Λύσεις κριτηρίου 35

ΘΕΜΑ Α

Α1.β. **Α**2.α. **Α**3.β. **Α**4.δ. **Α**5. α. Λ β. Λ γ. Σ δ. Λ ε. Σ

ΘΕΜΑ Β

Β1. (**ii**)

Από την επί τοις εκατό μεταβολή βρίσκουμε τη σχέση του νέου μήκους κύματος με το αρχικό.

$$\frac{\lambda' - \lambda}{\lambda}100\% = -40\% \Rightarrow \ ' = \ - \qquad = \qquad \Rightarrow \frac{\lambda}{\lambda'} = \frac{5}{3}$$

Το μήκος της χορδής σε ένα στάσιμο κύμα με ακλόνητα και τα δύο άκρα πρέπει να είναι ακέραιο πολλαπλάσιο του λ/2, άρα έχουμε:

$$L = \quad \frac{\lambda}{2}$$

όπου κ είναι το πλήθος των κοιλιών του στάσιμου κύματος.

Αρχικά: $L = \quad \frac{\lambda}{2}$, Τελικά: $L = \quad \frac{\lambda'}{2}$

Οπότε $\kappa\frac{\lambda}{2} = \kappa'\frac{\lambda'}{2} \Rightarrow \frac{\kappa'}{} = \frac{\lambda}{'} = \frac{5}{} = \frac{10}{} = \ldots.$

Άρα, αν το πρώτο στάσιμο κύμα έχει 6 κοιλίες το δεύτερο στάσιμο κύμα έχει 10 κοιλίες.

Β2. (**iii**)

Η αλλαγή του μέτρου της ταχύτητας οφείλεται μόνο στη δύναμη αντίστασης, γιατί η δύναμη Lorentz είναι συνεχώς κάθετη στην ταχύτητα του σωματιδίου και δεν παράγει έργο. Από το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας ανάμεσα στα σημεία Κ και Λ έχουμε:

$$W_{\alpha\nu\tau} = \ _{\tau\varepsilon\lambda} - \ _{\alpha\rho\chi} \Rightarrow \ _{\alpha\nu\tau} = \frac{1}{2} \ _2^2 - \frac{1}{2} \ _1^2 \ (\ )$$

Οι ταχύτητες του σωματιδίου στα σημεία Κ και Λ είναι:

$$\upsilon_1 = \frac{R_1 B q}{m} \ (2), \ \upsilon_2 = \frac{R_2 B q}{m} \ (3)$$

Από τις σχέσεις (1), (2), (3) έχουμε:

$$W_{\alpha\nu\tau} = \frac{1}{2}m\left(\frac{R_2^2 B^2 q^2}{m^2} - \frac{R_1^2 B^2 q^2}{m^2}\right) = \frac{B^2 q^2}{2m}\left(R_2^2 - R_1^2\right) \text{ ή } B = \frac{1}{q}\sqrt{\frac{2mW_{\alpha\nu\tau}}{R_2^2 - R_1^2}}$$

Β3. (**i**)

Το χρονικό διάστημα που κάνει η σφαίρα από τη στιγμή που την αφήσαμε ελεύθερη μέχρι να φθάσει στο έδαφος για πρώτη φορά είναι:

$$t_1 = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

Η σφαίρα φθάνει στο δάπεδο με ταχύτητα μέτρου $\sqrt{2hg}$ και αναπηδά με ταχύτητα μέτρου $u_1 = \kappa \cdot \sqrt{2hg}$ (1)

Η θέση της σφαίρας μετά την αναπήδηση περιγράφεται από τη σχέση $y = u_1 t - \frac{1}{2} g t^2$.

Με αντικατάσταση $y = 0$, βρίσκουμε το χρονικό διάστημα ανάμεσα στην πρώτη και στη δεύτερη κρούση $\Delta t = \frac{2u_1}{g}$

Με τη βοήθεια της σχέσης (1), προκύπτει ότι το χρονικό διάστημα ανάμεσα στην πρώτη και τη δεύτερη κρούση είναι: $\Delta t = \frac{2\kappa}{g}\sqrt{2hg}$

Η ταχύτητα της σφαίρας μετά τη δεύτερη κρούση είναι: $u_2 = \kappa^2 \cdot \sqrt{2hg}$

Άρα, το χρονικό διάστημα ανάμεσα στη δεύτερη και την τρίτη κρούση είναι:

$$\Delta t = \frac{2\kappa^2}{g}\sqrt{2hg}$$

Αντίστοιχα και για τα υπόλοιπα χρονικά διαστήματα, επομένως ο ολικός χρόνος είναι ίσος με:

$$\Delta t_{ολικο} = \sqrt{\frac{2h}{g}} + 2\kappa\sqrt{\frac{2h}{g}} + 2\kappa^2\sqrt{\frac{2h}{g}} + \ldots \Rightarrow \Delta t_{ολικο} = \sqrt{\frac{2h}{g}}\left(1 + 2\kappa + 2\kappa^2 + \ldots\right)$$

Δίνεται ότι: $1 + 2\kappa + 2\kappa^2 + 2\kappa^3 + \ldots = \frac{1+\kappa}{1-\kappa}$ για $\kappa < 1$, άρα θα έχουμε:

$$\Delta t_{ολικο} = \sqrt{\frac{2h}{g}}\,\frac{1+}{1-}$$

Το συνολικό χρονικό διάστημα για να σταματήσει να κινείται η σφαίρα από τη στιγμή που την αφήσαμε ελεύθερη να κινηθεί είναι επταπλάσιο από το χρονικό διάστημα που χρειάζεται για να φθάσει για πρώτη φορά στο δάπεδο, οπότε:

$$\Delta t_{ολικο} = 7\sqrt{\frac{2h}{g}} \Rightarrow \sqrt{\frac{2h}{g}}\,\frac{1+}{1-} = 7\sqrt{\frac{}{}} \Rightarrow \frac{+}{-} = 7 \Rightarrow \kappa = -$$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Είναι 4Α=0,8, άρα Α=0,2m και f=N/t=5Hz. Ακόμα λ=0,1m.

Το κύμα που δημιουργεί η πηγή έχει εξίσωση:

$$y = 0,2 \quad (\quad + \quad)(\quad)$$

Γ2. Το στιγμιότυπο περιγράφεται από τη σχέση $y = 0,2 \quad (\quad + \quad)(\quad)$

Για να σχεδιάσουμε το στιγμιότυπο του κύματος, βρίσκουμε πρώτα τη μέγιστη απόσταση στην οποία έχει φθάσει το κύμα μηδενίζοντας τη φάση του κύματος:

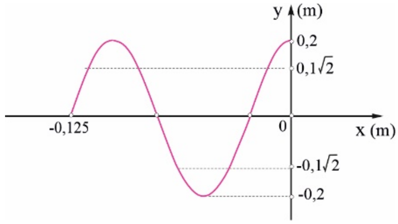
$$2\ (\quad + \quad) = \quad \Rightarrow \quad \cdot \quad + \quad = \quad \Rightarrow$$

$$x = -0{,}125m$$

Ο αριθμός των κυματικών εικόνων είναι:

$$N = \frac{|x|}{\lambda} = \frac{0{,}125m}{0{,}1m} = 1 + \frac{1}{4}$$

Το στιγμιότυπο είναι όπως στο σχήμα.



Για τα σημεία που έχουν ίσες την κινητική και τη δυναμική ενέργειά τους ισχύει ότι:

$$E = K + U = 2U \Rightarrow \frac{1}{2}DA^2 = 2\frac{1}{2}Dy^2 \Rightarrow y = \pm\frac{\sqrt{\ }}{2} = \pm 0{,}1\sqrt{2}m$$

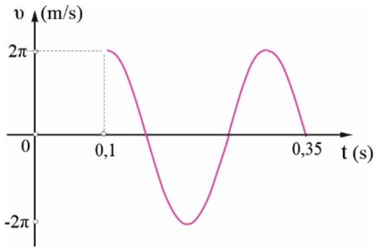
Από το σχήμα βλέπουμε ότι τα σημεία που έχουν K=U και $y = \pm 0{,}1\sqrt{2}m$ είναι πέντε συνολικά.

Γ3. Το σημείο που βρίσκεται στη θέση x= -5cm ξεκινάει να ταλαντώνεται τη στιγμή που έχει μηδενική φάση,

$$2\pi(5t - 10 \cdot 0{,}05) = 0 \Rightarrow t = 0{,}1s$$

Η μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης του σημείου είναι:

$$\upsilon_{max} = \omega A = 2\pi\frac{m}{s}$$

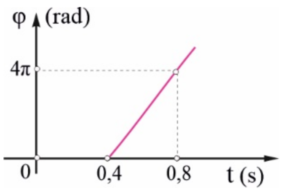


Η σχέση ταχύτητας χρόνου είναι $\upsilon = \omega A \sigma\upsilon\nu\omega t' = 2\pi \cdot \sigma\upsilon\nu 10\pi(t - 0{,}1)(SI)$, οπότε η γραφική παράσταση της ταχύτητάς του με τον χρόνο είναι όπως στο σχήμα.

Γ4. Η συνάρτηση της φάσης με τον χρόνο για το σημείο που βρίσκεται στην θέση x= -0,2m είναι:

$$\varphi = 2\pi\left(\frac{t}{T} + \frac{x}{\ }\right) = 10\pi t - 4\pi(S.I.)$$

Οπότε η γραφική παράσταση φάσης - χρόνου είναι όπως στο σχήμα.



Γ5. Τα σημεία που έχουν αρνητική απομάκρυνση βρίσκονται στις θέσεις:

$$-0{,}1\sqrt{2}m = 0{,}2 \qquad (\ \cdot \quad + \quad) \Rightarrow \begin{Bmatrix} x_1 = -\frac{3}{80}m \\ x_2 = -\frac{5}{80}m \end{Bmatrix}$$

Τα σημεία αυτά έχουν διαφορά φάσης μεταξύ τους ίση με:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = 2\pi \frac{x_1 - x_2}{\lambda} = 2\pi \frac{2/80}{1/10} \text{rad} \Rightarrow \varphi_1 - \varphi_2 = \frac{\pi}{2} \text{rad}$$

Μεγαλύτερη φάση ταλάντωσης έχει το σημείο που βρίσκεται πιο κοντά στην αρχή των αξόνων δηλαδή το $x_1 = -\frac{3}{80}\text{m}$.

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Το πλαίσιο έχει ολική αντίσταση

$$R = 0,05\frac{\Omega}{\text{m}} \cdot 4\text{m} \Rightarrow R = 0,2\Omega$$

και διαρρέεται από ρεύμα έντασης:

$$I = \frac{E}{R} = \frac{10}{0,2}\text{A} = 50\text{A}$$

Άρα, η δύναμη Laplace που ασκείται στο μέσο της κάτω πλευράς έχει φορά προς τα πάνω και μέτρο ίσο με:

$$F_L = BI \quad = \quad \cdot \quad \cdot \quad \Rightarrow \ _L =$$

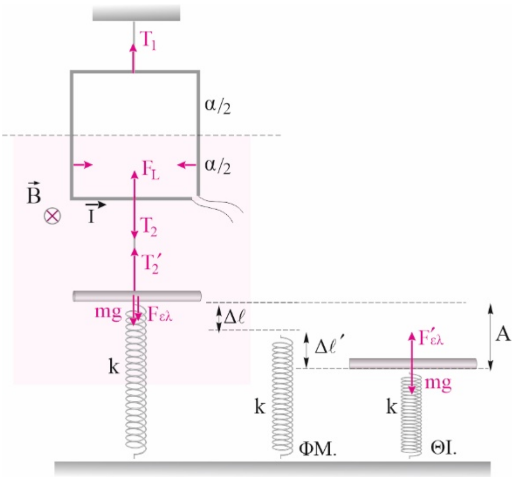
Οι δυνάμεις από το μαγνητικό πεδίο που ασκούνται στις δύο κάθετες πλευρές εξουδετερώνονται μεταξύ τους και η συνολική ροπή όλων των δυνάμεων είναι μηδενική.

Δ2. Από την ισορροπία του πλαισίου έχουμε:

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow T_1 + F_L = T_2 = 15\text{N}$$

Από την ισορροπία του αγωγού:

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow mg + k\Delta l = T_2' = 15\text{N} \Rightarrow$$
$$\Delta l = 0,05\text{m}, \quad (T_2 = T_2')$$



Άρα το ελατήριο είναι επιμηκυμένο σε σχέση με το φυσικό του μήκος κατά 0,05m.

Η απόσταση ανάμεσα στη θέση ισορροπίας της ταλάντωσης και το φυσικό μήκος είναι ίση με:

$$mg = F'_{\varepsilon\lambda} \Rightarrow mg = k \quad ' \Rightarrow \quad ' =$$

οπότε το πλάτος της ταλάντωσης είναι:

$$A = \quad + \quad ' =$$

Η αρχική φάση της ταλάντωσης είναι ίση με π/2 γιατί το σώμα ξεκινάει την t=0 από την ακραία θετική θέση της ταλάντωσης.

Η γωνιακή συχνότητα της ταλάντωσης είναι:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = 10\frac{r}{s}$$

Άρα, εξίσωση απομάκρυνσης - χρόνου είναι:

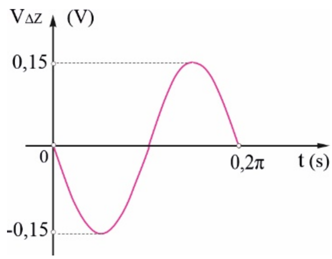
$$y = \quad (\quad + \quad _o) = \quad \left(\quad + \frac{\pi}{2}\right)(\quad)$$

Δ3. Όταν η δυναμική ενέργεια της ταλάντωσης είναι ίση με τη δυναμική ενέργεια του ελατηρίου για πρώτη φορά τότε η απόσταση του σώματος από το φυσικό μήκος θα είναι ίση με την απόσταση του σώματος από τη θέση ισορροπίας, άρα θα είναι ίσες στο μισό της απόστασης ανάμεσα σε αυτές τις δύο θέσεις, οπότε η απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας θα είναι x=0,05m. Σε αυτή την απομάκρυνση ο ρυθμός μεταβολής της ορμής είναι:

$$\frac{dp}{dt} = -k\,x = -5N$$

Η ταχύτητα από ΑΔΕΤ είναι: $\upsilon = -\omega\sqrt{A^2 - x^2} = -\sqrt{2}$ m/s

Δ4. Καθώς ο αγωγός ταλαντώνεται η διαφορά δυναμικού στα άκρα του λόγω επαγωγής είναι:



$$V_{\Delta Z} = \quad = \quad (\quad + \quad _o) =$$

$$0{,}1 \cdot 10 \cdot 0{,}15 \cdot 1 \cdot \quad \left(\quad + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$V_{\Delta Z} = 0{,}15 \quad \left(\quad + \frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow \quad _{\Delta Z} = - \quad (\quad)$$

Η γραφική παράσταση της τάσης με τον χρόνο σε μια περίοδο της ταλάντωσης είναι όπως στο σχήμα.

Παρατηρούμε ότι αλλάζει η πολικότητα της διαφοράς δυναμικού καθώς αλλάζει η φορά κίνησης του αγωγού.

Δ5. Ο λαμπτήρας έχει ωμική αντίσταση:

$$R_\Lambda = \frac{V_k^2}{P_k} = 10$$

Οι αντιστάσεις του αγωγού και του λαμπτήρα συνδέονται σε σειρά, άρα η ολική αντίσταση είναι:

$$R_{o\lambda} = 10 \quad + \quad =$$

Το μέγιστο ρεύμα στο κύκλωμα είναι:

$$I_{max} = \frac{V_{max}}{R_{o\lambda}} = \frac{0{,}15}{20}A = 0{,}0075A$$

Άρα η μέγιστη τάση στα άκρα του λαμπτήρα είναι:

$$V_{\Lambda,max} = I_{max}R_\Lambda = 0{,}075\text{Volt}$$

Για να λειτουργεί κανονικά ο λαμπτήρας θα πρέπει η ενεργός τάση στα άκρα του να είναι ίση με 10Volt. Εδώ όμως η ενεργός τάση είναι:

$V_{\Lambda,\varepsilon\nu} = \frac{V_{\Lambda,max}}{\sqrt{2}} = \frac{0,075}{\sqrt{2}}V$ πολύ μικρότερη των 10V.

Άρα, ο λαμπτήρας υπολειτουργεί.