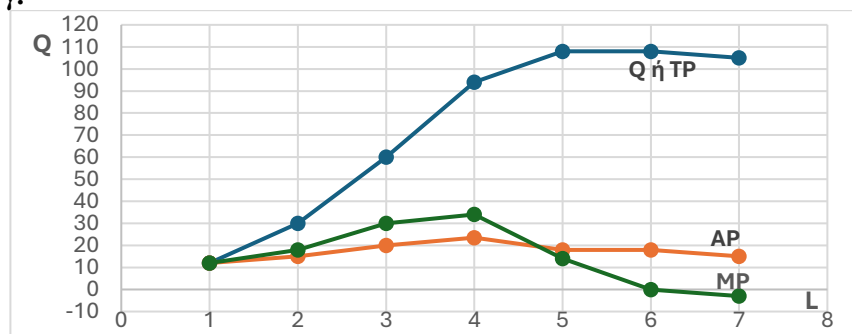
Γ. Επαναληπτικές Ασκήσεις

1.α.

L	Q ή TP	AP	MP
0	0	-	-
1	12	12	12
2	30	15	18
3	60	20	30
4	94	23,5	34
5	108	21,6	14
6	108	18	0
7	105	15	-3

β. Με την προσθήκη του 5^{ου} εργάτη.

γ.



Σχολικό βιβλίο σελίδα 56 – 57

δ. Στην βραχυχρόνια περίοδο παραγωγής. Μεταβάλλονται οι αναλογίες ανάμεσα στους σταθερούς και τους μεταβλητούς συντελεστές.

ε. L = 6 εργάτες, MP = 0

στ. L = 6 εργάτες, MP = 0

2.α.

L	Q ή TP	AP	MP
0	0	-	-
10	100	10	10

20	400	20	30
30	900	30	50
40	1.200	30	30
50	1.000	20	-20
60	600	10	-40

β. Μετά τον 30^ο εργάτη.

γ. Οι καμπύλες του συνολικού, του μέσου και του οριακού προϊόντος μετατοπίζονται προς τα πάνω.

3. Καμπύλη Q = μπλε, καμπύλη AP = κόκκινη, καμπύλη MP = γκρι

Σχολικό βιβλίο σελίδα 56 – 57

Ο Ν.Φ.Α. εμφανίζεται μετά τον 3^ο εργαζόμενο.

4. Με την προσθήκη του 21^{ου} εργάτη.

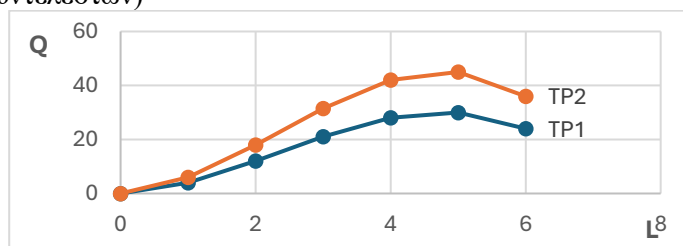
5. $Q_2=75$ $MP_2=9$ μονάδες / εργάτη

6.α.

L	Q ή TP	AP	MP
50	500	10	-
60	1.800	30	130
70	2.100	30	30
80	1.680	21	-42

β. Ισχύει λόγω μείωσης του MP (μετά τον 61^ο εργάτη)

7. α. Βελτιώθηκε (αύξηση παραγόμενων ποσοτήτων για ίδια ποσότητα παραγωγικών συντελεστών)



β.

γ. Πριν τη μεταβολή της τεχνολογίας:

L	Q	AP	MP
0	0	-	-
1	4	4	4
2	12	6	8
3	21	7	9
4	28	7	7
5	30	6	2
6	24	4	-6

Μετά τη μεταβολή της τεχνολογίας:

L	Q	AP	MP
0	0	-	-
1	6	6	6
2	18	9	12
3	31,5	10,5	13,5
4	42	10,5	10,5
5	45	9	3
6	36	6	-9

δ. $\Delta Q\% = 50\%$

ε. Με την προσθήκη του 4^{ου} εργάτη.

8.α.

L	Q ή TP	AP	MP
0	0	-	-
15	150	10	10
30	360	12	14
45	540	12	12
60	600	10	4

β. L = 22 εργάτες

γ. ΔL = 8 εργάτες

9.α. ΔL = 50 εργάτες

β. ΔQ = 300 μονάδες προϊόντος

γ. ΔL = 300 εργάτες

10.α. Q = 74 μονάδες προϊόντος

β. AP = 10 μονάδες προϊόντος /εργάτη

γ. ΔL = 7 εργάτες

δ. ΔL = 8 εργάτες

11.α.

L	AP	Q ή TP
5	10	50
10	12	120
15	14	210
20	14	280
25	12	300
30	10	300
35	8	280

β. ΔQ = 192 μονάδες προϊόντος

γ. ΔL = 6 εργάτες

12.

Q	FC	VC	TC	MC
0	200	0	200	-
20	200	200	400	10
80	200	680	880	8
180	200	1.180	1.380	5
220	200	1.460	1.660	7
260	200	1.860	2.060	10

13.α και β.

Ποσότητα Σταθερού συντελεστή	Q	TC	MC	VC
10	0	120	-	0
10	80	920	10	800
10	200	1.880	8	1.760
10	250	2.130	5	2.010
10	260	2.210	8	2.090

γ. Αμοιβή σταθερού συντελεστή = 12 ευρώ / μονάδα προϊόντος

δ. Σχολικό βιβλίο, σελίδα 66. «Το οριακό κόστος...συντελεστών παραγωγής.»

14. AFC = γκρι, AVC = μπλε, ATC = κόκκινη και MC = κίτρινη
Σχολικό βιβλίο, σελίδα 65 (Μέσο Κόστος), σελίδα 66 (MC)

15. ΔTC = 40 χρηματικές μονάδες

16.α.

L	Q	FC	VC	TC	MC
10	100	2.000	1.750	3.950	-
20	300	2.000	4.700	6.700	13.75
30	600	2.000	8.850	10.850	13.8
40	800	2.000	11.800	13.800	14.75

β. ΔVC = 4.205 χρηματικές μονάδες

17. ΔL = 5 εργάτες

18. α. Q = 50 μονάδες προϊόντος

β. AFC = 100 χρηματικές μονάδες / μονάδα προϊόντος

γ. Αμοιβή σταθερού συντελεστή = 2.000 χρηματικές μονάδες, W = 500 χρηματικές μονάδες

19. VC = 930 ευρώ

20. α. ΔTC = 150 χρηματικές μονάδες

β. Αμοιβή σταθερού συντελεστή = 25 χρηματικές μονάδες

21. ΔVC = 24 ευρώ

22. α. AVC = 66 χρηματικές μονάδες / μονάδα προϊόντος

β. ATC = 68,18 χρηματικές μονάδες / μονάδα προϊόντος

γ. AFC = 9,43 χρηματικές μονάδες / μονάδα προϊόντος

δ. ΔVC = 9.600 χρηματικές μονάδες

23.

L	Q ή TP	AP	VC
0	0	-	0
10	20	2	250
20	50	2,5	500
30	90	3	750
40	120	3	1.000
50	140	2,8	1.250

β. Με την προσθήκη του 31^{ου} εργάτη (MP μειώνεται)

γ. AVC = 8,9 χρηματικές μονάδες / μονάδα προϊόντος

δ. ΔQ = 120 μονάδες προϊόντος

ε. ΔTC = 450 χρηματικές μονάδες

24. α. Q = 850 μονάδες

β. Ποσότητα σταθερού συντελεστή = 70 μονάδες

γ. Με την προσθήκη του 31^{ου} εργάτη (MP μειώνεται)

δ. ΔTC = 24.000 ευρώ

ε. ΔQ = 160 μονάδες προϊόντος

25. TC = 248,5 ευρώ

26. α. MC = κόκκινη, AVC = μπλε, σχολικό βιβλίο: σελίδα 66, «Τέλος, το οριακό ...μονάδας προϊόντος.»

β.

L	Q	FC	VC	TC	MC
1	80	1000	1200	2200	15
2	200	1000	2400	3400	10
3	360	1000	3600	4600	7.5
4	480	1000	4800	5800	10
5	580	1000	6000	7000	12

γ. Με την προσθήκη του 4^{ου} εργάτη (MP μειώνεται)

δ. Ποσοστό FC στο TC = 20%, ποσοστό VC στο TC = 80%

ε. $\Delta Q\% = -12,5\%$

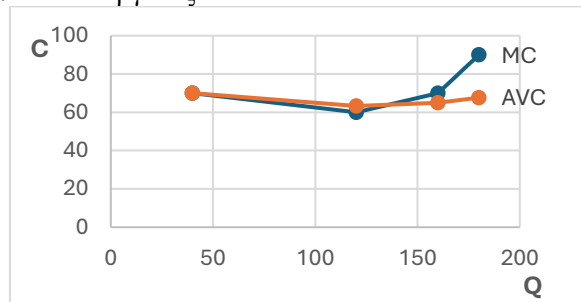
27.α. Μετά τον 8^ο εργάτη (MP μειώνεται), σχολικό βιβλίο: σελίδα 57, «Ο νόμος της φθίνουσας...και μετά μειώνεται.»

β. Μεταβολή κόστους εργασίας = 800 χρηματικές μονάδες

γ.ι. Μεταβολή δαπάνης για εργασία = 1.000 χρηματικές μονάδες

ii. Μεταβολή δαπάνης για πρώτες ύλες = 1.750 χρηματικές μονάδες

δ. $\Delta L = 4$ εργάτες



ε.

28. α. $W = 50$ χρηματικές μονάδες

β. $FC = 200$ χρηματικές μονάδες

γ. Αμοιβή σταθερού συντελεστή = 20 χρηματικές μονάδες

29.α. $AFC_1 = 20$ χρηματικές μονάδες / μονάδα προϊόντος, $AFC_2 = 10$ χρηματικές μονάδες / μονάδα προϊόντος, $AFC_3 = 8$ χρηματικές μονάδες / μονάδα προϊόντος

β. $VC_1 = 1.600$ χρηματικές μονάδες, $VC_2 = 2.000$ χρηματικές μονάδες, $VC_3 = 2.400$ χρηματικές μονάδες

γ. $\Delta TC = 460$ χρηματικές μονάδες

δ. $\Delta VC\% = 41,17\%$

30.α. $\Delta L = 2$ εργάτες

β. $\Delta Q = 20$ μονάδες προϊόντος

31.α. $\Delta Q = 7$ μονάδες προϊόντος

β. $\Delta VC = 384$ χρηματικές μονάδες

γ. $\Delta TC\% = 42,3\%$

32. $\Delta Q = 80$ μονάδες προϊόντος

33. α. $W = 100$ ευρώ /εργάτη, $c = 10$ ευρώ / μονάδα προϊόντος

β. $ATC = 20$ ευρώ / μονάδα προϊόντος

γ. $\Delta VC = 237,5$ ευρώ

34.α. $W=1.500$ χρηματικές μονάδες

β.

L	Q	AP	MP	VC	AVC	MC
0	0	-	-	0	-	-
1	10	10	10	1.500	150	150
2	30	15	20	3.000	100	75
3	60	20	30	4.500	75	50
4	80	20	20	6.000	75	75

γ. Σχολικό βιβλίο: σελίδα 57. «Ο νόμος της φθίνουσας...και μετά μειώνεται.»

Με την προσθήκη του 4^{ου} εργάτη.

δ. $\Delta VC = 875$ χρηματικές μονάδες

ε. $TC = 3.000$ χρηματικές μονάδες

Δ. Κριτήρια Αξιολόγησης

ΚΡΙΤΗΡΙΟ 1

ΟΜΑΔΑ Α

A1. α. Σ, β. Λ, γ. Σ, δ. Σ, ε. Λ, A2. δ, A3. β

ΟΜΑΔΑ Β

B1. Σχολικό βιβλίο, Σελίδες 53-54, §2. Ο χρονικός ορίζοντας της επιχείρησης.

ΟΜΑΔΑ Γ

Γ1.

Ποσότητα Εργασίας (L)	Συνολικό Προϊόν (Q ή TP)	Μέσο Προϊόν (AP)	Οριακό Προϊόν (MP)	Μεταβλητό Κόστος (VC)	Μέσο Μεταβλητό Κόστος (AVC)	Οριακό Κόστος (MC)
4	40	10	15	800	20	8
5	50	10	10	1.000	20	20
6	54	9	4	1.140	21,1	35
7	56	8	2	1.260	22,5	60

Γ2. $VC_{52} = 1.070$ χρηματικές μονάδες

Γ3. $\Delta Q = -10$ μονάδες προϊόντος

ΟΜΑΔΑ Δ

Δ1. i) $X = 300$ χρηματικές μονάδες

ii) $\Psi = 200$ χρηματικές μονάδες

Δ2. $AFC_{100} = 3$ χρηματικές μονάδες/μονάδα προϊόντος, $AVC_{100} = 10$ χρηματικές μονάδες/μονάδα προϊόντος

$AFC_{120} = 2,5$ χρηματικές μονάδες/μονάδα προϊόντος, $AVC_{120} = 12,5$ χρηματικές μονάδες/μονάδα προϊόντος

Δ3. $\Delta TC = 150$ χρηματικές μονάδες

ΚΡΙΤΗΡΙΟ 2

ΟΜΑΔΑ Α

A1. α. Σ, β. Λ, γ. Λ, δ. Σ, ε. Σ, A2. γ, A3. γ

ΟΜΑΔΑ Β

B1. α) Σχολικό βιβλίο, Σελίδα 62, §3. Μέσο Κόστος.

β) Σχολικό βιβλίο, Σελίδα 65, §3. Μέσο Κόστος, «Η καμπύλη του μέσου σταθερού κόστους ... μη ανάλογης απόδοσης.»

γ) Σχολικό βιβλίο, Σελίδες 65-66, §4. Οριακό κόστος.

ΟΜΑΔΑ Γ

$\Delta VC\% = 80\%$

ΟΜΑΔΑ Δ

Δ1. $\Delta Q = 43 - 36 = 7$ μονάδες προϊόντος

Δ2. $\Delta VC = 236 - 600 = -364$ χρηματικές μονάδες

Δ3. $\Delta TC\% = 42,3\%$

II. Υποδειγματικές Λύσεις

Γ. Επαναληπτικές Ασκήσεις

1.α. Εφαρμόζουμε τους τύπους του μέσου προϊόντος (AP) και του οριακού προϊόντος (MP) για να συμπληρώσουμε τα κενά του πίνακα. Το μέσο και οριακό προϊόν δεν ορίζονται, όταν η παραγωγή είναι μηδέν. Έτσι έχουμε:

$$AP_1 = \frac{Q}{L} = \frac{12}{1} = 12 \text{ και } MP_1 = \frac{\Delta Q}{\Delta L} = \frac{12-0}{1-0} = 12$$

$$\text{και } MP_2 = \frac{\Delta Q}{\Delta L} \Rightarrow 18 = \frac{Q-12}{2-1} \Rightarrow Q = 30 \text{ και } AP_2 = \frac{Q}{L} = \frac{30}{2} = 15$$

$$AP_3 = \frac{Q}{L} \Rightarrow 20 = \frac{Q}{3} \Rightarrow Q = 60 \text{ και } MP_3 = \frac{\Delta Q}{\Delta L} = \frac{60-30}{3-2} = 30$$

$$MP_5 = \frac{\Delta Q}{\Delta L} \Rightarrow 14 = \frac{108-Q}{5-4} \Rightarrow Q = 94, \text{ } AP_4 = \frac{Q}{L} = \frac{94}{4} = 23,5 \text{ και } MP_4 = \frac{\Delta Q}{\Delta L} = \frac{94-60}{4-3} = 34$$

$$AP_5 = \frac{Q}{L} = \frac{108}{5} = 21,6$$

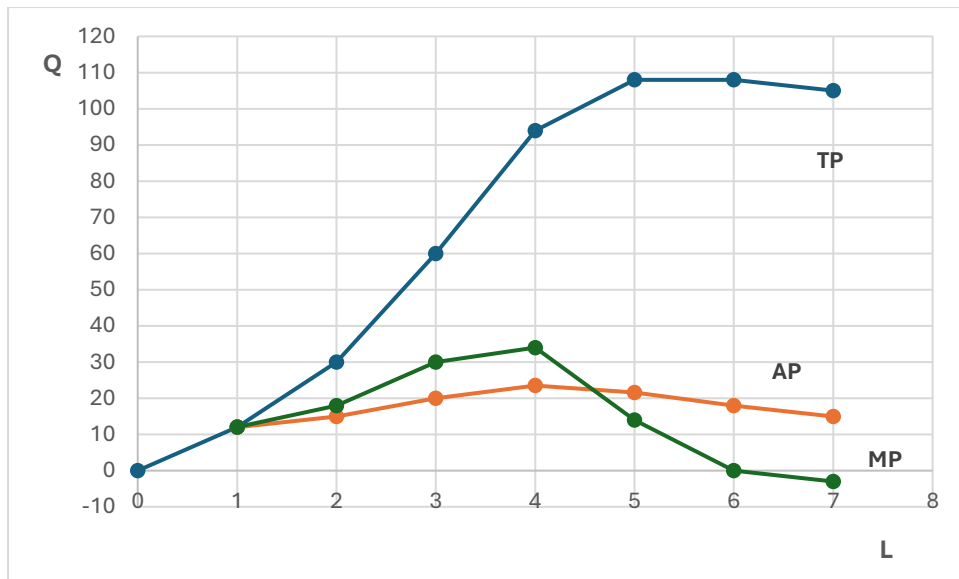
$$AP_6 = \frac{Q}{L} \Rightarrow 18 = \frac{Q}{6} \Rightarrow Q = 108 \text{ και } MP_6 = \frac{\Delta Q}{\Delta L} = \frac{108-108}{6-5} = 0$$

$$AP_7 = \frac{Q}{L} \Rightarrow 15 = \frac{Q}{7} \Rightarrow Q = 105 \text{ και } MP_7 = \frac{\Delta Q}{\Delta L} = \frac{105-108}{7-6} = -3$$

Ποσότητα Εργασίας (L)	Συνολικό Προϊόν (Q ή TP)	Μέσο Προϊόν (AP)	Οριακό Προϊόν (MP)
0	0	-	-
1	12	12	12
2	30	15	18
3	60	20	30
4	94	23,5	34
5	108	21,6	14
6	108	18	0
7	105	15	-3

β. Με την προσθήκη του 5^{ου} εργάτη ξεκινά να ισχύει ο Νόμος της Φθίνουσας ή μη ανάλογης Απόδοσης.

γ.



δ. Ο νόμος της φθίνουσας ή μη ανάλογης απόδοσης ισχύει στην βραχυχρόνια περίοδο παραγωγής, δηλαδή στην περίοδο που υπάρχει ένας τουλάχιστον σταθερός παραγωγικός συντελεστής. Ο νόμος αυτός ισχύει, επειδή μεταβάλλονται οι αναλογίες που υπάρχουν κάθε φορά ανάμεσα στους σταθερούς και μεταβλητούς συντελεστές.

ε. Το συνολικό προϊόν μεγιστοποιείται στους 6 εργάτες, όπου το οριακό προϊόν (MP) είναι μηδέν.

στ. Η επιχείρηση πρέπει να σταματήσει να προσλαμβάνει εργάτες, όταν μεγιστοποιεί το συνολικό προϊόν της. Δηλαδή θα πρέπει να σταματήσει στους 6 εργάτες, αφού με την προσθήκη του 7^{ου} εργάτη το συνολικό προϊόν μειώνεται.

2.α. Εφαρμόζουμε τους τύπους του μέσου προϊόντος (AP) και του οριακού προϊόντος (MP) για να συμπληρώσουμε τα κενά του πίνακα. Το μέσο και οριακό προϊόν δεν ορίζεται, όταν η παραγωγή είναι μηδέν. Έτσι έχουμε:

$$MP_{10} = \frac{\Delta Q}{\Delta L} \Rightarrow 10 = \frac{Q-0}{10-0} \Rightarrow Q = 100 \text{ και } AP_{10} = \frac{Q}{L} = \frac{100}{10} = 10$$

$$AP_{20} = \frac{Q}{L} \Rightarrow 20 = \frac{Q}{L} \Rightarrow Q = 20 \cdot L \text{ (1) και } MP_{20} = \frac{\Delta Q}{\Delta L} \Rightarrow 30 = \frac{Q-100}{L-10} \Rightarrow (1) 30 \cdot L - 300 = 20 \cdot L - 100 \Rightarrow L = 20 \text{ και (1) } \Rightarrow Q = 20 \cdot 20 = 400$$

$$AP = \frac{Q}{L} \Rightarrow 30 = \frac{900}{L} \Rightarrow L = 30 \text{ και } MP_{30} = \frac{\Delta Q}{\Delta L} = \frac{900-400}{30-20} = 50$$

Για $L = 40$ ισχύει ότι το AP είναι μέγιστο, επομένως το $AP_{40} = MP_{40}$. Έτσι έχουμε:

$$AP_{40} = MP_{40} \Rightarrow \frac{Q}{L} = \frac{\Delta Q}{\Delta L} \Rightarrow \frac{Q}{40} = \frac{Q-900}{40-30} \Rightarrow Q = 1.200 \text{ και } AP_{40} = \frac{Q}{L} = \frac{1.200}{40} = 30 = MP_{40}$$

$$AP_{50} = \frac{Q}{L} = \frac{1.000}{50} = 20 \text{ και } MP_{50} = \frac{\Delta Q}{\Delta L} = \frac{1.000-1.200}{50-40} = -20$$

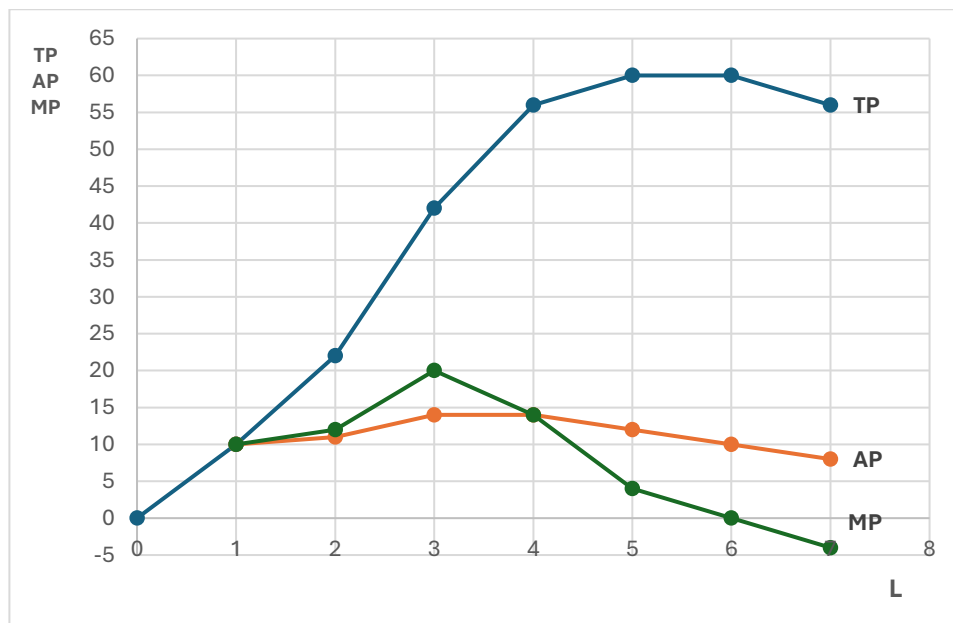
$$AP_{60} = \frac{Q}{L} \Rightarrow 10 = \frac{Q}{60} \Rightarrow Q = 600 \text{ και } MP_{60} = \frac{\Delta Q}{\Delta L} = \frac{600-1.000}{60-50} = -40$$

Ποσότητα Εργασίας (L)	Συνολικό Προϊόν (Q ή TP)	Μέσο Προϊόν (AP)	Οριακό Προϊόν (MP)
0	0	-	-
10	100	10	10
20	400	20	30
30	900	30	50
40	1.200	30	30
50	1.000	20	-20
60	600	10	-40

β. Οι συνέπειες του Νόμου της Φθίνουσας ή μη ανάλογης Απόδοσης εμφανίζονται μετά τον 30° εργάτη, όπου το MP αρχίζει να μειώνεται.

γ. Αν έχουμε βελτίωση της τεχνολογίας σε ένα αγαθό, τότε με τις ίδιες ποσότητες παραγωγικών συντελεστών αντιστοιχεί διπλάσιο TP, διπλάσιο AP, διπλάσιο MP και οι αντίστοιχες καμπύλες μετατοπίζονται προς τα πάνω.

3.



Η καμπύλη του συνολικού προϊόντος ενός μεταβλητού συντελεστή εκφράζει τη σχέση ανάμεσα στο συνολικό προϊόν και στην ποσότητα του μεταβλητού συντελεστή για κάθε χρονική περίοδο.

Η καμπύλη του μέσου προϊόντος περιγράφει τη σχέση ανάμεσα στην ποσότητα της εργασίας και στο αντίστοιχο μέσο προϊόν της.

Η καμπύλη του οριακού προϊόντος περιγράφει τη σχέση ανάμεσα στην ποσότητα της εργασίας και στο αντίστοιχο οριακό προϊόν της.

Ο νόμος της φθίνουσας ή μη ανάλογης απόδοσης ξεκινά να ισχύει με την προσθήκη του 4^{ου} εργάτη, καθώς μειώνεται το οριακό προϊόν.

4. Κατασκευάζουμε τον πίνακα παραγωγής της επιχείρησης σύμφωνα με τα δεδομένα:

L	Q	AP	MP
L ₁	100	5	max
L ₁ + 1 = 21	100 + 20 = 120		

Υπολογίζουμε τον αριθμό εργατών στο πρώτο επίπεδο απασχόλησης: $AP_1 = \frac{Q}{L} \Rightarrow 5 = \frac{100}{L} \Rightarrow$

L₁ = 20 εργάτες

Στο επόμενο επίπεδο παραγωγής οι εργάτες είναι 21, αφού έγινε πρόσληψη ενός επιπλέον εργάτη και το συνολικό προϊόν είναι ίσο με 120 μονάδες προϊόντος, αφού αυξήθηκε κατά 20 μονάδες.

Δεδομένου ότι το οριακό προϊόν μεγιστοποιείται στους 20 εργάτες, ο Ν.Φ.Α. ξεκινά να ισχύει με την προσθήκη του 21^{ου} εργάτη, όπου το οριακό προϊόν θα μειώνεται με αποτέλεσμα να αυξάνεται το συνολικό προϊόν με φθίνοντα ρυθμό.

5. Κατασκευάζουμε τον πίνακα παραγωγής της επιχείρησης σύμφωνα με τα δεδομένα:

L	Q	AP	MP
10	30	;	-
10 + 5 = 15	;	AP ₁₀ + 2	;

Υπολογίζουμε το μέσο προϊόν στους 10 εργάτες: $AP_{10} = \frac{Q}{L} = \frac{30}{10} = 3$ μονάδες προϊόντος.

Έτσι έχουμε:

AP₁₅ = AP₁₀ + 2 = 5 μονάδες προϊόντος

$AP_{15} = \frac{Q}{L} \Rightarrow 5 = \frac{Q}{15} \Rightarrow Q = 75$ μονάδες προϊόντος

$MP_{15} = \frac{\Delta Q}{\Delta L} = \frac{75-30}{15-10} = 9$ μονάδες προϊόντος

L	Q	AP	MP
10	30	3	-
10 + 5 = 15	75	5	9

6.α. Κατασκευάζουμε τον πίνακα παραγωγής της επιχείρησης σύμφωνα με τα δεδομένα:

L	Q	AP	MP
50	500	;	-
60	;	$AP_{60} = AP_{50} \cdot 3$	;
70	;	max	;
80	$Q_{80} = Q_{70} - \frac{20}{100} \cdot Q_{70}$	;	;

$$AP_{50} = \frac{Q}{L} = \frac{500}{50} = 10 \text{ μονάδες προϊόντος}$$

$$AP_{60} = AP_{50} \cdot 3 = 30 \text{ μονάδες προϊόντος, } AP_{60} = \frac{Q}{L} \Rightarrow 30 = \frac{Q}{60} \Rightarrow Q = 1.800 \text{ μονάδες προϊόντος}$$

$$\text{και } MP_{60} = \frac{\Delta Q}{\Delta L} = \frac{1.800 - 500}{60 - 50} = 130 \text{ μονάδες προϊόντος}$$

$AP_{70} = \max$ σύμφωνα με τα δεδομένα, επομένως ισχύει, σύμφωνα με τον Ν.Φ.Α., ότι

$AP_{70} = MP_{70}$. Για να υπολογίσουμε το συνολικό προϊόν λύνουμε ένα σύστημα εξισώνοντας

$$\text{τους τύπους: } AP = MP \Rightarrow \frac{Q}{70} = \frac{Q - 1.800}{70 - 60} \Rightarrow Q = 2.100 \text{ μονάδες προϊόντος}$$

$$AP_{70} = \frac{Q}{L} = \frac{2.100}{70} = 30 = MP_{70}$$

$$Q_{80} = Q_{70} - \frac{20}{100} \cdot Q_{70} = 2.100 - \frac{20}{100} \cdot 2.100 = 1.680 \text{ μονάδες προϊόντος}$$

$$AP_{80} = \frac{Q}{L} = \frac{1.680}{80} = 21 \text{ μονάδες προϊόντος και } MP_{80} = \frac{\Delta Q}{\Delta L} = \frac{1.680 - 2.100}{80 - 70} = -42 \text{ μονάδες}$$

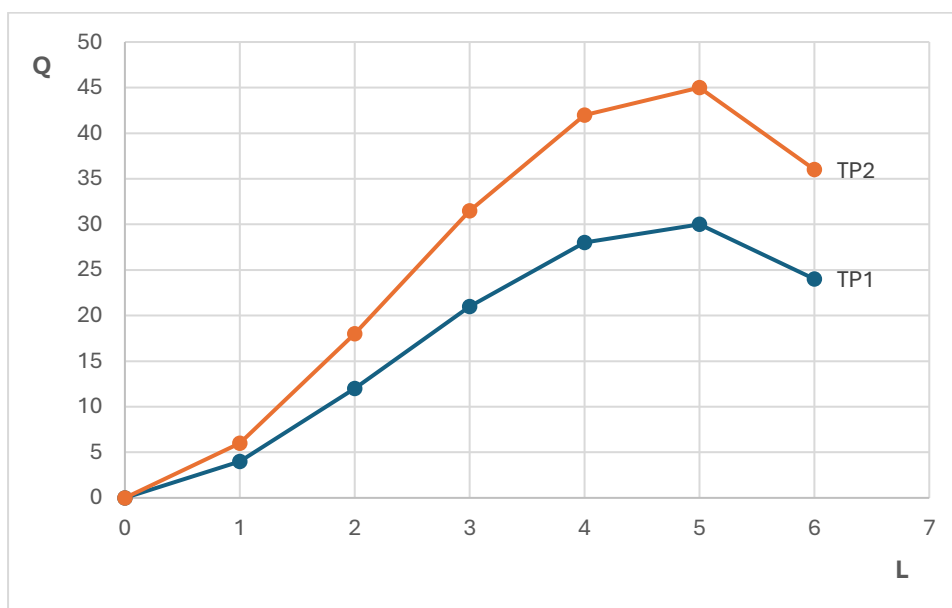
προϊόντος

L	Q	AP	MP
50	500	10	-
60	1.800	30	130
70	2.100	30	30
80	1.680	21	-42

β. Ο Νόμος της Φθίνουσας ή μη ανάλογης Απόδοσης ισχύει, αφού με την προσθήκη του 61^{ου} εργάτη το συνολικό προϊόν ξεκινά να αυξάνεται με φθίνοντα ρυθμό και το οριακό προϊόν της εργασίας ξεκινά να μειώνεται.

7.α. Η τεχνολογία παραγωγής βελτιώθηκε, αφού με τις ίδιες ποσότητες παραγωγικών συντελεστών (ποσότητα εργασίας), αυξάνεται η παραγόμενη ποσότητα.

β.



γ. Υπολογίζουμε το μέσο προϊόν (AP) και το οριακό προϊόν (MP) σε κάθε επίπεδο εργασίας, πριν και μετά την μεταβολή της τεχνολογίας, εφαρμόζοντας τους τύπους:

$$AP = \frac{Q}{L} \text{ και } MP = \frac{\Delta Q}{\Delta L}$$

Ποσότητα Εργασίας (L)	Συνολικό Προϊόν (Q ή TP) (1)	AP (1)	MP (1)	Συνολικό Προϊόν (Q ή TP) (2)	AP (2)	MP (2)
0	0	-	-	0	-	-
1	4	4	4	6	6	6
2	12	6	8	18	9	12
3	21	7	9	31,5	10,5	13,5
4	28	7	7	42	10,5	10,5
5	30	6	2	45	9	3
6	24	4	-6	36	6	-9

δ. Για L = 2 εργάτες το συνολικό προϊόν πριν την μεταβολή της τεχνολογίας είναι ίσο με 12 μονάδες προϊόντος και μετά την μεταβολή της τεχνολογίας είναι ίσο με 18 μονάδες προϊόντος.

Υπολογίζουμε την ποσοστιαία μεταβολή της παραγωγής:

$$\Delta Q\% = \frac{Q_{\text{τελικό}} - Q_{\text{αρχικό}}}{Q_{\text{αρχικό}}} \cdot 100 = \frac{18 - 12}{12} \cdot 100 = 50\%$$

ε. Με την προσθήκη του 4^{ου} εργάτη εμφανίζονται οι συνέπειες του Ν.Φ.Α., πριν και μετά τη μεταβολή της τεχνολογίας, αφού η προσθήκη του 4^{ου} εργάτη αυξάνει το προϊόν με φθίνοντα ρυθμό και το ΜΡ μειώνεται.

8.α. Εφαρμόζουμε τους τύπους του μέσου προϊόντος (ΑΡ) και του οριακού προϊόντος (ΜΡ) για να συμπληρώσουμε τα κενά του πίνακα. Όταν η επιχείρηση δεν απασχολεί κάποιον εργάτη ($L = 0$), το συνολικό προϊόν είναι ίσο με μηδέν, ενώ το μέσο και οριακό προϊόν δεν ορίζονται. Έτσι έχουμε:

$$MP_{15} = \frac{\Delta Q}{\Delta L} \Rightarrow 10 = \frac{Q-0}{15-0} \Rightarrow Q = 150 \text{ και } AP_{15} = \frac{Q}{L} = \frac{150}{15} = 10$$

$$AP = \frac{Q}{L} \Rightarrow 12 = \frac{Q}{L} \Rightarrow Q = 12 \cdot L \text{ (1) και } MP = \frac{\Delta Q}{\Delta L} \Rightarrow 14 = \frac{Q-150}{L-15} \Rightarrow$$

$$(1) 12 \cdot L - 150 = 14 \cdot L - 210 \Rightarrow L = 30 \text{ και (1) } \Rightarrow Q = 12 \cdot 30 = 360$$

Για $L = 45$ ισχύει ότι το ΑΡ είναι μέγιστο, επομένως το $AP_{45} = MP_{45}$. Έτσι έχουμε:

$$AP_{45} = MP_{45} \Rightarrow \frac{Q}{L} = \frac{\Delta Q}{\Delta L} \Rightarrow \frac{Q}{45} = \frac{Q-360}{45-30} \Rightarrow Q = 540 \text{ και } AP_{45} = \frac{Q}{L} = \frac{540}{45} = 12 = MP_{45}$$

$$MP_{60} = \frac{\Delta Q}{\Delta L} \Rightarrow 4 = \frac{600-540}{L-45} \Rightarrow L = 60 \text{ και } AP_{60} = \frac{Q}{L} = \frac{600}{60} = 10$$

Ποσότητα Εργασίας (L)	Συνολικό Προϊόν (Q ή TP)	Μέσο Προϊόν (ΑΡ)	Οριακό Προϊόν (ΜΡ)
0	0	-	-
15	150	10	10
30	360	12	14
45	540	12	12
60	600	10	4

β. Οι 248 μονάδες προϊόντος βρίσκονται στο διάστημα παραγωγής μεταξύ 150 και 360 μονάδων, όπου το οριακό προϊόν της εργασίας είναι ίσο με 14 μονάδες. Υπολογίζουμε τους εργάτες που απασχολούνται για $Q = 248$: $MP_{30} = \frac{\Delta Q}{\Delta L} \Rightarrow 14 = \frac{248-150}{L-15} \Rightarrow L = 22$ εργάτες.

γ. Οι 384 μονάδες προϊόντος βρίσκονται στο διάστημα παραγωγής μεταξύ 360 και 540 μονάδων, όπου το οριακό προϊόν της εργασίας είναι ίσο με 12 μονάδες. Υπολογίζουμε τους εργάτες που απασχολούνται για $Q = 384$: $MP_{45} = \frac{\Delta Q}{\Delta L} \Rightarrow 12 = \frac{384-360}{L-30} \Rightarrow L = 32$ εργάτες.

Η επιχείρηση απασχολεί 32 εργάτες και θέλει να αυξήσει την παραγωγή της κατά 25%, δηλαδή η παραγωγή θα είναι ίση με: $Q = Q_{32} + \frac{25}{100} \cdot Q_{32} = 1,25 \cdot 384 = 480$ μονάδες προϊόντος.

Οι 480 μονάδες προϊόντος βρίσκονται στο διάστημα παραγωγής μεταξύ 360 και 540 μονάδων, όπου το οριακό προϊόν της εργασίας είναι ίσο με 12 μονάδες. Υπολογίζουμε τους εργάτες που απασχολούνται για $Q = 480$: $MP_{45} = \frac{\Delta Q}{\Delta L} \Rightarrow 12 = \frac{480-360}{L-30} \Rightarrow L = 40$ εργάτες.

Η επιχείρηση απασχολεί 32 εργάτες για την παραγωγή 384 μονάδων προϊόντος και 40 εργάτες για την παραγωγή 480 μονάδων προϊόντος. Επομένως, θα πρέπει να προσλάβει:

$$\Delta L = 40 - 32 = 8 \text{ εργάτες.}$$

9.α. Η επιχείρηση θέλει να παράγει $1.000 - 250 = 750$ μονάδες προϊόντος. Για να υπολογίσουμε τον αριθμό εργατών που απασχολεί για την παραγωγή των 750 μονάδων προϊόντος, θα πρέπει να υπολογίσουμε το οριακό προϊόν της εργασίας από τον πρώτο εργάτη μέχρι τον 200° εργάτη.

$$\text{Έτσι έχουμε: } MP_{200} = \frac{\Delta Q}{\Delta L} = \frac{1.000-0}{200-0} = 5 \text{ μονάδες}$$

$$\text{Για την παραγωγή 750 μονάδων προϊόντος απαιτούνται: } MP_{200} = \frac{\Delta Q}{\Delta L} \Rightarrow 5 = \frac{1.000-750}{200-L} \Rightarrow$$

$$L = 150 \text{ εργάτες.}$$

Επομένως, η επιχείρηση θα πρέπει να απασχολήσει: $\Delta L = 150 - 200 = -50$ εργάτες

β. Για την παραγωγή 2.800 μονάδων προϊόντος, απασχολούνται 400 εργάτες. Οι εργάτες θα αυξηθούν κατά 100, επομένως θα είναι: $400 + 100 = 500$ εργάτες. Για να υπολογίσουμε το συνολικό προϊόν των 500 εργατών θα πρέπει να υπολογίσουμε το οριακό προϊόν των 600 εργατών, αφού οι 500 εργάτες βρίσκονται στο διάστημα μεταξύ των 400^{ων} και των 600^{ων} εργατών.

$$\text{Έτσι έχουμε: } MP_{600} = \frac{\Delta Q}{\Delta L} = \frac{3.400-2.800}{600-400} = 3 \text{ μονάδες}$$

$$\text{Οι 500 εργάτες θα παράγουν: } MP_{600} = \frac{\Delta Q}{\Delta L} \Rightarrow 3 = \frac{3.400-Q}{600-500} \Rightarrow Q = 3.100 \text{ μονάδες προϊόντος.}$$

Η μεταβολή στο συνολικό προϊόν θα είναι: $\Delta Q = 3.100 - 2.800 = 300$ μονάδες προϊόντος.

γ. Από το β ερώτημα γνωρίζουμε ότι για την παραγωγή 3.100 μονάδων προϊόντος απασχολούνται 500 εργάτες. Το συνολικό προϊόν μεγιστοποιείται εκεί όπου το οριακό προϊόν είναι ίσο με μηδέν ($MP = 0$). Αυτό συμβαίνει στους 800 εργάτες:

$$MP_{800} = \frac{\Delta Q}{\Delta L} = \frac{3.400-3.400}{800-600} = 0$$

Η μεταβολή των εργατών είναι ίση με $\Delta L = 800 - 500 = 300$ εργάτες.

10. Για να απαντήσουμε στα ερωτήματα της άσκησης θα πρέπει να υπολογίσουμε το συνολικό προϊόν της επιχείρησης σε κάθε επίπεδο εργασίας. Εφαρμόζοντας τον τύπο

$$MP = \frac{\Delta Q}{\Delta L} \text{ υπολογίζουμε το συνολικό προϊόν:}$$

Για $L = 0$, $Q = 0$ μονάδες προϊόντος

$$MP_5 = \frac{\Delta Q}{\Delta L} \Rightarrow 10 = \frac{Q-0}{5-0} \Rightarrow Q = 50 \text{ μονάδες προϊόντος}$$

$$MP_{10} = \frac{\Delta Q}{\Delta L} \Rightarrow 12 = \frac{Q-50}{10-5} \Rightarrow Q = 110 \text{ μονάδες προϊόντος}$$

$$MP_{15} = \frac{\Delta Q}{\Delta L} \Rightarrow 14 = \frac{Q-110}{15-10} \Rightarrow Q = 180 \text{ μονάδες προϊόντος, κ.τ.λ.}$$

Έτσι προκύπτει ο πίνακας:

Ποσότητα Εργασίας (L)	Οριακό Προϊόν (MP)	Συνολικό Προϊόν (TP ή Q)
0	-	0
5	10	50
10	12	110
15	14	180
20	10	230
25	9	275

α. Οι 7 εργάτες παράγουν ποσότητα που βρίσκεται στο διάστημα παραγωγής μεταξύ 50 και 110 μονάδων προϊόντος, όπου το οριακό προϊόν της εργασίας είναι ίσο με 12 μονάδες. Υπολογίζουμε το συνολικό προϊόν για $L = 7$: $MP_{10} = \frac{\Delta Q}{\Delta L} \Rightarrow 12 = \frac{Q-50}{7-5} \Rightarrow Q = 74$ μονάδες προϊόντος.

β. Αρχικά, υπολογίζουμε το συνολικό προϊόν για τους 3 εργάτες. Οι 3 εργάτες παράγουν ποσότητα που βρίσκεται στο διάστημα παραγωγής μεταξύ 0 και 50 μονάδων προϊόντος, όπου το οριακό προϊόν της εργασίας είναι ίσο με 10 μονάδες. Υπολογίζουμε το συνολικό προϊόν για $L = 3$: $MP_5 = \frac{\Delta Q}{\Delta L} \Rightarrow 10 = \frac{Q-0}{3-0} \Rightarrow Q = 30$ μονάδες προϊόντος.

Επομένως, $AP_3 = \frac{Q}{L} = \frac{30}{3} = 10$ μονάδες προϊόντος

γ. Για να υπολογίσουμε την μεταβολή στον αριθμό των εργατών καθώς μεταβάλλεται το συνολικό προϊόν, θα πρέπει να υπολογίσουμε τον αριθμό των εργατών που απασχολούνται για την παραγωγή 200 μονάδων προϊόντος και 266 μονάδων προϊόντος.

Οι 200 μονάδες προϊόντος βρίσκονται στο διάστημα παραγωγής μεταξύ 180 και 230 μονάδων, όπου το οριακό προϊόν της εργασίας είναι ίσο με 10 μονάδες. Υπολογίζουμε τους εργάτες που απασχολούνται για $Q = 200$: $MP_{20} = \frac{\Delta Q}{\Delta L} \Rightarrow 10 = \frac{200-180}{L-15} \Rightarrow L = 17$ εργάτες.

Οι 266 μονάδες προϊόντος βρίσκονται στο διάστημα παραγωγής μεταξύ 230 και 275 μονάδων, όπου το οριακό προϊόν της εργασίας είναι ίσο με 9 μονάδες. Υπολογίζουμε τους εργάτες που απασχολούνται για $Q = 266$: $MP_{25} = \frac{\Delta Q}{\Delta L} \Rightarrow 9 = \frac{266-230}{L-20} \Rightarrow L = 24$ εργάτες.

Η μεταβολή στον αριθμό των εργατών θα είναι ίση με: $\Delta L = 24 - 17 = 7$ εργάτες.

δ. Για να υπολογίσουμε την μεταβολή στον αριθμό των εργατών καθώς μεταβάλλεται το συνολικό προϊόν, θα πρέπει να υπολογίσουμε τον αριθμό των εργατών που απασχολούνται για την παραγωγή 239 μονάδων προϊόντος και για $239 - 87 = 152$ μονάδων προϊόντος.

Οι 239 μονάδες προϊόντος βρίσκονται στο διάστημα παραγωγής μεταξύ 230 και 275 μονάδων, όπου το οριακό προϊόν της εργασίας είναι ίσο με 9 μονάδες. Υπολογίζουμε τους εργάτες που απασχολούνται για $Q = 239$: $MP_{25} = \frac{\Delta Q}{\Delta L} \Rightarrow 9 = \frac{239-230}{L-20} \Rightarrow L = 21$ εργάτες.

Οι 152 μονάδες προϊόντος βρίσκονται στο διάστημα παραγωγής μεταξύ 110 και 180 μονάδων, όπου το οριακό προϊόν της εργασίας είναι ίσο με 14 μονάδες. Υπολογίζουμε τους εργάτες που απασχολούνται για $Q = 152$: $MP_{15} = \frac{\Delta Q}{\Delta L} \Rightarrow 14 = \frac{152-110}{L-10} \Rightarrow L = 13$ εργάτες.

Η μεταβολή στον αριθμό των εργατών θα είναι ίση με: $\Delta L = 13 - 21 = -8$ εργάτες.

11.α. Εφαρμόζοντας τον τύπο $AP = \frac{Q}{L}$ υπολογίζουμε το συνολικό προϊόν:

$$AP_5 = \frac{Q}{L} \Rightarrow 10 = \frac{Q}{5} \Rightarrow Q = 50 \text{ μονάδες προϊόντος}$$

$$AP_{10} = \frac{Q}{L} \Rightarrow 12 = \frac{Q}{10} \Rightarrow Q = 120 \text{ μονάδες προϊόντος}$$

$$AP_{15} = \frac{Q}{L} \Rightarrow 14 = \frac{Q}{15} \Rightarrow Q = 210 \text{ μονάδες προϊόντος, κ.τ.λ.}$$

Έτσι προκύπτει ο πίνακας:

Ποσότητα Εργασίας (L)	Μέσο Προϊόν (AP)	Συνολικό Προϊόν (TP ή Q)
5	10	50
10	12	120
15	14	210
20	14	280
25	12	300
30	10	300

β. Οι 8 εργάτες παράγουν ποσότητα που βρίσκεται στο διάστημα παραγωγής μεταξύ 50 και 120 μονάδων προϊόντος. Αρχικά, υπολογίζουμε το οριακό προϊόν σε αυτό το διάστημα:

$$MP_{10} = \frac{\Delta Q}{\Delta L} = \frac{120-50}{10-5} = 14 \text{ μονάδες. Επομένως, για } L = 8: MP_{10} = \frac{\Delta Q}{\Delta L} \Rightarrow 14 = \frac{Q-50}{8-5} \Rightarrow Q = 92 \text{ μονάδες προϊόντος.}$$

Οι 21 εργάτες παράγουν ποσότητα που βρίσκεται στο διάστημα παραγωγής μεταξύ 280 και 300 μονάδων προϊόντος. Αρχικά, υπολογίζουμε το οριακό προϊόν σε αυτό το διάστημα:

$$MP_{25} = \frac{\Delta Q}{\Delta L} = \frac{300-280}{25-20} = 4 \text{ μονάδες. Επομένως, για } L = 21: MP_{25} = \frac{\Delta Q}{\Delta L} \Rightarrow 4 = \frac{Q-280}{21-20} \Rightarrow Q = 284 \text{ μονάδες προϊόντος.}$$

Η αύξηση της παραγωγής θα είναι ίση με: $\Delta Q = 284 - 92 = 192$ μονάδες προϊόντος.

γ. Για να υπολογίσουμε την μεταβολή στον αριθμό των εργατών καθώς μεταβάλλεται το συνολικό προϊόν, θα πρέπει να υπολογίσουμε τον αριθμό των εργατών που απασχολούνται για την παραγωγή 238 μονάδων προϊόντος και για 292 μονάδων προϊόντος.

Οι 238 μονάδες προϊόντος βρίσκονται στο διάστημα παραγωγής μεταξύ 210 και 280 μονάδων, όπου το οριακό προϊόν της εργασίας είναι ίσο με: $MP_{20} = \frac{\Delta Q}{\Delta L} = \frac{280-210}{20-15} = 14$ μονάδες.

Υπολογίζουμε τους εργάτες που απασχολούνται για $Q = 238$: $MP_{20} = \frac{\Delta Q}{\Delta L} \Rightarrow$

$$14 = \frac{238-210}{L-15} \Rightarrow L = 17 \text{ εργάτες.}$$

Οι 292 μονάδες προϊόντος βρίσκονται στο διάστημα παραγωγής μεταξύ 280 και 300 μονάδων, όπου το οριακό προϊόν της εργασίας είναι ίσο με 4 μονάδες (από το ερώτημα β). Υπολογίζουμε τους εργάτες που απασχολούνται για $Q = 292$: $MP_{25} = \frac{\Delta Q}{\Delta L} \Rightarrow 4 = \frac{292-280}{L-20} \Rightarrow L = 23$ εργάτες.

Η μεταβολή στον αριθμό των εργατών θα είναι ίση με: $\Delta L = 23 - 17 = 6$ εργάτες.

12. $FC = 200$ χρηματικές μονάδες σε όλους τους παραγόμενους συνδυασμούς

Για $Q = 0$: $VC = 0$ χρηματικές μονάδες και $TC = FC = 200$ χρηματικές μονάδες

$TC = FC + VC \Rightarrow 400 = 200 + VC \Rightarrow VC = 200$ χρηματικές μονάδες

$$MC = \frac{\Delta VC}{\Delta Q} \Rightarrow 10 = \frac{200-0}{Q-0} \Rightarrow Q = 20 \text{ μονάδες προϊόντος}$$

$$MC_{80} = \frac{\Delta VC}{\Delta Q} = \frac{680-200}{80-20} = 8 \text{ χρηματικές μονάδες}$$

$$MC_{180} = \frac{\Delta VC}{\Delta Q} \Rightarrow 5 = \frac{VC-680}{180-80} \Rightarrow VC = 1.180 \text{ χρηματικές μονάδες και } TC = FC + VC = 1.380$$

χρηματικές μονάδες

$$MC = \frac{\Delta VC}{\Delta Q} \Rightarrow 7 = \frac{1.460-1.180}{Q-180} \Rightarrow Q = 220 \text{ μονάδες προϊόντος}$$

$$MC_{260} = \frac{\Delta VC}{\Delta Q} = \frac{1.860-1.460}{260-220} = 10 \text{ χρηματικές μονάδες}$$

Συνολικό Προϊόν (Q)	Σταθερό Κόστος (FC)	Μεταβλητό Κόστος (VC)	Συνολικό Κόστος (TC)	Οριακό Κόστος (MC)
0	200	0	200	-
20	200	200	400	10
80	200	680	880	12
180	200	1.180	1.380	5
220	200	1.460	1.660	7
260	200	1.860	2.060	10

13.α. και β. Η ποσότητα του σταθερού συντελεστή είναι σταθερή και ίση με 10 μονάδες σε κάθε επίπεδο παραγωγής.

Για να συμπληρώσουμε τα κενά του πίνακα έχουμε:

$$MC_{80} = \frac{\Delta TC}{\Delta Q} \Rightarrow 10 = \frac{TC-120}{80-0} \Rightarrow TC = 920 \text{ χρηματικές μονάδες}$$

$$MC = \frac{\Delta TC}{\Delta Q} \Rightarrow 8 = \frac{1.880-920}{Q-80} \Rightarrow Q = 200 \text{ μονάδες προϊόντος}$$

$$MC_{250} = \frac{\Delta TC}{\Delta Q} \Rightarrow 5 = \frac{TC-1.880}{250-200} \Rightarrow TC = 2.130 \text{ χρηματικές μονάδες}$$

$$MC_{260} = \frac{\Delta TC}{\Delta Q} = \frac{2.210-2.130}{260-250} = 8 \text{ χρηματικές μονάδες}$$

Για να υπολογίσουμε το μεταβλητό κόστος έχουμε:

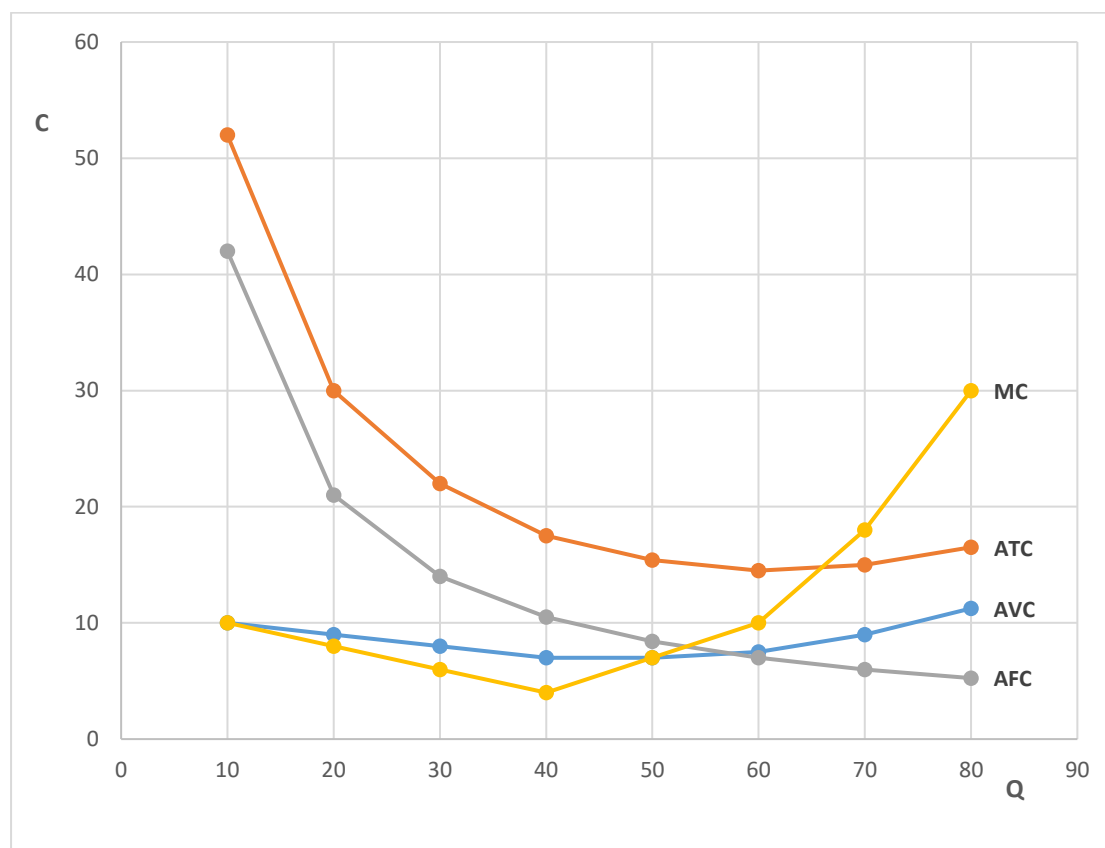
Για $Q = 0$ μονάδες, $TC = FC = 120$ χρηματικές μονάδες. Επομένως, υπολογίζουμε το VC με τον τύπο $TC = FC + VC \Rightarrow VC = TC - FC$ σε κάθε επίπεδο παραγωγής:

Ποσότητα Σταθερού συντελεστή	Συνολικό Προϊόν (Q)	Συνολικό Κόστος (TC)	Οριακό Κόστος (MC)	Μεταβλητό Κόστος (VC)
10	0	120	-	0
10	80	920	10	800
10	200	1.880	8	1.760
10	250	2.130	5	2.010
10	260	2.210	8	2.090

γ. Η αμοιβή του σταθερού συντελεστή θα είναι: $FC = P_{\Sigma\Sigma} \cdot Q_{\Sigma\Sigma} \Rightarrow 120 = P_{\Sigma\Sigma} \cdot 10 \Rightarrow P_{\Sigma\Sigma} = 12$ χρηματικές μονάδες

δ. Το οριακό κόστος είναι σημαντικό μέγεθος για μια επιχείρηση, γιατί η απόφαση της επιχείρησης για αύξηση της παραγωγής της κατά μία μονάδα θα πρέπει να γίνει έπειτα από σύγκριση του κόστους αυτής της μονάδας, που είναι το οριακό κόστος, με το έσοδο από την πώληση αυτής της μονάδας.

14.



15. Η επιχείρηση έχει ως μοναδικό μεταβλητό συντελεστή την εργασία, επομένως όταν απασχολεί 2 εργαζόμενους το κόστος εργασίας είναι ίσο με το μεταβλητό κόστος της επιχείρησης. Αυτό σημαίνει ότι $VC_2 = 100$ χρηματικές μονάδες και $VC = W \cdot L \Rightarrow W = 100 : 2 = 50$ χρηματικές μονάδες.

Από τα δεδομένα της άσκησης προκύπτει ο πίνακας:

L	Q	VC	TC	AVC	ATC	MC	AFC
2		100	150	20			
	$3 \cdot Q_2$					5	
4					12,5		2,5

Για να υπολογίσουμε την μεταβολή του κόστους, καθώς η παραγωγή αυξάνεται, θα πρέπει να υπολογίσουμε τις ποσότητες που παράγει η επιχείρηση και το οριακό κόστος όταν απασχολούνται 4 εργαζόμενοι. Έτσι έχουμε:

$$AVC_2 = \frac{VC}{Q} \Rightarrow 20 = \frac{100}{Q} \Rightarrow Q = 5 \text{ μονάδες προϊόντος}$$

$$Q = 3 \cdot Q_2 = 3 \cdot 5 = 15 \text{ μονάδες προϊόντος και } VC_4 = W \cdot L \Rightarrow L = 150 : 50 = 3 \text{ εργαζόμενοι}$$

$$MC = \frac{\Delta VC}{\Delta Q} \Rightarrow 5 = \frac{VC - 100}{15 - 5} \Rightarrow VC = 150 \text{ χρηματικές μονάδες}$$

$$TC_2 = FC + VC_2 \Rightarrow FC = 150 - 100 = 50 \text{ μονάδες προϊόντος}$$

$$AFC_4 = \frac{FC}{Q} \Rightarrow 2,5 = \frac{50}{Q} \Rightarrow Q = 20 \text{ μονάδες προϊόντος}$$

$$VC_4 = W \cdot L = 50 \cdot 4 = 200 \text{ χρηματικές μονάδες}$$

$$MC = \frac{\Delta VC}{\Delta Q} = \frac{200-150}{20-15} = 10 \text{ χρηματικές μονάδες}$$

L	Q	VC	TC	AVC	ATC	MC	AFC	FC
2	5	100	150	20				50
	15	150				5		50
4	20	200			12,5	10	2,5	50

Υπολογίζουμε την μεταβολή του κόστους παραγωγής, καθώς η παραγωγή αυξάνεται από 13 σε 18 μονάδες:

$$\text{Για } Q = 13 \text{ μονάδες έχουμε: } MC_3 = \frac{\Delta VC}{\Delta Q} \Rightarrow 5 = \frac{VC-100}{13-5} \Rightarrow VC = 140 \text{ χρηματικές μονάδες}$$

$$\text{Για } Q = 18 \text{ μονάδες έχουμε: } MC_4 = \frac{\Delta VC}{\Delta Q} \Rightarrow 10 = \frac{VC-150}{18-15} \Rightarrow VC = 180 \text{ χρηματικές μονάδες}$$

$$\Delta VC = 180 - 140 = 40 \text{ χρηματικές μονάδες}$$

16.α. Από τα δεδομένα της άσκησης γνωρίζουμε ότι:

$$FC = 2.000 \text{ χρηματικές μονάδες}$$

$$\text{Για } L = 35, W \cdot L = 1.925 \Rightarrow W = 55 \text{ χρηματικές μονάδες}$$

$$\text{Για } Q = 500 \text{ μονάδες, } C \cdot Q = 6.000 \Rightarrow C = 12 \text{ χρηματικές μονάδες}$$

Για να υπολογίσουμε το συνολικό κόστος παραγωγής σε κάθε επίπεδο, θα πρέπει να υπολογίσουμε το μεταβλητό κόστος με τον τύπο: $VC = W \cdot L + C \cdot Q$

$$VC_{10} = W \cdot L + C \cdot Q = 55 \cdot 10 + 12 \cdot 100 = 1.750 \text{ χρηματικές μονάδες}$$

$$VC_{20} = W \cdot L + C \cdot Q = 55 \cdot 20 + 12 \cdot 300 = 4.700 \text{ χρηματικές μονάδες}$$

$$VC_{30} = W \cdot L + C \cdot Q = 55 \cdot 30 + 12 \cdot 600 = 8.850 \text{ χρηματικές μονάδες, κ.τ.λ.}$$

Γνωρίζοντας το μεταβλητό κόστος, υπολογίζουμε το συνολικό με τον τύπο $TC = FC + VC$ σε κάθε επίπεδο παραγωγής, και προκύπτει ο πίνακας:

L	Q	VC	TC
10	100	1.750	3.750
20	300	4.700	6.700
30	600	8.850	10.850

40	800	11.800	13.800
----	-----	--------	--------

β. Υπολογίζουμε την ποσότητα που παράγουν οι 22 εργάτες, υπολογίζοντας το οριακό προϊόν

στους 30 εργάτες: $MP_{30} = \frac{\Delta Q}{\Delta L} = \frac{600-300}{30-20} = 30$ μονάδες προϊόντος

$MP_{30} = \frac{\Delta Q}{\Delta L} \Rightarrow 30 = \frac{Q-300}{22-20} \Rightarrow Q = 360$ μονάδες προϊόντος και

$VC_{22} = W \cdot L + C \cdot Q = 55 \cdot 22 + 12 \cdot 360 = 5.530$ χρηματικές μονάδες

Η επιχείρηση αυξάνει την παραγωγή κατά 300 μονάδες, επομένως παράγει: $360 + 300 = 660$ μονάδες προϊόντος. Υπολογίζουμε τον αριθμό των εργατών που απαιτούνται για την παραγωγή των 660 μονάδων προϊόντος, προκειμένου να υπολογίσουμε το μεταβλητό κόστος.

$MP_{40} = \frac{\Delta Q}{\Delta L} = \frac{800-600}{40-30} = 20$ μονάδες προϊόντος

$MP_{40} = \frac{\Delta Q}{\Delta L} \Rightarrow 20 = \frac{660-600}{L-30} \Rightarrow L = 33$ άτομα και

$VC_{33} = W \cdot L + C \cdot Q = 55 \cdot 33 + 12 \cdot 660 = 9.735$ χρηματικές μονάδες.

Επομένως, $\Delta VC = 9.735 - 5.530 = 4.205$ χρηματικές μονάδες

17. Από τα δεδομένα της άσκησης προκύπτει ο πίνακας:

Q	AVC	MC
20	40	
40		40

Η επιχείρηση χρησιμοποιεί ως μεταβλητούς συντελεστές την εργασία και τις πρώτες ύλες.

Αυτό σημαίνει ότι $VC = W \cdot L + C \cdot Q$, όπου $W = 80$ χρηματικές μονάδες και $C = 20$

χρηματικές μονάδες. Υπολογίζουμε το μεταβλητό κόστος σε κάθε επίπεδο παραγωγής, με στόχο να υπολογίσουμε τον αριθμό των εργατών που απαιτούνται.

$AVC = \frac{VC}{Q} \Rightarrow 40 = \frac{VC}{20} \Rightarrow VC = 800$ χρηματικές μονάδες και $MC = \frac{\Delta VC}{\Delta Q} \Rightarrow 40 = \frac{VC-800}{40-20} \Rightarrow$

$VC = 1.600$ χρηματικές μονάδες

Έτσι, λοιπόν, προκύπτει ότι για $Q = 20$: $VC = W \cdot L + C \cdot Q \Rightarrow 800 = 80 \cdot L + 20 \cdot 20 \Rightarrow$

$L = 5$ εργάτες και για $Q = 40$: $VC = W \cdot L + C \cdot Q \Rightarrow 1.600 = 80 \cdot L + 20 \cdot 40 \Rightarrow L = 10$

εργάτες

Η επιχείρηση προσέλαβε $\Delta L = 10 - 5 = 5$ εργάτες

18. Οι δαπάνες για πρώτες ύλες, για ημερομίσθια, για καύσιμα και για λοιπά μεταβλητά έξοδα ανήκουν στο μεταβλητό κόστος της επιχείρησης. Τα ενοίκια ανήκουν στο σταθερό κόστος της επιχείρησης. Από τα δεδομένα της άσκησης προκύπτει ο πίνακας:

L	Q	VC	TC	MC
80	40	132.000	142.000	
				6.800

α. $AVC_{80} = \frac{VC}{Q} = \frac{132.000}{40} = 3.300$ χρηματικές μονάδες και στο επόμενο επίπεδο παραγωγής:

$AVC = AVC_{80} + 700 = 4.000$ χρηματικές μονάδες

Για να υπολογίσουμε το συνολικό προϊόν λύνουμε ένα σύστημα με αντικατάσταση:

$$AVC = \frac{VC}{Q} \Rightarrow 4.000 = \frac{VC}{Q} \Rightarrow VC = 4.000 \cdot Q \quad (1) \text{ και } MC = \frac{\Delta VC}{\Delta Q} \Rightarrow (1) \quad 6.800 = \frac{4.000 \cdot Q - 132.000}{Q - 40} \Rightarrow$$

$Q = 50$ μονάδες προϊόντος

β. $AFC_{80} = \frac{FC}{Q} = \frac{10.000}{100} = 100$ χρηματικές μονάδες

γ. Η αμοιβή του σταθερού συντελεστή είναι: $FC = P_{\Sigma\Sigma} \cdot Q_{\Sigma\Sigma} \Rightarrow 10.000 = P_{\Sigma\Sigma} \cdot 5 \Rightarrow P_{\Sigma\Sigma} = 2.000$ χρηματικές μονάδες

Οι δαπάνες για ημερομίσθια είναι: $W \cdot L = 40.000$ χρηματικές μονάδες, με τους εργάτες να είναι 80 άτομα. Έτσι η αμοιβή είναι ίση με: $W \cdot 80 = 40.000 \Rightarrow W = 500$ χρηματικές μονάδες

$$19. MP_{12} = \frac{\Delta Q}{\Delta L} \Rightarrow 25 = \frac{\Delta Q}{2} \Rightarrow \Delta Q = 50 \text{ μονάδες προϊόντος } (1)$$

$$MC_{12} = \frac{\Delta VC}{\Delta Q} \Rightarrow 5,6 = \frac{\Delta VC}{50} \Rightarrow \Delta VC = 280 \quad (2)$$

Από (1) και (2) έχουμε: $\Delta VC = W \cdot \Delta L + C \cdot \Delta Q \Rightarrow 280 = W \cdot 2 + 5 \cdot 50 \Rightarrow W = 15$ χρηματικές μονάδες. Επομένως, $VC_{12} = 15 \cdot 12 + 5 \cdot Q = 180 + 5 \cdot Q \quad (3)$

$$AVC_{12} = \frac{VC}{Q} \Rightarrow (3) \quad 6,2 = \frac{180 + 5 \cdot Q}{Q} \Rightarrow Q = 150 \text{ και } VC_{12} = 15 \cdot 12 + 5 \cdot 150 = 930 \text{ χρηματικές μονάδες.}$$

20.α. Αρχικά, υπολογίζουμε την μεταβολή του συνολικού κόστους καθώς η παραγωγή αυξάνεται από 15 σε 20 μονάδες προϊόντος: $MC_{20} = \frac{\Delta TC}{\Delta Q} \Rightarrow 10 = \frac{\Delta TC}{20-15} \Rightarrow \Delta TC = 50$ χρηματικές μονάδες.

Ομοίως, υπολογίζουμε την μεταβολή του συνολικού κόστους καθώς η παραγωγή αυξάνεται από 20 σε 25 μονάδες προϊόντος: $MC_{40} = \frac{\Delta TC}{\Delta Q} \Rightarrow 20 = \frac{\Delta TC}{25-20} \Rightarrow \Delta TC = 100$ χρηματικές μονάδες.

Η συνολική μεταβολή στο συνολικό κόστος είναι ίση με: $\Delta TC = 100 + 50 = 150$ χρηματικές μονάδες.

β. Υπολογίζουμε το σταθερό κόστος: $AFC_{20} = \frac{FC}{Q} \Rightarrow FC = 1.000$ χρηματικές μονάδες

Η τιμή του σταθερού συντελεστή είναι: $FC = P_{\Sigma\Sigma} \cdot Q_{\Sigma\Sigma} \Rightarrow 1.000 = P_{\Sigma\Sigma} \cdot 40 \Rightarrow P_{\Sigma\Sigma} = 25$ χρηματικές μονάδες

21. Η επιχείρηση έχει ως μοναδικό μεταβλητό συντελεστή την εργασία, επομένως όταν απασχολεί 3 εργαζόμενους έχουμε: $AVC_3 = \frac{VC}{Q} \Rightarrow VC = 90$ χρηματικές μονάδες και $VC_3 = W \cdot L \Rightarrow W = 90 : 3 = 30$ χρηματικές μονάδες. Ομοίως, $VC_2 = W \cdot L = 60$ χρηματικές μονάδες, $VC_4 = W \cdot L = 120$ χρηματικές μονάδες και $AVC_4 = \frac{VC}{Q} \Rightarrow Q = 60$ μονάδες προϊόντος

Επίσης, υπολογίζουμε το οριακό κόστος: $MC_3 = \frac{\Delta VC}{\Delta Q} = \frac{90-60}{50-25} = 1,2$ χρηματικές μονάδες

$$MC_4 = \frac{\Delta VC}{\Delta Q} = \frac{120-90}{60-50} = 3 \text{ χρηματικές μονάδες}$$

Από τα δεδομένα της άσκησης προκύπτει ο πίνακας:

L	Q	VC	AVC	MC
2	25	60		-
3	50	90	1,8	1,2
4	60	120	2	3

Για να υπολογίσουμε την μεταβολή του κόστους, καθώς η παραγωγή αυξάνεται, θα πρέπει να υπολογίσουμε το κόστος παραγωγής των 35 και των 52 μονάδων προϊόντος. Έτσι έχουμε:

$$MC_3 = \frac{\Delta VC}{\Delta Q} \Rightarrow 1,2 = \frac{VC-60}{35-25} \Rightarrow VC = 72 \text{ χρηματικές μονάδες}$$

$$MC_4 = \frac{\Delta VC}{\Delta Q} \Rightarrow 3 = \frac{VC-90}{52-50} \Rightarrow VC = 96 \text{ χρηματικές μονάδες}$$

$$\Delta VC = 96 - 72 = 24 \text{ χρηματικές μονάδες}$$

22.α. Από τα δεδομένα της άσκησης προκύπτει ότι για τον υπολογισμό του μεταβλητού κόστους ο τύπος είναι $VC = W \cdot L + C \cdot Q$, ενώ το σταθερό κόστος είναι ίσο με 1.000 χρηματικές μονάδες. Αρχικά θα πρέπει να υπολογίσουμε τις παραγόμενες ποσότητες σε κάθε επίπεδο εργασίας, με τον τύπο του οριακού προϊόντος. Έτσι έχουμε:

$$MP_5 = \frac{\Delta Q}{\Delta L} \Rightarrow 4 = \frac{Q-0}{5-0} \Rightarrow Q = 20 \text{ μονάδες προϊόντος}$$

$$MP_{10} = \frac{\Delta Q}{\Delta L} \Rightarrow 10 = \frac{Q-20}{10-5} \Rightarrow Q = 70 \text{ μονάδες προϊόντος}$$

$$MP_{15} = \frac{\Delta Q}{\Delta L} \Rightarrow 12 = \frac{Q-70}{15-10} \Rightarrow Q = 130 \text{ μονάδες προϊόντος, κ.ο.κ.}$$

Προκύπτει ο πίνακας:

Ποσότητα Εργασίας (L)	Συνολικό Προϊόν (Q)	Οριακό Προϊόν (MP)
0	0	-
5	20	4
10	70	10
15	130	12
20	170	8
25	190	4

Για να υπολογίσουμε το μέσο μεταβλητό κόστος των 8 εργατών, θα πρέπει να υπολογίσουμε την ποσότητα που αντιστοιχεί σε αυτό το επίπεδο εργασίας, όπως και το μεταβλητό κόστος.

$$\text{Έτσι έχουμε: } MP_{10} = \frac{\Delta Q}{\Delta L} \Rightarrow 10 = \frac{70-Q}{10-8} \Rightarrow Q = 50 \text{ μονάδες προϊόντος και}$$

$$VC_{50} = W \cdot L + C \cdot Q = 100 \cdot 8 + 50 \cdot 50 = 3.300 \text{ χρηματικές μονάδες.}$$

$$AVC_{50} = \frac{VC}{Q} = \frac{3.300}{80} = 66 \text{ χρηματικές μονάδες}$$

β. Υπολογίζουμε, αρχικά, τους εργάτες που απασχολούνται στην παραγωγή των 154 μονάδων προϊόντος, προκειμένου να υπολογίσουμε το αντίστοιχο μεταβλητό κόστος.

$$MP_{20} = \frac{\Delta Q}{\Delta L} \Rightarrow 8 = \frac{170-154}{20-L} \Rightarrow L = 18 \text{ εργάτες}$$

$$VC_{154} = W \cdot L + C \cdot Q = 100 \cdot 18 + 50 \cdot 154 = 9.500 \text{ χρηματικές μονάδες και}$$

$$TC = FC + VC = 1.000 + 9.500 = 10.500 \text{ χρηματικές μονάδες}$$

$$\text{Επομένως, } ATC_{154} = \frac{TC}{Q} = \frac{10.500}{154} = 68,1 \text{ χρηματικές μονάδες}$$

γ. Για να υπολογίσουμε το μέσο μεταβλητό κόστος των 8 εργατών, θα πρέπει να υπολογίσουμε την ποσότητα που αντιστοιχεί σε αυτό το επίπεδο εργασίας. Έτσι έχουμε:

$$MP_{15} = \frac{\Delta Q}{\Delta L} \Rightarrow 12 = \frac{130-Q}{15-13} \Rightarrow Q = 106 \text{ μονάδες προϊόντος}$$

Το σταθερό κόστος είναι σε κάθε επίπεδο παραγωγής σταθερό και ίσο με 1.000 χρηματικές μονάδες. Έτσι έχουμε: $AFC_4 = \frac{FC}{Q} = \frac{1.000}{106} = 9,4 \text{ χρηματικές μονάδες}$

δ. Υπολογίζουμε την ποσότητα που παράγεται όταν απασχολούνται 4 και 21 εργάτες.

$$\text{Για } L = 4 \text{ εργάτες: } MP_5 = \frac{\Delta Q}{\Delta L} \Rightarrow 4 = \frac{20-Q}{5-4} \Rightarrow Q = 16 \text{ μονάδες προϊόντος}$$

$$\text{Για } L = 21 \text{ εργάτες: } MP_{25} = \frac{\Delta Q}{\Delta L} \Rightarrow 4 = \frac{Q-170}{21-20} \Rightarrow Q = 174 \text{ μονάδες προϊόντος}$$

Επομένως, το μεταβλητό κόστος θα είναι ίσο με:

$$VC_{16} = W \cdot L + C \cdot Q = 100 \cdot 4 + 50 \cdot 16 = 1.200 \text{ χρηματικές μονάδες}$$

$$VC_{174} = W \cdot L + C \cdot Q = 100 \cdot 21 + 50 \cdot 174 = 10.800 \text{ χρηματικές μονάδες}$$

$$\Delta VC = 10.800 - 1.200 = 9.600 \text{ χρηματικές μονάδες}$$

23.α. Από τα δεδομένα της άσκησης προκύπτει ότι:

$$FC = \text{ασφάλιστρα} + (P_{\Sigma\Sigma} \cdot Q_{\Sigma\Sigma}) = 460 + 3 \cdot 80 = 700 \text{ χρηματικές μονάδες}$$

Όταν απασχολούνται 30 εργάτες το μεταβλητό κόστος είναι ίσο με 750 χρηματικές μονάδες. Ο τύπος για τον υπολογισμό του μεταβλητού κόστους είναι $VC = W \cdot L$, επομένως υπολογίζουμε την αμοιβή του μεταβλητού συντελεστή, προκειμένου, στη συνέχεια, να υπολογίσουμε το μεταβλητό κόστος: $VC = W \cdot L \Rightarrow W = 750 : 30 = 25$ χρηματικές μονάδες.

Όταν η επιχείρηση δεν παράγει προϊόν ($Q = 0$), δεν απασχολούνται εργάτες ($L = 0$) και το μεταβλητό κόστος είναι ίσο με μηδέν.

$$AP_{10} = \frac{Q}{L} = \frac{20}{10} = 2 \text{ μονάδες προϊόντος}$$

$$VC_{10} = W \cdot L = 10 \cdot 25 = 250 \text{ χρηματικές μονάδες}$$

$$VC_{20} = W \cdot L = 20 \cdot 25 = 500 \text{ χρηματικές μονάδες}$$

Από τα δεδομένα της άσκησης γνωρίζουμε ότι $MP_{30} = 4$. Έτσι υπολογίζουμε την ποσότητα

$$\text{που παράγουν οι 20 εργάτες. } MP_{30} = \frac{\Delta Q}{\Delta L} \Rightarrow 4 = \frac{90-Q}{30-20} \Rightarrow Q = 50 \text{ μονάδες προϊόντος}$$

$$AP_{20} = \frac{Q}{L} = \frac{50}{20} = 2,5 \text{ μονάδες προϊόντος}$$

$$AP_{30} = \frac{Q}{L} = \frac{90}{30} = 3 \text{ μονάδες προϊόντος}$$

$$AP = \frac{Q}{L} \Rightarrow 3 = \frac{120}{L} \Rightarrow L = 40 \text{ εργάτες}$$

$$VC_{40} = W \cdot L = 40 \cdot 25 = 1.000 \text{ χρηματικές μονάδες}$$

$$AP = \frac{Q}{L} \Rightarrow 2,8 = \frac{140}{L} \Rightarrow L = 50 \text{ εργάτες}$$

$$VC_{50} = W \cdot L = 50 \cdot 25 = 1.250 \text{ χρηματικές μονάδες}$$

Ποσότητα Εργασίας (L)	Συνολικό Προϊόν (Q ή TP)	Μέσο Προϊόν (AP)	Μεταβλητό Κόστος (VC)
0	0	-	0
10	20	2	250
20	50	2,5	500
30	90	3	750
40	120	3	1.000
50	140	2,8	1.250

β. Για να εντοπίσουμε από ποιο επίπεδο εργασίας και μετά εμφανίζονται οι συνέπειες του Ν.Φ.Α., θα πρέπει να υπολογίσουμε το οριακό προϊόν σε κάθε επίπεδο εργασίας.

$$MP_{10} = \frac{\Delta Q}{\Delta L} = \frac{20-0}{10-0} = 2 \text{ μονάδες προϊόντος}$$

$$MP_{20} = \frac{\Delta Q}{\Delta L} = \frac{50-20}{20-10} = 3 \text{ μονάδες προϊόντος}$$

$$MP_{40} = \frac{\Delta Q}{\Delta L} = \frac{120-90}{40-30} = 3 \text{ μονάδες προϊόντος}$$

$$MP_{50} = \frac{\Delta Q}{\Delta L} = \frac{140-120}{50-40} = 2 \text{ μονάδες προϊόντος}$$

Οι συνέπειες του Ν.Φ.Α. εμφανίζονται μετά τους 30 εργάτες, αφού από εκείνο το σημείο και μετά η ίση διαδοχική προσθήκη εργατών αυξάνει το συνολικό προϊόν με φθίνοντα ρυθμό και το οριακό προϊόν μειώνεται.

γ. Πρέπει να υπολογίσουμε το μεταβλητό κόστος για $Q = 70$ μονάδες προϊόντος. Αφού ήδη έχουμε υπολογίσει το οριακό προϊόν σε κάθε επίπεδο, θα το χρησιμοποιήσουμε για να βρούμε τον αριθμό των εργατών που απασχολούνται: $MP_{30} = \frac{\Delta Q}{\Delta L} \Rightarrow 4 = \frac{90-70}{30-L} \Rightarrow L = 25$ εργάτες και $VC_{25} = W \cdot L = 25 \cdot 25 = 625$ χρηματικές μονάδες. Επομένως, $AVC_{25} = \frac{VC}{Q} = \frac{625}{70} = 8,9$ χρηματικές μονάδες.

δ. Όταν η επιχείρηση παράγει 10 μονάδες προϊόντος, απασχολεί: $MP_{10} = \frac{\Delta Q}{\Delta L} \Rightarrow 2 = \frac{10-0}{L-0} \Rightarrow L = 5$ εργάτες και $VC_5 = W \cdot L = 5 \cdot 25 = 125$ χρηματικές μονάδες.

Το κόστος αυξήθηκε κατά 1.000 μονάδες, επομένως είναι ίσο με 1.125 χρηματικές μονάδες. Το κόστος αυτό επιβαρύνει την επιχείρηση όταν παράγει ποσότητα μεταξύ 120 και 140 μονάδων προϊόντος. Υπολογίζουμε το οριακό κόστος σε αυτό το διάστημα, προκειμένου να υπολογίσουμε την παραγόμενη ποσότητα: $MC_{50} = \frac{\Delta VC}{\Delta Q} = \frac{1.250-1.000}{140-120} = 12,5$ χρηματικές μονάδες.

Επομένως, για $VC = 1.125$ χρηματικές μονάδες: $MC_{50} = \frac{\Delta VC}{\Delta Q} \Rightarrow 12,5 = \frac{1.125-1.000}{Q-120} \Rightarrow Q = 130$ μονάδες προϊόντος.

Η παραγωγή μεταβλήθηκε: $\Delta Q = 130 - 10 = 120$ μονάδες προϊόντος

ε. Υπολογίζουμε το συνολικό κόστος σε κάθε επίπεδο παραγωγής:

$$TC_0 = FC + VC = 700 + 0 = 700 \text{ χρηματικές μονάδες}$$

$$TC_{10} = FC + VC = 700 + 250 = 950 \text{ χρηματικές μονάδες}$$

$$TC_{20} = FC + VC = 700 + 500 = 1.200 \text{ χρηματικές μονάδες, κ.ο.κ.}$$

Ποσότητα Εργασίας (L)	Συνολικό Προϊόν (Q ή TP)	Μέσο Προϊόν (AP)	Μεταβλητό Κόστος (VC)	Συνολικό Κόστος (TC)
0	0	-	0	700

10	20	2	250	950
20	50	2,5	500	1.200
30	90	3	750	1.450
40	120	3	1.000	1.700
50	140	2,8	1.250	1.950

Υπολογίζουμε το οριακό κόστος όταν παράγονται 90 μονάδες προϊόντος, αφού το συνολικό κόστος είναι ίσο με 1.325 χρηματικές μονάδες μεταξύ 50 και 90 μονάδες προϊόντος:

$$MC_{90} = \frac{\Delta TC}{\Delta Q} = \frac{1.450 - 1.200}{90 - 50} = 6,25 \text{ χρηματικές μονάδες.}$$

Όταν το συνολικό κόστος είναι ίσο με 1.325 χρηματικές μονάδες, παράγονται: $MC_{90} = \frac{\Delta TC}{\Delta Q} \Rightarrow 6,25 = \frac{1.325 - 1.200}{Q - 50} \Rightarrow Q = 70$ μονάδες προϊόντος

Η επιχείρηση αυξάνει την παραγωγή κατά 80%: $Q' = 70 + \frac{80}{100} \cdot 70 = 126$ μονάδες προϊόντος, όπου το συνολικό κόστος είναι: $MC_{140} = \frac{\Delta TC}{\Delta Q} \Rightarrow 12,5 = \frac{TC - 1.700}{126 - 120} \Rightarrow TC = 1.775$ χρηματικές μονάδες.

Η μεταβολή του συνολικού κόστους είναι: $\Delta TC = 1.775 - 1.325 = 450$ χρηματικές μονάδες.

24. Σύμφωνα με τα δεδομένα της εκφώνησης, προκύπτει ο πίνακας παραγωγής και κόστους της επιχείρησης:

Ποσότητα Εργασίας (L)	Συνολικό Προϊόν (Q ή TP)	Μέσο Προϊόν (AP)	Οριακό Προϊόν (MP)	Μέσο Μεταβλητό Κόστος (AVC)	Μέσο Σταθερό Κόστος (AFC)	Οριακό Κόστος (MC)
20	300	15	20			
30	600			50		
40		max			43,75	
50						200

α. Για να υπολογίσουμε το συνολικό προϊόν των 50 εργατών πρέπει να υπολογίσουμε συνολικό προϊόν των 40 εργατών και το VC στους 40 και 50 εργάτες, προκειμένου να χρησιμοποιήσουμε το MC για να βρούμε την ποσότητα που παράγουν οι 50 εργάτες. Από την εκφώνηση γνωρίζουμε ότι το μέσο προϊόν είναι μέγιστο στους 40 εργάτες, συνεπώς είναι ίσο με το οριακό προϊόν. Ισχύει, λοιπόν: $AP_{\max} = MP \Rightarrow \frac{Q}{L} = \frac{\Delta Q}{\Delta L} \Rightarrow \frac{Q}{40} = \frac{Q - 600}{40 - 30} \Rightarrow Q = 800$ μονάδες προϊόντος

$$AVC_{600} = \frac{VC}{Q} \Rightarrow 50 = \frac{VC}{600} \Rightarrow VC_{600} = 30.000 \text{ χρηματικές μονάδες.}$$

Δεδομένου ότι έχουμε μοναδικό μεταβλητό συντελεστή την εργασία, υπολογίζουμε την αμοιβή της εργασίας: $VC = W \cdot L \Rightarrow 30.000 = W \cdot 30 \Rightarrow W = 1.000$ χρηματικές μονάδες

Επομένως, $VC_{40} = W \cdot L = 1.000 \cdot 40 = 40.000$ χρηματικές μονάδες και $VC_{50} = W \cdot L = 1.000 \cdot 50 = 50.000$ χρηματικές μονάδες

$$MC_{50} = \frac{\Delta VC}{\Delta Q} \Rightarrow 200 = \frac{50.000 - 40.000}{Q - 800} \Rightarrow Q = 850 \text{ μονάδες προϊόντος}$$

β. Υπολογίζουμε το σταθερό κόστος παραγωγής: $AFC = \frac{FC}{Q} \Rightarrow 43,75 = \frac{FC}{800} \Rightarrow FC = 35.000$ χρηματικές μονάδες

$$FC = P_{\Sigma\Sigma} \cdot Q_{\Sigma\Sigma} \Rightarrow 35.000 = 500 \cdot Q_{\Sigma\Sigma} \Rightarrow Q_{\Sigma\Sigma} = 70 \text{ μονάδες σταθερού συντελεστή}$$

γ. Για να εντοπίσουμε το επίπεδο εργασίας από το οποίο ξεκινά η ισχύς του Νόμου της Φθίνουσας Απόδοσης, θα πρέπει να υπολογίσουμε το οριακό προϊόν. Έτσι έχουμε:

$$MP_{30} = \frac{\Delta Q}{\Delta L} = \frac{600 - 300}{30 - 20} = 30 \text{ μονάδες προϊόντος}$$

$$MP_{40} = \frac{\Delta Q}{\Delta L} = \frac{800 - 600}{40 - 30} = 20 \text{ μονάδες προϊόντος}$$

$$MP_{50} = \frac{\Delta Q}{\Delta L} = \frac{850 - 800}{50 - 40} = 5 \text{ μονάδες προϊόντος}$$

Ποσότητα Εργασίας (L)	Συνολικό Προϊόν (Q ή TP)	Μέσο Προϊόν (AP)	Οριακό Προϊόν (MP)	Μέσο Μεταβλητό Κόστος (AVC)	Μέσο Σταθερό Κόστος (AFC)	Οριακό Κόστος (MC)
20	300	15	20			
30	600		30	50		
40	800	max	20		43,75	
50	850		5			200

Οι συνέπειες του Ν.Φ.Α. εμφανίζονται μετά τον 30^ο εργάτη, αφού ξεκινά να μειώνεται το οριακό προϊόν, με αποτέλεσμα να αυξάνεται το συνολικό προϊόν με φθίνοντα ρυθμό.

δ. Το συνολικό κόστος όταν απασχολούνται 22 εργάτες είναι ίσο με $TC = FC + (W \cdot L) = 35.000 + (1.000 \cdot 22) = 57.000$ χρηματικές μονάδες.

Το συνολικό κόστος όταν απασχολούνται 46 εργάτες είναι ίσο με $TC = FC + (W \cdot L) = 35.000 + (1.000 \cdot 46) = 81.000$ χρηματικές μονάδες.

Επομένως, η μεταβολή του συνολικού κόστους είναι: $\Delta TC = 81.000 - 57.000 = 24.000$ χρηματικές μονάδες.

ε. Υπολογίζουμε το συνολικό προϊόν που παράγουν οι 28 εργάτες: $MP_{30} = \frac{\Delta Q}{\Delta L} \Rightarrow 30 = \frac{600 - Q}{30 - 28} \Rightarrow Q = 540 \text{ μονάδες προϊόντος.}$

Το μεταβλητό κόστος παραγωγής είναι ίσο με: $VC = W \cdot L = 1.000 \cdot 28 = 28.000$ χρηματικές μονάδες. Το κόστος παραγωγής μετά την αύξηση κατά 25% είναι ίσο με: $28.000 + \frac{25}{100} \cdot 28.000 = 35.000$ χρηματικές μονάδες.

Για να υπολογίσουμε την μεταβολή της παραγωγής, θα πρέπει να υπολογίζουμε το συνολικό προϊόν που αντιστοιχεί σε μεταβλητό κόστος ίσο με 35.000 χρηματικές μονάδες. Αρχικά Υπολογίζουμε το μεταβλητό κόστος σε κάθε επίπεδο παραγωγής:

$$VC = W \cdot L = 1.000 \cdot 20 = 20.000 \text{ χρηματικές μονάδες}$$

$$VC = W \cdot L = 1.000 \cdot 30 = 30.000 \text{ χρηματικές μονάδες}$$

$$VC = W \cdot L = 1.000 \cdot 40 = 40.000 \text{ χρηματικές μονάδες}$$

$$VC = W \cdot L = 1.000 \cdot 50 = 50.000 \text{ χρηματικές μονάδες}$$

Ποσότητα Εργασίας (L)	Συνολικό Προϊόν (Q ή TP)	Μέσο Προϊόν (AP)	Οριακό Προϊόν (MP)	Μέσο Μεταβλητό Κόστος (AVC)	Μέσο Σταθερό Κόστος (AFC)	Οριακό Κόστος (MC)	Συνολικό Κόστος (VC)
20	300	15	20				20.000
30	600		30	50			30.000
40	800	max	20		43,75		40.000
50	850		5			200	50.000

Υπολογίζουμε το οριακό κόστος για την παραγωγή των 800 μονάδων προϊόντος, ώστε να υπολογίσουμε την ποσότητα που αντιστοιχεί σε κόστος ίσο με 35.000 χρηματικές μονάδες:

$$MC_{40} = \frac{\Delta VC}{\Delta Q} = \frac{40.000 - 30.000}{800 - 600} = 50 \text{ χρηματικές μονάδες}$$

$$MC_{40} = \frac{\Delta VC}{\Delta Q} \Rightarrow 50 = \frac{35.000 - 30.000}{Q - 600} \Rightarrow Q = 700 \text{ μονάδες προϊόντος.}$$

Έτσι, η παραγωγή μεταβλήθηκε: $\Delta Q = 700 - 540 = 160$ μονάδες προϊόντος.

25. Σύμφωνα με τα δεδομένα της εκφώνησης, προκύπτει ο παρακάτω πίνακας κόστους:

Συνολικό Προϊόν (Q ή TP)	Οριακό Κόστος (MC)	Μέσο Μεταβλητό Κόστος (AVC)	Μέσο Σταθερό Κόστος (AFC)	Μέσο Συνολικό Κόστος (ATC)
3	33			
4	53	$AVC_3 + 5$		
5			12	57

Για να υπολογίσουμε το κόστος των 4,5 μονάδων παραγωγής, χρειαζόμαστε το οριακό κόστος παραγωγής των 5 μονάδων προϊόντος. Θα πρέπει, λοιπόν, να υπολογίσουμε το μεταβλητό κόστος στις 4 και 5 μονάδες παραγωγής, προκειμένου να υπολογίσουμε το οριακό κόστος. Έτσι έχουμε:

$$AVC_3 = \frac{VC}{Q} \Rightarrow VC_3 = AVC_3 \cdot Q_3 \Rightarrow VC_3 = 3 \cdot AVC_3 \quad (1)$$

$$AVC_4 = \frac{VC}{Q} \Rightarrow VC_4 = AVC_4 \cdot Q_4 \Rightarrow VC_4 = 4 \cdot AVC_4 \Rightarrow VC_4 = 4 \cdot (AVC_3 + 5) \Rightarrow VC_4 = 4 \cdot AVC_3 + 20 \quad (2)$$

$$\text{Από (1) και (2) έχουμε: } MC_4 = \frac{\Delta VC}{\Delta Q} \Rightarrow 53 = \frac{VC_4 - VC_3}{4 - 3} \Rightarrow 53 = 4 \cdot AVC_3 + 20 - 3 \cdot AVC_3 \Rightarrow AVC_3 = 33 \text{ χρηματικές μονάδες και } AVC_4 = 38 \text{ χρηματικές μονάδες}$$

Επομένως: $VC_3 = 3 \cdot AVC_3 = 99$ χρηματικές μονάδες και $VC_4 = 4 \cdot AVC_4 = 152$ χρηματικές μονάδες.

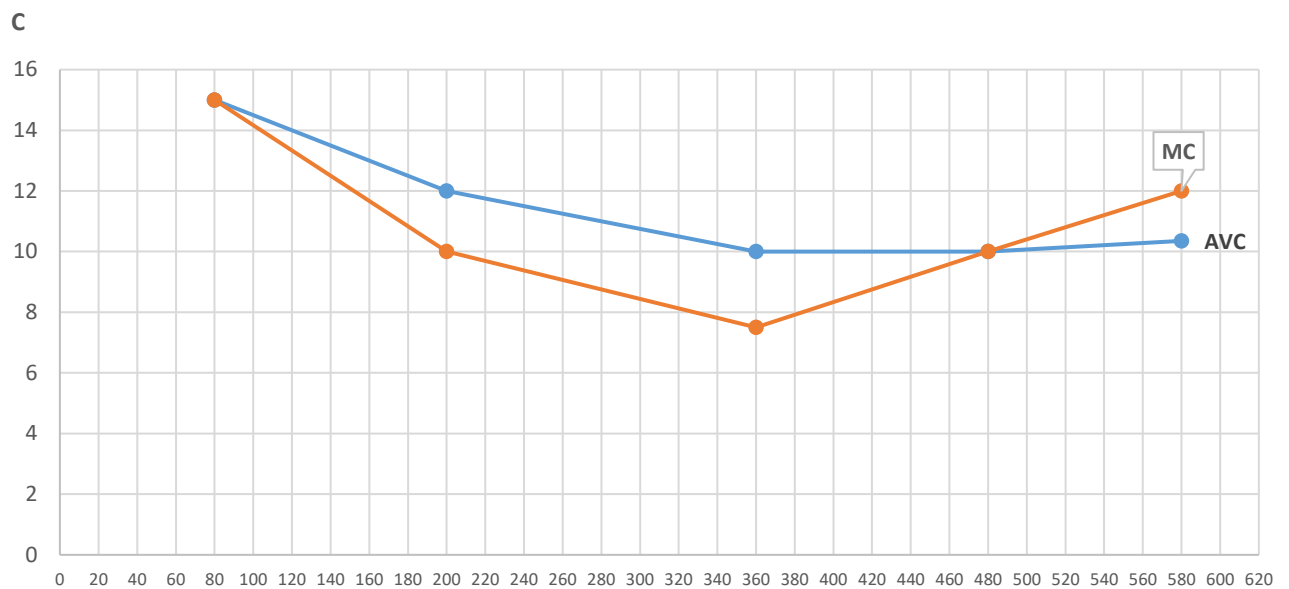
$$ATC_5 = AFC + AVC_5 \Rightarrow AVC_5 = 57 - 12 = 45 \text{ χρηματικές μονάδες}$$

$$\text{Έτσι έχουμε: } AFC = \frac{FC}{Q} \Rightarrow FC = 60 \text{ χρηματικές μονάδες } AVC_5 = \frac{VC}{Q} \Rightarrow VC_5 = AVC_5 \cdot Q_5 \Rightarrow VC_5 = 45 \cdot 5 \Rightarrow VC_5 = 225 \text{ χρηματικές μονάδες.}$$

$$MC_5 = \frac{\Delta VC}{\Delta Q} = \frac{225 - 152}{5 - 4} = 73 \text{ χρηματικές μονάδες}$$

$$\text{Για τις 4,5 μονάδες προϊόντος το μεταβλητό κόστος θα είναι: } MC_5 = \frac{\Delta VC}{\Delta Q} \Rightarrow 73 = \frac{225 - VC}{5 - 4,5} \Rightarrow VC = 188,5 \text{ χρηματικές μονάδες. Το συνολικό κόστος παραγωγής θα είναι ίσο με: } TC = FC + VC = 188,5 + 60 = 248,5 \text{ χρηματικές μονάδες.}$$

26. α. Το οριακό κόστος μεταβάλλεται ως μέγεθος πιο έντονα από το μέσο μεταβλητό κόστος γιατί δεν επηρεάζεται, όπως το μέσο, από τις προηγούμενες μεταβολές του κόστους παραγωγής.



Q

β. Για να υπολογίσουμε το συνολικό κόστος παραγωγής σε κάθε επίπεδο θα πρέπει να κατασκευάσουμε τον πίνακα κόστους της επιχείρησης. Από το διάγραμμα και τα δεδομένα της εκφώνησης, προκύπτει το σταθερό κόστος και ο υπολογισμός του μεταβλητού κόστους με τον τύπο $VC = W \cdot L$. Για να υπολογίσουμε την αμοιβή της εργασίας έχουμε: $AVC_{80} = \frac{VC}{Q} \Rightarrow VC_{80} = 15 \cdot 80 = 1.200$ χρηματικές μονάδες. Επομένως, $VC_{80} = W \cdot L \Rightarrow W = 1.200$ χρηματικές μονάδες. Το συνολικό κόστος παραγωγής προκύπτει από τον τύπο $TC = FC + VC$ σε κάθε επίπεδο παραγωγής:

$$TC_{80} = FC + VC_{80} = 1.000 + 1.200 = 2.200 \text{ χρηματικές μονάδες}$$

$$TC_{200} = FC + VC_{200} = 1.000 + 2.400 = 3.400 \text{ χρηματικές μονάδες, κ.ο.κ.}$$

Προκύπτει ο παρακάτω πίνακας κόστους:

Ποσότητα Εργασίας (L)	Συνολικό Προϊόν (Q ή TP)	Οριακό Κόστος (MC)	Σταθερό Κόστος (FC)	Μεταβλητό Κόστος (VC)	Μέσο Μεταβλητό Κόστος (AVC)	Συνολικό Κόστος (TC)
1	80	15	1.000	1.200	15	2.200
2	200	10	1.000	2.400		3.400
3	360	7,5	1.000	3.600		4.600
4	480	10	1.000	5.800		5.800

5	580	12	1.000	7.000		7.000
---	-----	----	-------	-------	--	--------------

γ. Ο Ν.Φ.Α. ισχύει, αφού η επιχείρηση λειτουργεί στη βραχυχρόνια περίοδο παραγωγής και μεταβάλλονται οι αναλογίες που υπάρχουν κάθε φορά ανάμεσα στους μεταβλητούς και τους σταθερούς συντελεστές.

Για να προσδιορίσουμε από ποιο επίπεδο εργασίας και μετά ισχύει, θα πρέπει να υπολογίσουμε το οριακό προϊόν σε κάθε επίπεδο παραγωγής. Έτσι έχουμε:

$$MP_1 = \frac{\Delta Q}{\Delta L} = \frac{80-0}{1-0} = 80 \text{ μονάδες προϊόντος}$$

$$MP_2 = \frac{\Delta Q}{\Delta L} = \frac{200-80}{2-1} = 120 \text{ μονάδες προϊόντος}$$

$$MP_3 = \frac{\Delta Q}{\Delta L} = \frac{360-200}{3-2} = 160 \text{ μονάδες προϊόντος, κ.ο.κ.}$$

Ποσότητα Εργασίας (L)	Συνολικό Προϊόν (Q ή TP)	Οριακό Κόστος (MC)	Σταθερό Κόστος (FC)	Μεταβλητό Κόστος (VC)	Οριακό Προϊόν (MP)
1	80	15	1.000	1.200	80
2	200	10	1.000	2.400	120
3	360	7,5	1.000	3.600	160
4	480	10	1.000	5.800	120
5	580	12	1.000	7.000	100

Ο Ν.Φ.Α. ξεκινά να ισχύει με την προσθήκη του 4^{ου} εργάτη, αφού τότε το οριακό προϊόν μειώνεται για πρώτη φορά και το συνολικό προϊόν αυξάνεται με φθίνοντα ρυθμό.

δ. Υπολογίζουμε το μεταβλητό κόστος για Q = 400 μονάδες προϊόντος με τον τύπο του οριακού κόστους: $MC_{480} = \frac{\Delta VC}{\Delta Q} \Rightarrow 10 = \frac{VC-3.600}{400-360} \Rightarrow VC = 4.000$ χρηματικές μονάδες. Το σταθερό κόστος είναι ίσο με 1.000 χρηματικές μονάδες, επομένως το συνολικό κόστος παραγωγής των 400 μονάδων προϊόντος θα είναι ίσο με: $TC = VC + FC = 4.000 + 1.000 = 5.000$ χρηματικές μονάδες.

Το ποσοστό συμμετοχής του μεταβλητού κόστους στο συνολικό κόστος είναι: $\frac{4.000}{5.000} \cdot 100 = 80\%$

Το ποσοστό συμμετοχής του σταθερού κόστους στο συνολικό κόστος είναι: $\frac{1.000}{5.000} \cdot 100 = 20\%$

ε. Σύμφωνα με τον πίνακα του β ερωτήματος, υπολογίζουμε το συνολικό κόστος των 320 μονάδων προϊόντος: $MC_{360} = \frac{\Delta TC}{\Delta Q} \Rightarrow 7,5 = \frac{TC-3.400}{320-200} \Rightarrow TC = 4.300$ χρηματικές μονάδες

Η επιχείρηση θέλει να μειώσει το συνολικό κόστος κατά 300 χρηματικές μονάδες, επομένως το συνολικό κόστος θα είναι ίσο με: $4.300 - 300 = 4.000$ χρηματικές μονάδες, στο οποίο αντιστοιχούν: $MC_{360} = \frac{\Delta TC}{\Delta Q} \Rightarrow 7,5 = \frac{4.000 - 3.400}{Q - 200} \Rightarrow Q = 280$ μονάδες προϊόντος.

Η ποσοστιαία μεταβολή του συνολικού προϊόντος είναι ίση με: $\Delta Q\% = MC_{360} = \frac{280 - 320}{320} \cdot 100 = -12,5\%$

27. Σύμφωνα με τα δεδομένα της άσκησης, από τον τύπο του TC που δίνεται γνωρίζουμε ότι το σταθερό κόστος είναι ίσο με 1.000 χρηματικές μονάδες.

Για να προσδιορίσουμε από ποιο επίπεδο εργασίας και μετά ισχύει, θα πρέπει να υπολογίσουμε το οριακό προϊόν σε κάθε επίπεδο παραγωγής. Έτσι έχουμε:

$$MP_4 = \frac{\Delta Q}{\Delta L} = \frac{40 - 0}{4 - 0} = 10 \text{ μονάδες προϊόντος}$$

$$MP_8 = \frac{\Delta Q}{\Delta L} = \frac{120 - 40}{8 - 4} = 20 \text{ μονάδες προϊόντος}$$

$$MP_{12} = \frac{\Delta Q}{\Delta L} = \frac{160 - 120}{12 - 8} = 10 \text{ μονάδες προϊόντος}$$

$$MP_{16} = \frac{\Delta Q}{\Delta L} = \frac{180 - 160}{16 - 12} = 5 \text{ μονάδες προϊόντος}$$

Οι συνέπειες του Ν.Φ.Α. εμφανίζονται μετά τον 8^ο εργάτη, καθώς το οριακό προϊόν ξεκινά να μειώνεται και το συνολικό προϊόν αυξάνεται με φθίνοντα ρυθμό.

Ο Νόμος της Φθίνουσας ή μη ανάλογης Απόδοσης δηλώνει ότι στη βραχυχρόνια περίοδο παραγωγής, δηλαδή στην περίοδο που υπάρχει ένας τουλάχιστον σταθερός συντελεστής παραγωγής, υπάρχει ένα σημείο μέχρι το οποίο η διαδοχική προσθήκη ίσων μονάδων του μεταβλητού συντελεστή δίνει συνεχώς μεγαλύτερες αυξήσεις στο συνολικό προϊόν. Πέρα από το σημείο αυτό κάθε διαδοχική ίση αύξηση του μεταβλητού συντελεστή θα δίνει όλο και μικρότερες αυξήσεις στο συνολικό προϊόν, δηλαδή το οριακό προϊόν του μεταβλητού συντελεστή αρχικά αυξάνεται και μετά μειώνεται.

β. Για να υπολογίσουμε την δαπάνη για εργασία θα πρέπει να γνωρίζουμε το ύψος της αμοιβής ανά εργάτη (W). Θα υπολογίσουμε το μεταβλητό κόστος στους 4 εργάτες και λύνοντας ένα σύστημα με δύο αγνώστους θα βρούμε την αμοιβή της εργασίας και το κόστος των πρώτων υλών ανά μονάδα προϊόντος. Έτσι έχουμε:

$$TC_{40} = FC + VC_{40} \Rightarrow VC_{40} = 3.800 - 1.000 = 2.800 \text{ χρηματικές μονάδες}$$

$$VC_{120} = W \cdot L + C \cdot Q \Rightarrow 7.600 = W \cdot 8 + C \cdot 120 \text{ (1) και}$$

$$VC_{40} = W \cdot L + C \cdot Q \Rightarrow 2.800 = W \cdot 4 + C \cdot 40 \text{ (2)}$$

Πολλαπλασιάζοντας την σχέση (2) με το -2, προκύπτει:

$$7.600 = W \cdot 8 + C \cdot 120 \text{ (1)}$$

$$(-) 5.600 = W \cdot 8 + C \cdot 80 \text{ (3)}$$

Αφαιρώντας την (1) με την (3) έχουμε: $2.000 = 40 \cdot C \Rightarrow C = 50$ χρηματικές μονάδες ανά μονάδα προϊόντος και από την (1) έχουμε: $7.600 = W \cdot 8 + 50 \cdot 120 \Rightarrow W = 200$ χρηματικές μονάδες ανά εργαζόμενο.

Προκειμένου να υπολογίσουμε την δαπάνη για εργασία στα επίπεδα παραγωγής 20 και 80 μονάδων προϊόντος, θα πρέπει να υπολογίσουμε τους εργάτες που απασχολούνται.

Για $Q = 20$: $MP_4 = \frac{\Delta Q}{\Delta L} \Rightarrow 10 = \frac{20-0}{L-0} \Rightarrow L = 2$ εργάτες και κόστος εργασίας $= W \cdot L = 2 \cdot 200 = 400$ χρηματικές μονάδες

Για $Q = 80$: $MP_8 = \frac{\Delta Q}{\Delta L} \Rightarrow 20 = \frac{80-40}{L-4} \Rightarrow L = 6$ εργάτες και κόστος εργασίας $= W \cdot L = 6 \cdot 200 = 1.200$ χρηματικές μονάδες

Επομένως, η μεταβολή της δαπάνης για εργασία θα είναι ίση με $1.200 - 400 = 800$ χρηματικές μονάδες.

γ. Αρχικά θα πρέπει να υπολογίσουμε το συνολικό προϊόν που αντιστοιχεί στους 10 εργάτες:

$MP_{12} = \frac{\Delta Q}{\Delta L} \Rightarrow 10 = \frac{Q-120}{10-8} \Rightarrow Q = 140$ μονάδες προϊόντος

Δαπάνη για εργασία $= W \cdot L = 200 \cdot 10 = 2.000$ χρηματικές μονάδες

Δαπάνη για πρώτες ύλες $= C \cdot Q = 50 \cdot 140 = 7.000$ χρηματικές μονάδες

Το συνολικό προϊόν αυξάνεται κατά 25%: $Q' = 140 + \frac{25}{100} \cdot 140 = 175$ μονάδες προϊόντος

Όταν παράγονται 175 μονάδες προϊόντος, απαιτούνται: $MP_{16} = \frac{\Delta Q}{\Delta L} \Rightarrow 5 = \frac{180-175}{16-L} \Rightarrow L = 15$ εργάτες

Δαπάνη για εργασία $= W \cdot L = 200 \cdot 15 = 3.000$ χρηματικές μονάδες

Δαπάνη για πρώτες ύλες $= C \cdot Q = 50 \cdot 175 = 8.750$ χρηματικές μονάδες

Επομένως, η μεταβολή της δαπάνης για εργασία είναι ίση με: $3.000 - 2.000 = 1.000$ χρηματικές μονάδες και η μεταβολή της δαπάνης για πρώτες ύλες είναι ίση με: $8.750 - 7.000 = 1.750$ χρηματικές μονάδες.

δ. Για την διευκόλυνση των πράξεων θα συμπληρώσουμε τα κενά του πίνακα.

$VC_0 = 0$ χρηματικές μονάδες και $TC = FC = 1.000$ χρηματικές μονάδες

$VC_{40} = W \cdot L + C \cdot Q = 200 \cdot 4 + 50 \cdot 40 = 2.800$ χρηματικές μονάδες

$TC_{120} = FC + VC = 1.000 + 7.600 = 8.600$ χρηματικές μονάδες

$VC_{160} = W \cdot L + C \cdot Q = 200 \cdot 12 + 50 \cdot 160 = 10.400$ χρηματικές μονάδες και $TC = FC + VC = 1.000 + 10.400 = 11.400$ χρηματικές μονάδες

$VC_{180} = W \cdot L + C \cdot Q = 200 \cdot 16 + 50 \cdot 180 = 12.200$ χρηματικές μονάδες και $TC = FC + VC = 1.000 + 12.200 = 13.200$ χρηματικές μονάδες

Ποσότητα Εργασίας (L)	Συνολικό Προϊόν (Q ή TP)	Μεταβλητό Κόστος (VC)	Συνολικό Κόστος (TC)
0	0	0	1.000
4	40	2.800	3.800
8	120	7.600	8.600
12	160	10.400	11.400
16	180	12.200	13.200

Υπολογίζουμε το συνολικό προϊόν, όταν το συνολικό κόστος είναι 3.100 χρηματικές μονάδες, αφού πρώτα υπολογίσουμε το οριακό κόστος.

$$MC_{40} = \frac{\Delta TC}{\Delta Q} = \frac{3.800 - 1.000}{40 - 0} = 70 \text{ χρηματικές μονάδες}$$

$$MC_{40} = \frac{\Delta TC}{\Delta Q} \Rightarrow 70 = \frac{3.800 - 3.100}{40 - Q} \Rightarrow Q = 30 \text{ μονάδες προϊόντος}$$

Το κόστος παραγωγής αυξάνεται κατά 4.300 χρηματικές μονάδες και είναι ίσο με: $3.100 + 4.300 = 7.400$ χρηματικές μονάδες.

Υπολογίζουμε το συνολικό προϊόν, όταν το συνολικό κόστος είναι 7.400 χρηματικές μονάδες, αφού πρώτα υπολογίσουμε το οριακό κόστος.

$$MC_{120} = \frac{\Delta TC}{\Delta Q} = \frac{8.600 - 3.800}{120 - 40} = 60 \text{ χρηματικές μονάδες}$$

$$MC_{120} = \frac{\Delta TC}{\Delta Q} \Rightarrow 60 = \frac{7.400 - 3.800}{Q - 40} \Rightarrow Q = 100 \text{ μονάδες προϊόντος}$$

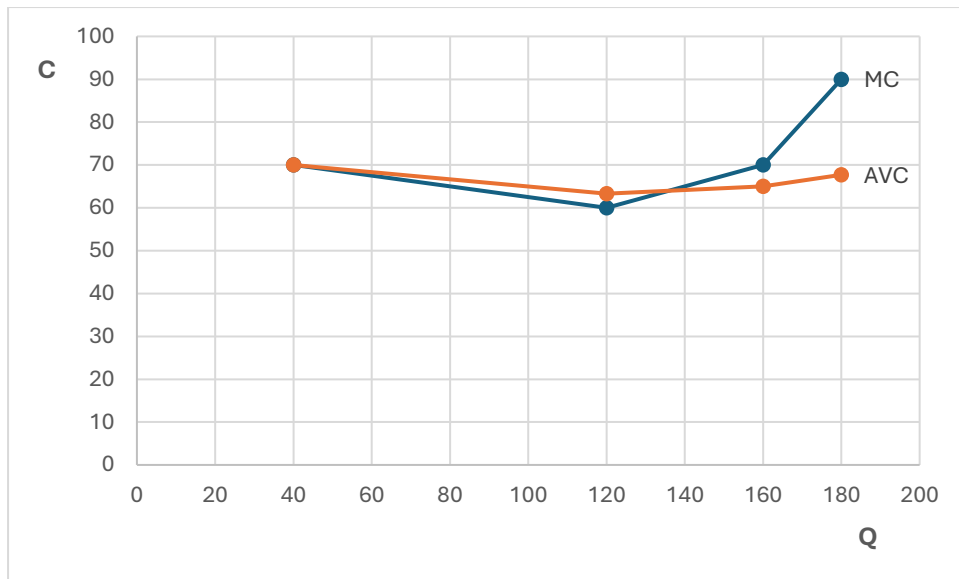
Συνεπώς, το συνολικό προϊόν αυξήθηκε από 30 σε 100 μονάδες προϊόντος.

$$\text{Για } Q = 30: MP_4 = \frac{\Delta Q}{\Delta L} \Rightarrow 10 = \frac{30 - 0}{L - 0} \Rightarrow L = 3 \text{ εργάτες}$$

$$\text{Για } Q = 100: MP_8 = \frac{\Delta Q}{\Delta L} \Rightarrow 20 = \frac{100 - 40}{L - 4} \Rightarrow L = 7 \text{ εργάτες}$$

Επομένως, η μεταβολή στον αριθμό των εργατών θα είναι ίση με $7 - 3 = 4$ εργάτες.

ε. Το οριακό κόστος μεταβάλλεται ως μέγεθος πιο έντονα από το μέσο μεταβλητό κόστος γιατί δεν επηρεάζεται, όπως το μέσο, από τις προηγούμενες μεταβολές του κόστους παραγωγής.



28. Κατασκευάζουμε τον πίνακα κόστους της επιχείρησης, σύμφωνα με τα δεδομένα:

L	Q	TC	ATC
4	10	400	
8	20		30

α. Για να υπολογίσουμε την αμοιβή της εργασίας θα πρέπει να γνωρίζουμε το μεταβλητό κόστος, το οποίο θα υπολογίσουμε με τη βοήθεια του σταθερού και συνολικού κόστους.

$$ATC_{20} = \frac{TC}{Q} \Rightarrow 30 = \frac{TC}{20} \Rightarrow TC_{20} = 600 \text{ χρηματικές μονάδες}$$

$$TC_{20} = FC + W \cdot L \Rightarrow 600 = FC + W \cdot 8 \quad (1)$$

$$TC_{10} = FC + W \cdot L \Rightarrow 400 = FC + W \cdot 4 \quad (2)$$

Αφαιρώντας κατά μέλη την (1) και (2) προκύπτει: $200 = W \cdot 4 \Rightarrow W = 50$ χρηματικές μονάδες

β. $TC_{10} = FC + VC \Rightarrow FC = 400 - 50 \cdot 4 = 200$ χρηματικές μονάδες

γ. $FC = P_{\Sigma\Sigma} \cdot Q_{\Sigma\Sigma} \Rightarrow 200 = P_{\Sigma\Sigma} \cdot 10 \Rightarrow P_{\Sigma\Sigma} = 20$ χρηματικές μονάδες

29. Σύμφωνα με τα δεδομένα της άσκησης προκύπτει ο παρακάτω πίνακας:

Q	AVC	TC	ATC	MC
Q ₁	80	TC ₁	100	
Q ₂ = Q ₁ + 20	50	TC ₁ + 400		
Q ₃ = Q ₂ + 10			56	

α. Για να υπολογίσουμε το μέσο σταθερό κόστος, θα πρέπει να υπολογίσουμε το σταθερό κόστος και το συνολικό προϊόν σε κάθε επίπεδο παραγωγής.

Γνωρίζοντας από την εκφώνηση ότι $\Delta Q = 20$ μονάδες προϊόντος και $\Delta TC = 400$ χρηματικές μονάδες (μεταξύ του 1^{ου} και 2^{ου} επιπέδου παραγωγής), μπορούμε να υπολογίσουμε το οριακό

κόστος: $MC = \frac{\Delta TC}{\Delta Q} = \frac{400}{20} = 20$ χρηματικές μονάδες

Έτσι έχουμε τις εξής σχέσεις:

$$MC = \frac{\Delta VC}{\Delta Q} = \frac{VC_2 - VC_1}{Q_1 + 20 - Q_1} \Rightarrow 20 = \frac{VC_2 - VC_1}{20} \Rightarrow 400 = VC_2 - VC_1 \quad (1)$$

$$AVC_1 = \frac{VC_1}{Q_1} \Rightarrow VC_1 = 80 \cdot Q_1 \quad (2) \text{ και } AVC_2 = \frac{VC_2}{Q_1 + 20} \Rightarrow VC_2 = 50 \cdot Q_1 + 1.000 \quad (3)$$

Από την (1), (2) και (3) έχουμε: $400 = 50 \cdot Q_1 + 1.000 - 80 \cdot Q_1 \Rightarrow Q_1 = 20$ μονάδες προϊόντος

Επομένως, $Q_2 = Q_1 + 20 = 20 + 20 = 40$ μονάδες προϊόντος και $Q_3 = Q_2 + 10 = 40 + 10 = 50$ μονάδες προϊόντος.

Από (2) έχουμε $VC_1 = 80 \cdot Q_1 = 1.600$ χρηματικές μονάδες και από (3) έχουμε $VC_2 = 50 \cdot Q_1 + 1.000 = 2.000$ χρηματικές μονάδες.

$$\text{Επίσης, } ATC_{20} = \frac{TC}{Q} \Rightarrow TC_{20} = 100 \cdot 20 = 2.000 \text{ χρηματικές μονάδες}$$

$$\text{Συνεπώς, } TC_{20} = FC + VC_{20} \Rightarrow FC = 2.000 - 1.600 = 400 \text{ χρηματικές μονάδες.}$$

$$\text{Έτσι έχουμε: } AFC_{20} = \frac{FC}{Q} = \frac{400}{20} = 20 \text{ χρηματικές μονάδες}$$

$$AFC_{40} = \frac{FC}{Q} = \frac{400}{40} = 10 \text{ χρηματικές μονάδες}$$

$$AFC_{50} = \frac{FC}{Q} = \frac{400}{50} = 8 \text{ χρηματικές μονάδες}$$

β. Το μεταβλητό κόστος για την παραγωγή 20 και 40 μονάδων προϊόντος έχει υπολογιστεί στο α ερώτημα. Για την παραγωγή των 50 μονάδων προϊόντος το κόστος είναι: $ATC_{50} = \frac{TC}{Q} \Rightarrow TC_{50} = 56 \cdot 50 = 2.800$ χρηματικές μονάδες και $TC_{50} = FC + VC_{50} \Rightarrow VC = 2.800 - 400 = 2.400$ χρηματικές μονάδες.

Συμπληρωμένος ο πίνακας κόστους της επιχείρησης θα είναι:

Q	AVC	TC	ATC	MC	FC	VC
20	80	2.000	100	-	400	1.600
40	50	2.400		20	400	2.000
50		2.800	56		400	2.400

γ. Όταν το συνολικό κόστος είναι ίσο με 2.480 χρηματικές μονάδες, η επιχείρηση παράγει μεταξύ 40 και 50 μονάδων προϊόντος. Υπολογίζουμε το οριακό κόστος παραγωγής σε αυτό το σημείο προκειμένου να υπολογίσουμε τις μεταβολές που έγιναν.

$$MC_{50} = \frac{\Delta TC}{\Delta Q} = \frac{2.800 - 2.400}{50 - 40} = \frac{400}{10} = 40 \text{ χρηματικές μονάδες.}$$

$$\text{Για } TC = 2.480 \text{ χρηματικές μονάδες το συνολικό προϊόν είναι: } MC_{50} = \frac{\Delta TC}{\Delta Q} \Rightarrow$$

$$40 = \frac{2.480 - 2.400}{Q - 40} \Rightarrow Q = 42 \text{ μονάδες προϊόντος}$$

Το συνολικό προϊόν μειώνεται κατά 50%, με αποτέλεσμα να είναι ίσο με

$$42 - \frac{50}{100} \cdot 42 = 21 \text{ μονάδες προϊόντος.}$$

Για $Q = 21$ μονάδες προϊόντος το συνολικό κόστος είναι: $MC_{40} = \frac{\Delta TC}{\Delta Q} \Rightarrow 20 = \frac{TC - 2.000}{21 - 20} \Rightarrow$

$TC = 2.020$ χρηματικές μονάδες

Το κόστος θα πρέπει να μειωθεί: $\Delta TC = 2.020 - 2.480 = -460$ χρηματικές μονάδες

δ. Για $Q = 25$ μονάδες προϊόντος το μεταβλητό κόστος είναι: $MC_{40} = \frac{\Delta VC}{\Delta Q} \Rightarrow 20 = \frac{VC - 1.600}{25 - 20}$

$\Rightarrow VC_{25} = 1.700$ χρηματικές μονάδες

Η παραγωγή θα διπλασιαστεί, επομένως θα είναι ίση με $25 \cdot 2 = 50$ μονάδες προϊόντος.

Για $Q = 50$ μονάδες προϊόντος το μεταβλητό κόστος είναι ίσο με 2.400 χρηματικές μονάδες. Επομένως, η ποσοστιαία μεταβολή θα είναι: $\Delta VC\% = \frac{2.400 - 1.700}{1.700} \cdot 100 = 41,18\%$

30. Σύμφωνα με τα δεδομένα της άσκησης προκύπτει ο παρακάτω πίνακας:

Q	AVC	AFC	MC
20	10	20	-
	14		18
$Q_2 + 10$			30

α. Για να υπολογίσουμε την μεταβολή της παραγωγής θα πρέπει να υπολογίσουμε το συνολικό προϊόν και το μεταβλητό κόστος σε κάθε επίπεδο παραγωγής.

$AVC_{20} = \frac{VC}{Q} \Rightarrow 10 = \frac{VC}{20} \Rightarrow VC_{20} = 200$ χρηματικές μονάδες

$AVC_2 = \frac{VC}{Q} \Rightarrow 14 = \frac{VC}{Q} \Rightarrow VC_2 = 14 \cdot Q$ (1) και $MC_2 = \frac{\Delta VC}{\Delta Q} \Rightarrow 18 = \frac{VC - 200}{Q - 20} \Rightarrow (1) 18 = \frac{14 \cdot Q - 200}{Q - 20}$

$= Q_2 = 40$ μονάδες προϊόντος, $Q_3 = Q_2 + 10 = 40 + 10 = 50$ μονάδες προϊόντος και από την σχέση (1) $\Rightarrow VC_2 = 14 \cdot 40 = 560$ χρηματικές μονάδες

$MC_{50} = \frac{\Delta VC}{\Delta Q} \Rightarrow 30 = \frac{VC - 560}{50 - 40} \Rightarrow VC = 860$ χρηματικές μονάδες

Ο πίνακας κόστους θα είναι:

Q	AVC	AFC	MC	VC
20	10	20	-	200
40	14		18	560
50			30	860

Για $VC = 488$: $MC_{40} = \frac{\Delta VC}{\Delta Q} \Rightarrow 18 = \frac{488 - 200}{Q - 20} \Rightarrow Q = 36$ μονάδες προϊόντος

Για $VC = 650$: $MC_{50} = \frac{\Delta VC}{\Delta Q} \Rightarrow 30 = \frac{650 - 560}{Q - 40} \Rightarrow Q = 43$ μονάδες προϊόντος

Η μεταβολή του συνολικού προϊόντος είναι: $\Delta Q = 43 - 36 = 7$ μονάδες προϊόντος

β. Για $Q = 42$: $MC_{50} = \frac{\Delta VC}{\Delta Q} \Rightarrow 30 = \frac{VC - 560}{42 - 40} \Rightarrow VC = 620$ χρηματικές μονάδες

Η παραγωγή μειώνεται κατά 20 μονάδες, οπότε για $Q = 22$: $MC_{40} = \frac{\Delta VC}{\Delta Q} \Rightarrow 18 = \frac{VC - 200}{22 - 20} \Rightarrow$

$VC = 236$ μονάδες προϊόντος

Το κόστος παραγωγής θα μειωθεί κατά: $\Delta VC = 236 - 620 = -384$ χρηματικές μονάδες

(Ως κόστος παραγωγής συνηθίζεται να θεωρούμε το συνολικό κόστος. Στην περίπτωση της μεταβολής του κόστους παραγωγής, το αποτέλεσμα θα είναι ίδιο είτε υπολογίσουμε την μεταβολή του μεταβλητού κόστους, είτε τη μεταβολή του συνολικού κόστους).

γ. Υπολογίζουμε το σταθερό κόστος, ώστε να υπολογίσουμε το συνολικό κόστος παραγωγής σε κάθε επίπεδο.

$$AFC_{20} = \frac{FC}{Q} \Rightarrow 20 = \frac{FC}{20} \Rightarrow FC = 400 \text{ χρηματικές μονάδες}$$

$$\text{Επομένως, } TC_{20} = FC + VC_{20} = 400 + 200 = 600 \text{ χρηματικές μονάδες}$$

$$TC_{40} = FC + VC_{40} = 400 + 560 = 960 \text{ χρηματικές μονάδες}$$

$$TC_{50} = FC + VC_{50} = 400 + 860 = 1.260 \text{ χρηματικές μονάδες}$$

$$\text{Για } Q = 30: MC_{40} = \frac{\Delta TC}{\Delta Q} \Rightarrow 18 = \frac{TC - 600}{30 - 20} \Rightarrow TC = 780 \text{ χρηματικές μονάδες}$$

Η παραγωγή αυξάνεται κατά 50%, επομένως είναι ίση με: $Q = 30 \cdot 1,5 = 45$ μονάδες προϊόντος.

$$\text{Για } Q = 45: MC_{50} = \frac{\Delta TC}{\Delta Q} \Rightarrow 30 = \frac{TC - 960}{45 - 40} \Rightarrow TC = 1.110 \text{ χρηματικές μονάδες}$$

$$\text{Η ποσοστιαία μεταβολή του συνολικού κόστους είναι: } \Delta TC\% = \frac{1.110 - 780}{780} \cdot 100 = 42,31\%$$

31.α. Από τα δεδομένα της άσκησης γνωρίζουμε ότι για να υπολογίσουμε το μεταβλητό κόστος ο τύπος είναι $VC = W \cdot L + C \cdot Q$. Επίσης, η τιμή του σταθερού συντελεστή είναι ίση με 7 χρηματικές μονάδες, που σημαίνει ότι: $FC = P_{\Sigma\Sigma} \cdot Q_{\Sigma\Sigma} = 7 \cdot 20 = 140$ χρηματικές μονάδες.

$$\text{Για } L = 4: AP_4 = \frac{Q}{L} \Rightarrow 10 = \frac{Q}{4} \Rightarrow Q = 40 \text{ μονάδες προϊόντος}$$

$$\text{Για } L = 5: AP_{5(\max)} = MP_5 \Rightarrow \frac{Q}{L} = \frac{\Delta Q}{\Delta L} \Rightarrow \frac{Q}{5} = \frac{Q - 40}{5 - 4} \Rightarrow Q = 50 \text{ μονάδες προϊόντος}$$

$$AP_5 = \frac{Q}{L} = \frac{50}{5} = 10 = MP_5$$

$$MP_6 = \frac{\Delta Q}{\Delta L} \Rightarrow 4 = \frac{Q - 50}{6 - 5} \Rightarrow Q = 54 \text{ μονάδες προϊόντος και } AP_6 = \frac{Q}{L} = \frac{54}{6} = 9 \text{ μονάδες προϊόντος}$$

$$MC_{50} = \frac{\Delta VC}{\Delta Q} \Rightarrow 15 = \frac{VC_5 - VC_4}{50 - 40} \Rightarrow VC_5 - VC_4 = 150 \quad (1)$$

$$\text{Από την (1) ισχύει ότι: } (W \cdot 5 + C \cdot 50) - (W \cdot 4 + C \cdot 40) = 150 \Rightarrow W = 150 - 10 \cdot C \quad (2)$$

Κάνουμε αντικατάσταση την σχέση (2) στον τύπο του μεταβλητού κόστους και έχουμε:

$$VC_5 = (150 - 10 \cdot C) \cdot 5 + C \cdot 50 = 750 - 50 \cdot C + 50 \cdot C = 750 \text{ χρηματικές μονάδες}$$

Γνωρίζοντας το μεταβλητό κόστος, μπορούμε να υπολογίσουμε το μέρος της δαπάνης που αφορά την εργασία και το μέρος εκείνο που αφορά τις πρώτες ύλες. Έτσι έχουμε: δαπάνες για πρώτες ύλες $= \frac{1}{3} \cdot VC = 250$ χρηματικές μονάδες. Το υπόλοιπο μέρος του μεταβλητού κόστους αφορά τις δαπάνες για εργασία και είναι ίσο με $750 - 250 = 500$ χρηματικές μονάδες.

$$\text{Υπολογίζουμε την αμοιβή της εργασίας ανά εργάτη: } W \cdot L = 500 \Rightarrow W \cdot 5 = 500 \Rightarrow W = 100 \text{ χρηματικές μονάδες}$$

$$\text{Υπολογίζουμε το κόστος των πρώτων υλών ανά μονάδα προϊόντος: } C \cdot Q = 250 \Rightarrow C \cdot 50 = 250 \Rightarrow C = 5 \text{ χρηματικές μονάδες}$$

Υπολογίζουμε το μεταβλητό και το συνολικό κόστος παραγωγής ως εξής:

$VC_4 = W \cdot L + C \cdot Q = 100 \cdot 4 + 5 \cdot 40 = 600$ χρηματικές μονάδες και $TC_4 = FC + VC_4 = 140 + 600 = 740$ χρηματικές μονάδες

$VC_6 = W \cdot L + C \cdot Q = 100 \cdot 6 + 5 \cdot 54 = 870$ χρηματικές μονάδες και $TC_6 = FC + VC_6 = 140 + 870 = 1.010$ χρηματικές μονάδες

$$MC_7 = \frac{\Delta TC}{\Delta Q} \Rightarrow 55 = \frac{TC - 1.010}{Q - 54} \quad (1) \text{ και } ATC_7 = \frac{TC}{Q} \Rightarrow 20 = \frac{TC}{Q} \Rightarrow TC_7 = 20 \cdot Q \quad (2)$$

$$\text{Από την (1) και (2) προκύπτει: } 55 = \frac{20 \cdot Q - 1.010}{Q - 54} \Rightarrow Q = 56 \text{ μονάδες προϊόντος}$$

$$MP_7 = \frac{\Delta Q}{\Delta L} = \frac{56 - 54}{7 - 6} = 2 \text{ μονάδες προϊόντος και } AP_7 = \frac{Q}{L} = \frac{56}{7} = 8 \text{ μονάδες προϊόντος}$$

$VC_7 = W \cdot L + C \cdot Q = 100 \cdot 7 + 5 \cdot 56 = 980$ χρηματικές μονάδες και $TC_7 = FC + VC_7 = 140 + 980 = 1.120$ χρηματικές μονάδες

$$AFC_4 = \frac{FC}{Q} = \frac{140}{40} = 3,5 \text{ χρηματικές μονάδες}$$

$$AFC_5 = \frac{FC}{Q} = \frac{140}{50} = 2,8 \text{ χρηματικές μονάδες, κ.ο.κ.}$$

$$AVC_4 = \frac{VC}{Q} = \frac{600}{40} = 15 \text{ χρηματικές μονάδες}$$

$$AVC_4 = \frac{VC}{Q} = \frac{750}{50} = 15 \text{ χρηματικές μονάδες, κ.ο.κ.}$$

$$ATC_4 = \frac{TC}{Q} = \frac{740}{40} = 18,5 \text{ χρηματικές μονάδες}$$

$$ATC_4 = \frac{TC}{Q} = \frac{890}{50} = 17,8 \text{ χρηματικές μονάδες, κ.ο.κ.}$$

$$MC_6 = \frac{\Delta TC}{\Delta Q} = \frac{1.010 - 890}{54 - 50} = 30 \text{ χρηματικές μονάδες}$$

Ποσότητα σταθερού συντελεστή	Ποσότητα Εργασίας (L)	Συνολικό Προϊόν (Q ή TP)	Μέσο Προϊόν (AP)	Οριακό Προϊόν (MP)	Σταθερό Κόστος (FC)	(Μεταβλητό Κόστος) VC	Συνολικό Κόστος (TC)	Μέσο Σταθερό Κόστος (AFC)	Μέσο Μεταβλητό Κόστος (AVC)	Μέσο Συνολικό Κόστος (ATC)	Οριακό Κόστος (MC)
20	4	40	10	-	140	600	740	3,5	15	18,5	20
20	5	50	10	10	140	750	890	2,8	15	17,8	15
20	6	54	9	4	140	870	1.010	2,59	16,1	18,7	30
20	7	56	8	2	140	980	1.120	2,5	17,5	20	55

$$\beta. \text{ Για } Q = 45: MC_5 = \frac{\Delta TC}{\Delta Q} \Rightarrow 15 = \frac{TC - 740}{45 - 40} \Rightarrow TC = 815 \text{ χρηματικές μονάδες}$$

$$\text{Για } Q = 45 + 7 = 52: MC_6 = \frac{\Delta TC}{\Delta Q} \Rightarrow 30 = \frac{TC - 890}{52 - 50} \Rightarrow TC = 950 \text{ χρηματικές μονάδες}$$

$$\text{Η ποσοστιαία μεταβολή του συνολικού κόστους είναι: } \Delta TC\% = \frac{950 - 815}{815} \cdot 100 = 16,56\%$$

$$\gamma. \text{ Για } VC = 925: MC_7 = \frac{\Delta VC}{\Delta Q} \Rightarrow 55 = \frac{980 - 925}{56 - Q} \Rightarrow Q = 55 \text{ μονάδες προϊόντος}$$

$$\text{Για } VC = 925 - 85 = 840: MC_6 = \frac{\Delta VC}{\Delta Q} \Rightarrow 30 = \frac{870 - 840}{54 - Q} \Rightarrow Q = 53 \text{ μονάδες προϊόντος}$$

Η μεταβολή του συνολικού προϊόντος είναι ίση με: $\Delta Q = 53 - 55 = -2$ μονάδες προϊόντος

32. Από τα δεδομένα της άσκησης γνωρίζουμε ότι για να υπολογίσουμε το μεταβλητό κόστος παραγωγής ο τύπος είναι: $VC = W \cdot L$. Σύμφωνα με τα δεδομένα της άσκησης προκύπτει ο παρακάτω πίνακας:

L	Q	AVC	AP
40	200		
50	300	25	
60			max

Υπολογίζουμε την αμοιβή της εργασίας (W) προκειμένου να υπολογίσουμε το μεταβλητό κόστος σε κάθε επίπεδο παραγωγής: $AVC_{50} = \frac{VC}{Q} \Rightarrow 25 = \frac{VC}{300} \Rightarrow VC_{50} = 7.500$ χρηματικές μονάδες και $VC_{50} = W \cdot L \Rightarrow 7.500 = W \cdot 50 \Rightarrow W = 150$ χρηματικές μονάδες.

$$VC_{40} = W \cdot L = 150 \cdot 40 = 6.000 \text{ χρηματικές μονάδες}$$

$$VC_{60} = W \cdot L = 150 \cdot 60 = 9.000 \text{ χρηματικές μονάδες}$$

$$AP_{\max} = MP_{60} \Rightarrow \frac{Q}{L} = \frac{\Delta Q}{\Delta L} \Rightarrow \frac{Q}{60} = \frac{Q-300}{60-50} \Rightarrow Q = 360 \text{ μονάδες προϊόντος}$$

Για να υπολογίσουμε την μεταβολή της παραγωγής λόγω μεταβολής του κόστους παραγωγής, θα πρέπει να υπολογίσουμε το οριακό κόστος. Έτσι έχουμε:

$$MC_{50} = \frac{\Delta VC}{\Delta Q} = \frac{7.500-6.000}{300-200} = 15 \text{ χρηματικές μονάδες}$$

$$MC_{60} = \frac{\Delta VC}{\Delta Q} = \frac{9.000-7.500}{360-300} = 25 \text{ χρηματικές μονάδες}$$

$$\text{Για } VC = 8.250: MC_{60} = \frac{\Delta VC}{\Delta Q} \Rightarrow 25 = \frac{9.000-8.250}{360-Q} \Rightarrow Q = 330 \text{ μονάδες προϊόντος}$$

$$\text{Για } VC = 6.750: MC_{50} = \frac{\Delta VC}{\Delta Q} \Rightarrow 15 = \frac{6.750-6.000}{Q-200} \Rightarrow Q = 250 \text{ χρηματικές μονάδες}$$

Η μεταβολή της παραγωγής θα είναι ίση με: $\Delta Q = 250 - 330 = -80$ μονάδες προϊόντος.

Η παραγωγή θα πρέπει να μειωθεί κατά 80 μονάδες.

33. Από τα δεδομένα της άσκησης γνωρίζουμε ότι για να υπολογίσουμε το μεταβλητό κόστος παραγωγής ο τύπος είναι: $VC = W \cdot L + C \cdot Q$ και το σταθερό κόστος είναι ίσο με 400 ευρώ σε κάθε επίπεδο παραγωγής. Σύμφωνα με τα δεδομένα της άσκησης προκύπτει ο παρακάτω πίνακας:

L	Q	AVC	MC	ATC	FC
L ₁	60	15	12,5		400
L ₁ + 1	80	AVC =	MC		400
			MC =	ATC	400

α. Σύμφωνα με τα δεδομένα της άσκησης το συνολικό κόστος των πρώτων υλών για παραγωγή 60 μονάδων προϊόντος είναι ίσο με 600 ευρώ. Έτσι έχουμε: $C \cdot Q = 600 \Rightarrow C \cdot 60 = 600 \Rightarrow C = 10$ ευρώ ανά μονάδα προϊόντος.

$$\text{Για } Q = 60: AVC_{60} = \frac{VC}{Q} \Rightarrow 15 = \frac{VC}{60} \Rightarrow VC_{60} = 900 \text{ ευρώ και } VC_{60} = W \cdot L + C \cdot Q \Rightarrow$$

$$900 = W \cdot L_1 + 600 \Rightarrow W \cdot L_1 = 300 \quad (1)$$

$$\text{Για } Q = 80: AVC = MC \Rightarrow \frac{VC}{Q} = \frac{\Delta VC}{\Delta Q} \Rightarrow \frac{VC}{80} = \frac{VC-900}{80-60} \Rightarrow VC_{80} = 1.200 \text{ ευρώ}$$

$$VC_{80} = W \cdot L + C \cdot Q \Rightarrow 1.200 = W \cdot (L_1 + 1) + 10 \cdot 80 \Rightarrow W \cdot (L_1 + 1) = 400 \quad (2)$$

$$\text{Από την σχέση (1) και (2) προκύπτει ότι: } W \cdot (L_1 + 1) = 400 \Rightarrow W \cdot L_1 + W = 400 \Rightarrow$$

$$300 + W = 400 \Rightarrow W = 100 \text{ ευρώ.}$$

Επίσης, από (1) και (2) υπολογίζουμε τους εργάτες σε κάθε επίπεδο παραγωγής, δεδομένου ότι αυξάνονται κατά ένα κάθε φορά: $W \cdot L_1 = 300 \Rightarrow L_1 = 3$ εργάτες.

β. Για να υπολογίσουμε το μέσο συνολικό κόστος θα πρέπει να υπολογίσουμε το συνολικό κόστος και στα δύο τελευταία επίπεδα παραγωγής και το συνολικό προϊόν στο τελευταίο επίπεδο παραγωγής, προκειμένου να υπολογίσουμε το οριακό κόστος παραγωγής, με το οποίο θα υπολογίσουμε το συνολικό κόστος των 85 μονάδων.

Γνωρίζουμε το μεταβλητό και το σταθερό κόστος στα δύο πρώτα επίπεδα παραγωγής, επομένως υπολογίζουμε και το συνολικό κόστος: $TC_{60} = FC + VC_{60} = 400 + 900 = 1.300$ ευρώ

$$TC_{80} = FC + VC_{80} = 400 + 1.200 = 1.600 \text{ ευρώ}$$

$$\text{Στο τρίτο επίπεδο παραγωγής έχουμε: } ATC_3 = MC_3 \Rightarrow \frac{TC}{Q} = \frac{\Delta TC}{\Delta Q} \Rightarrow \frac{TC}{Q} = \frac{TC-1.600}{Q-80} \Rightarrow$$

$$TC \cdot (Q - 80) = Q \cdot (TC - 1.600) \Rightarrow TC = 20 \cdot Q \quad (1)$$

$$TC_3 = FC + VC_3 = FC + W \cdot L + C \cdot Q = 400 + 100 \cdot 5 + 10 \cdot Q_3 = 900 + 10 \cdot Q_3 \Rightarrow$$

$$(1) 20 \cdot Q_3 = 900 + 10 \cdot Q_3 \Rightarrow Q_3 = 90 \text{ μονάδες προϊόντος.}$$

Επίσης, από τη σχέση (1) έχουμε ότι $TC = 20 \cdot 90 = 1.800$ ευρώ και

$$ATC = \frac{TC}{Q} = \frac{1.800}{90} = 20 = MC_{90}$$

$$\text{Για } Q = 85: MC = \frac{\Delta TC}{\Delta Q} \Rightarrow 20 = \frac{TC-1.600}{85-80} \Rightarrow TC_{85} = 1.700 \text{ ευρώ και } ATC_3 = \frac{TC}{Q} = \frac{1.700}{85} = 20 \text{ ευρώ}$$

L	Q	AVC	MC	ATC	FC	VC	TC
3	60	15	12,5		400	900	1.300
4	80	AVC =	MC		400	1.200	1.600
5	90		20	20	400		1.800

$$\gamma. \text{ Για } Q = 59: MC = \frac{\Delta TC}{\Delta Q} \Rightarrow 12,5 = \frac{1.300-TC}{60-59} \Rightarrow TC_{59} = 1.287,5 \text{ ευρώ}$$

$$MC_{80} = \frac{\Delta TC}{\Delta Q} = \frac{1.600-1.300}{80-60} = 15 \text{ ευρώ}$$

$$\text{Για } Q = 75: MC_{80} = \frac{\Delta TC}{\Delta Q} \Rightarrow 15 = \frac{TC-1.300}{75-60} \Rightarrow TC_{75} = 1.525 \text{ ευρώ}$$

Επομένως, η μεταβολή του κόστους παραγωγής θα είναι ίση με $\Delta TC = 1.525 - 1.287,5 = 237,5$ ευρώ.

34.α. Από τα δεδομένα της άσκησης γνωρίζουμε ότι για να υπολογίσουμε το μεταβλητό κόστος ο τύπος είναι $VC = W \cdot L$.

$$AVC_1 = \frac{VC}{Q} \Rightarrow 150 = \frac{VC}{Q} \Rightarrow VC_1 = 150 \cdot Q_1 \Rightarrow W \cdot L = 150 \cdot Q_1 \Rightarrow W \cdot 1 = 150 \cdot Q_1 \Rightarrow$$

$$W = 150 \cdot Q_1 \quad (1)$$

$$\text{Για } L = 2: AP_2 = \frac{Q}{L} \Rightarrow 15 = \frac{Q}{2} \Rightarrow Q = 30 \text{ μονάδες προϊόντος και } MC_{30} = \frac{\Delta VC}{\Delta Q} \Rightarrow 75 = \frac{W \cdot 2 - W \cdot 1}{30 - Q_1} \Rightarrow$$

$$W = 2.250 - 75 \cdot Q_1 \Rightarrow (1) \quad 150 \cdot Q_1 = 2.250 - 75 \cdot Q_1 \Rightarrow Q_1 = 10 \text{ μονάδες προϊόντος}$$

Από την σχέση (1) έχουμε: $W = 150 \cdot Q_1 = 1.500$ χρηματικές μονάδες

β. Για $L = 1$: $VC_1 = W \cdot L = 1.500 \cdot 1 = 1.500$ χρηματικές μονάδες

$$AP_1 = \frac{Q}{L} = \frac{10}{1} = 10 \text{ μονάδες προϊόντος και } MP_1 = \frac{\Delta Q}{\Delta L} = \frac{10-0}{1-0} = 10 \text{ μονάδες προϊόντος}$$

$$MC_1 = \frac{\Delta VC}{\Delta Q} = \frac{1.500-0}{10-0} = 150 \text{ χρηματικές μονάδες}$$

$$\text{Για } L = 2: VC_2 = W \cdot L = 1.500 \cdot 2 = 3.000 \text{ χρηματικές μονάδες}$$

$$MP_2 = \frac{\Delta Q}{\Delta L} = \frac{30-10}{2-1} = 20 \text{ μονάδες προϊόντος}$$

$$AVC_2 = \frac{VC}{Q} = \frac{3.000}{30} = 100 \text{ χρηματικές μονάδες}$$

$$\text{Για } L = 3: VC_3 = W \cdot L = 1.500 \cdot 3 = 4.500 \text{ χρηματικές μονάδες}$$

$$MP_3 = \frac{\Delta Q}{\Delta L} \Rightarrow 30 = \frac{Q-30}{3-2} \Rightarrow Q = 60 \text{ μονάδες προϊόντος και } AP_3 = \frac{Q}{L} = \frac{60}{3} = 20 \text{ μονάδες προϊόντος}$$

$$MC_3 = \frac{\Delta VC}{\Delta Q} = \frac{4.500-3.000}{60-30} = 50 \text{ χρηματικές μονάδες και } AVC_3 = \frac{VC}{Q} = \frac{4.500}{60} = 75 \text{ χρηματικές μονάδες}$$

$$\text{Για } L = 4: AP_{4(\max)} = MP_4 \Rightarrow \frac{Q}{L} = \frac{\Delta Q}{\Delta L} \Rightarrow \frac{Q}{4} = \frac{Q-60}{4-3} \Rightarrow Q = 80 \text{ μονάδες προϊόντος}$$

$$AP_5 = \frac{Q}{L} = \frac{80}{4} = 20 = MP_5$$

$$VC_4 = W \cdot L = 1.500 \cdot 4 = 6.000 \text{ χρηματικές μονάδες}$$

$$MC_4 = \frac{\Delta VC}{\Delta Q} = \frac{6.000-4.500}{80-60} = 75 \text{ χρηματικές μονάδες και } AVC_4 = \frac{VC}{Q} = \frac{6.000}{80} = 75 \text{ χρηματικές μονάδες}$$

L	Q	AP	MP	VC	AVC	MC
0	0	-	-	0	-	-
1	10	10	10	1.500	150	150
2	30	15	20	3.000	100	75
3	60	20	30	4.500	75	50
4	80	20	20	6.000	75	75

γ. Οι συνέπειες του Ν.Φ.Α. εμφανίζονται μετά τον 3^ο εργάτη, καθώς το οριακό προϊόν ξεκινά να μειώνεται και το συνολικό προϊόν αυξάνεται με φθίνοντα ρυθμό.

Ο Νόμος της Φθίνουσας ή μη ανάλογης Απόδοσης δηλώνει ότι στη βραχυχρόνια περίοδο παραγωγής, δηλαδή στην περίοδο που υπάρχει ένας τουλάχιστον σταθερός συντελεστής παραγωγής, υπάρχει ένα σημείο μέχρι το οποίο η διαδοχική προσθήκη ίσων μονάδων του μεταβλητού συντελεστή δίνει συνεχώς μεγαλύτερες αυξήσεις στο συνολικό προϊόν. Πέρα από

το σημείο αυτό κάθε διαδοχική ίση αύξηση του μεταβλητού συντελεστή θα δίνει όλο και μικρότερες αυξήσεις στο συνολικό προϊόν, δηλαδή το οριακό προϊόν του μεταβλητού συντελεστή αρχικά αυξάνεται και μετά μειώνεται.

δ. Για $Q = 25$: $MC_2 = \frac{\Delta VC}{\Delta Q} \Rightarrow 75 = \frac{VC - 1.500}{25 - 10} \Rightarrow VC = 2.625$ χρηματικές μονάδες

Για $Q = 25 + \frac{60}{100} \cdot 25 = 40$: $MC_3 = \frac{\Delta VC}{\Delta Q} \Rightarrow 50 = \frac{VC - 3.000}{40 - 30} \Rightarrow VC = 3.500$ χρηματικές μονάδες

Η μεταβολή του κόστους θα είναι ίση με: $\Delta VC = 3.500 - 2.625 = 875$ χρηματικές μονάδες.

ε. Οι δαπάνες αυτές αποτελούν το σταθερό κόστος της επιχείρησης, το οποίο είναι ίσο με: $FC = 800 + 2.000 + 200 = 3.000$ χρηματικές μονάδες. Όταν το συνολικό προϊόν είναι ίσο με μηδέν, τότε το συνολικό κόστος είναι ίσο με το σταθερό κόστος της επιχείρησης. Επομένως, $FC = TC = 3.000$ χρηματικές μονάδες.

Δ. Κριτήρια Αξιολόγησης

ΚΡΙΤΗΡΙΟ 1

ΟΜΑΔΑ ΠΡΩΤΗ

A1.

α. Σ

β. Λ

γ. Σ

δ. Σ

ε. Λ

A2. δ

A3. β

ΟΜΑΔΑ ΔΕΥΤΕΡΗ

B1. Σελίδα 57 – 59, σχολικό βιβλίο

ΟΜΑΔΑ ΤΡΙΤΗ

Γ1. Για $L=4$, $AVC = \frac{VC}{Q} = \frac{800}{40} = 20$ χρηματικές μονάδες

Για $L=5$, $AP_{\max} = MP \Rightarrow \frac{Q}{L} = \frac{\Delta Q}{\Delta L} \Rightarrow \frac{Q}{5} = \frac{Q-40}{5-4} \Rightarrow Q = 50$ μονάδες προϊόντος

$AP = \frac{Q}{L} = \frac{50}{5} = 10 = MP$, $AVC = \frac{VC}{Q} = \frac{1.000}{50} = 20$ χρηματικές μονάδες,

$MC = \frac{\Delta VC}{\Delta Q} = \frac{1.000-800}{50-40} = 20$ χρηματικές μονάδες

Για $L=6$, $AVC = \frac{VC}{Q} = \frac{1.140}{54} = 21,1$ χρηματικές μονάδες, $MC = \frac{\Delta VC}{\Delta Q} = \frac{1.140-1.000}{54-50} = 35$

χρηματικές μονάδες

Για $L=7$, $AVC = \frac{VC}{Q} \Rightarrow VC = AVC \cdot Q = 22,5 \cdot Q$ (1) και $MC = \frac{\Delta VC}{\Delta Q} \Rightarrow (1) 60 =$

$\frac{22,5 \cdot Q - 1.140}{Q - 54} \Rightarrow Q = 56$ μονάδες προϊόντος, από την (1) έχουμε: $VC = 22,5 \cdot 56 = 1.260$

χρηματικές μονάδες, $AP = \frac{Q}{L} = \frac{56}{7} = 8$ μονάδες προϊόντος και $MP = \frac{\Delta Q}{\Delta L} = \frac{56-54}{7-6} = 2$

μονάδες προϊόντος

Ποσότητα Εργασίας (L)	Συνολικό Προϊόν (Q ή TP)	Μέσο Προϊόν (AP)	Οριακό Προϊόν (MP)	Μεταβλητό Κόστος (VC)	Μέσο Μεταβλητό Κόστος (AVC)	Οριακό Κόστος (MC)
4	40	10	15	800	20	8
5	50	10	10	1.000	20	20
6	54	9	4	1.140	21,1	35
7	56	8	2	1.260	22,5	60

Γ2. Για $Q=52$, $MC = \frac{\Delta VC}{\Delta Q} \Rightarrow 35 = \frac{VC-1.000}{52-50} \Rightarrow VC = 1.070$ χρηματικές μονάδες

Γ3. Για $Q=55$, $MC = \frac{\Delta VC}{\Delta Q} \Rightarrow 60 = \frac{VC-1.140}{55-54} \Rightarrow VC = 1.200$ χρηματικές μονάδες

Αν μειωθεί το μεταβλητό κόστος κατά 300 χρηματικές μονάδες, τότε το κόστος θα είναι ίσο με: $1.200 - 300 = 900$ χρηματικές μονάδες. Για $VC = 900$, το συνολικό προϊόν θα

είναι ίσο με: $MC = \frac{\Delta VC}{\Delta Q} \Rightarrow 20 = \frac{900-800}{Q-40} \Rightarrow Q = 45$ μονάδες προϊόντος

Η παραγωγή θα μεταβληθεί: $\Delta Q = 45 - 55 = -10$ μονάδες προϊόντος

ΟΜΑΔΑ ΤΕΤΑΡΤΗ

Δ1. i) Σύμφωνα με τα δεδομένα της άσκησης έχουμε δύο επίπεδα παραγωγής όπου:

$Q_1 = 100$ μονάδες προϊόντος και $Q_2 = Q_1 + \frac{20}{100} \cdot Q_1 = 1,2 \cdot 100 = 120$ μονάδες προϊόντος

$VC_2 = VC_1 + \frac{50}{100} \cdot VC_1 = 1,5 \cdot VC_1$ (1)

Στο μεταβλητό κόστος παραγωγής ανήκουν οι δαπάνες για πρώτες ύλες, για καύσιμα και για ημερομίσθια. Έτσι έχουμε: $VC_1 = X + 200 + 500 = X + 700$ (2) και από την (1) και (2) προκύπτει ότι $VC_2 = 1,5 \cdot VC_1 \Rightarrow VC_2 = 1,5 \cdot (X + 700) = 1,5 \cdot X + 1.050$ (3)

Από (2) και (3) προκύπτει: $MC = \frac{\Delta VC}{\Delta Q} \Rightarrow 25 = \frac{1,5 \cdot X + 1.050 - (X + 700)}{120 - 100} \Rightarrow X = 300$

χρηματικές μονάδες.

ii) Από το προηγούμενο ερώτημα έχουμε ότι: για $Q = 100$, $VC_1 = 1.000$ και για $Q = 120$, $VC_2 = 1.500$ χρηματικές μονάδες. Επίσης, $ATC_2 = \frac{TC}{Q} \Rightarrow TC = 15 \cdot 120 = 1.800$

χρηματικές μονάδες.

Επομένως, $TC = FC + VC \Rightarrow FC = 1.800 - 1.500 = 300$ χρηματικές μονάδες

Το σταθερό κόστος περιλαμβάνει τις δαπάνες για ενοίκια κτηρίων και τις Ψ χρηματικές μονάδες για ασφάλιστρα κτηρίων. Έτσι, έχουμε: $FC = 100 + \Psi \Rightarrow \Psi = 300 - 100 = 200$ χρηματικές μονάδες.

Δ2. Για $Q=100$: $AFC = \frac{FC}{Q} = \frac{300}{100} = 3$ χρηματικές μονάδες και $AVC = \frac{VC}{Q} = \frac{1.000}{100} = 10$

χρηματικές μονάδες

Για $Q=120$: $AFC = \frac{FC}{Q} = \frac{300}{120} = 2,5$ χρηματικές μονάδες και $AVC = \frac{VC}{Q} = \frac{1.500}{120} = 12,5$

χρηματικές μονάδες

Δ3. Η μεταβολή της παραγωγής από 112 σε 118 μονάδες προϊόντος έχει σταθερό μεταβλητό κόστος ίσο με 25 χρηματικές μονάδες. Επομένως: $MC = \frac{\Delta TC}{\Delta Q} \Rightarrow 25 = \frac{\Delta TC}{118 - 112}$

$\Rightarrow \Delta TC = 150$ χρηματικές μονάδες.

ΚΡΙΤΗΡΙΟ 2
ΟΜΑΔΑ ΠΡΩΤΗ

A1.

α. Σ

β. Λ

γ. Λ

δ. Σ

ε. Σ

A2. γ

A3. γ

ΟΜΑΔΑ ΔΕΥΤΕΡΗ

B1. α) Σελίδα 62, σχολικό βιβλίο

β) Σελίδα 65, σχολικό βιβλίο

γ) Σελίδα 65 – 66, σχολικό βιβλίο

ΟΜΑΔΑ ΤΡΙΤΗ

Σύμφωνα με τα δεδομένα της άσκησης έχουμε δύο επίπεδα εργασίας, τα οποία θα συμβολίζουμε ως Α και Β στις σχέσεις που θα προκύψουν. Έτσι έχουμε τα εξής:

$$AP_A = \frac{QA}{LA} \Rightarrow Q_A = AP_A \cdot L_A \quad (1)$$

$$AP_B = \frac{QB}{LB} \Rightarrow Q_B = AP_B \cdot L_B \quad (2)$$

Σύμφωνα με την εκφώνηση οι εργάτες αυξάνονται 20% και το μέσο προϊόν αυξάνεται

25%, με αποτέλεσμα να ισχύει ότι: $L_B = L_A + \frac{20}{100} \cdot L_A = 1,2 \cdot L_A$ και

$$AP_B = AP_A + \frac{25}{100} \cdot AP_A = 1,25 \cdot AP_A .$$

$$\text{Έτσι η (2) γίνεται } Q_B = (1,25 \cdot AP_A) \cdot (1,2 \cdot L_A) = 1,5 \cdot AP_A \cdot L_A \quad (3)$$

Επίσης, ισχύει ότι $AVC_A = \frac{VC_A}{Q_A} \Rightarrow \text{από (1) έχουμε } VC_A = AVC_A \cdot AP_A \cdot L_A \quad (4) \text{ και}$

Σύμφωνα με την εκφώνηση το μέσο μεταβλητό κόστος αυξάνεται 20% με αποτέλεσμα

$$\text{να ισχύει ότι: } AVC_B = AVC_A + \frac{20}{100} \cdot AVC_A = 1,2 \cdot AVC_A \quad (5)$$

$$\text{Έτσι από (3) και (5) έχουμε: } VC_B = 1,2 \cdot AVC_A \cdot 1,5 \cdot APA \cdot LA \quad (6)$$

Από τις σχέσεις (4) και (6) υπολογίζουμε την ποσοστιαία μεταβολή του μεταβλητού

$$\text{κόστους με τον τύπο: } \Delta VC\% = \frac{VC_B - VC_A}{VC_A} \cdot 100 = \frac{(1,2 \cdot AVC_A \cdot 1,5 \cdot APA \cdot LA) - (AVC_A \cdot APA \cdot LA)}{AVC_A \cdot APA \cdot LA} \cdot$$

$$100 = 80\%$$

ΟΜΑΔΑ ΤΕΤΑΡΤΗ

A1. Σύμφωνα με τα δεδομένα της άσκησης έχουμε τρία διαφορετικά επίπεδα παραγωγής, όπως αποτυπώνονται στον πίνακα που ακολουθεί:

Q	AVC	AFC	VC	MC
20	10	20		-
	14			18
			860	30

Για να υπολογίσουμε την μεταβολή του μεταβλητού κόστους θα πρέπει να υπολογίσουμε το μεταβλητό κόστος σε κάθε επίπεδο παραγωγής. Έτσι έχουμε:

$$\text{για } Q=20, \quad AVC = \frac{VC}{Q} \Rightarrow VC = AVC \cdot Q = 10 \cdot 20 = 200 \text{ χρηματικές μονάδες}$$

$$\text{Στο επόμενο επίπεδο παραγωγής έχουμε: } AVC = \frac{VC}{Q} \Rightarrow VC = 14 \cdot Q \quad (1) \text{ και } MC = \frac{\Delta VC}{\Delta Q}$$

$$\Rightarrow \quad (2)$$

$$\text{από την (1) και (2) έχουμε: } 18 = \frac{14 \cdot Q - 200}{Q - 20} \Rightarrow Q_B = 40 \text{ και } Q_\Gamma = Q_B + 10 = 50$$

$$\text{και από (1) } VC = 14 \cdot 40 = 560$$

Q	AVC	AFC	VC	MC
20	10	20	200	-
40	14		560	18
50			860	30

$$\text{Για } VC = 488, \text{ έχουμε: } MC = \frac{\Delta VC}{\Delta Q} \Rightarrow 18 = \frac{560 - 488}{40 - Q} \Rightarrow Q = 36$$

$$\text{Για } VC = 650, \text{ έχουμε: } MC = \frac{\Delta VC}{\Delta Q} \Rightarrow 30 = \frac{650 - 560}{Q - 40} \Rightarrow Q = 43$$

Επομένως, η μεταβολή της παραγωγής είναι ίση με: $\Delta Q = 43 - 36 = 7$ μονάδες προϊόντος

Δ2. Για $Q = 42$, $MC = \frac{\Delta VC}{\Delta Q} \Rightarrow 30 = \frac{VC-560}{42-40} \Rightarrow VC = 620$ χρηματικές μονάδες

Η παραγωγή μειώνεται κατά 20 μονάδες προϊόντος, επομένως έχουμε $Q = 42 - 20 = 22$ μονάδες προϊόντος.

Για $Q = 22$, $MC = \frac{\Delta VC}{\Delta Q} \Rightarrow 18 = \frac{VC-200}{22-20} \Rightarrow VC = 236$ χρηματικές μονάδες

Επομένως, η μεταβολή του κόστους παραγωγής είναι ίση με: $\Delta VC = 236 - 620 = -384$ μονάδες προϊόντος

Δ3. Για $Q = 30$, $MC = \frac{\Delta VC}{\Delta Q} \Rightarrow 18 = \frac{VC-200}{30-20} \Rightarrow VC = 380$ χρηματικές μονάδες

Αν η παραγωγή αυξηθεί 50%, θα έχουμε: $Q = 30 + \frac{50}{100} \cdot 30 = 45$ μονάδες προϊόντος

Για $Q = 45$, $MC = \frac{\Delta VC}{\Delta Q} \Rightarrow 30 = \frac{VC-560}{45-40} \Rightarrow VC = 710$ χρηματικές μονάδες

Για να υπολογίσουμε το συνολικό κόστος σε κάθε ένα από τα παραπάνω επίπεδα παραγωγής θα υπολογίσουμε το FC χρησιμοποιώντας τον τύπο του AFC στο αρχικό επίπεδο παραγωγής. Έτσι έχουμε: $AFC = \frac{FC}{Q} \Rightarrow FC = 20 \cdot 20 = 400$ χρηματικές μονάδες.

Επομένως, για $Q = 30$, $TC = FC + VC = 400 + 380 = 780$ χρηματικές μονάδες

για $Q = 45$, $TC = FC + VC = 400 + 710 = 1.110$ χρηματικές μονάδες

Η ποσοστιαία μεταβολή του συνολικού κόστους είναι ίση με:

$$\Delta TC\% = \frac{TC_{\text{τελικό}} - TC_{\text{αρχικό}}}{TC_{\text{τελικό}}} \cdot 100 = \frac{1.110 - 780}{780} \cdot 100 = 42,3\%$$