

## Λύσεις κριτηρίου 40

### ΘΕΜΑ Α

A1.α    A2.α    A3.γ    A4.β    A5. α. Λ   β. Λ   γ. Σ   δ. Σ   ε. Σ

### ΘΕΜΑ Β

#### B1. (i)

Το σωματίδιο κάνει ελικοειδή τροχιά με το βήμα της έλικας να είναι ίσο με:

$$\beta = v \sin 60^\circ T = \frac{vT}{2} \quad (1)$$

Η περίοδος περιστροφής μέσα στο μαγνητικό πεδίο είναι:

$$T = \frac{2\pi m}{Bq} \quad (2)$$

Η ένταση του μαγνητικού πεδίου του σωληνοειδούς είναι:

$$B = \frac{\mu_0 N_{\text{σωλ.}} I}{L} \quad (3)$$

$$T = \frac{2\pi m}{q \mu_0 N_{\text{σωλ.}} I} \quad (4)$$

Από (2) και (3) έχουμε:

$$\beta = \frac{vT}{2} = \frac{\pi m}{q \mu_0 N_{\text{σωλ.}}} vL \quad (5)$$

Από (1) και (4) έχουμε:

Εάν διαιρέσουμε το μήκος του σωληνοειδούς με το βήμα της έλικας βρίσκουμε τον αριθμό των στροφών

$$N_{\text{στρ.}} = \frac{L}{\beta} = \frac{\mu_0 N_{\text{σωλ.}} I}{\pi m v} \Rightarrow \frac{N_{\text{στρ.}}}{N_{\text{σωλ.}}} = \frac{\mu_0 I}{\pi m v}$$

#### B2. (iii)

Η οριζόντια απόσταση ανάμεσα στα σημειακά σώματα είναι:

$$\delta = \beta_1 - \beta_2 = 7\beta_2 \Rightarrow \beta_1 = 8\beta_2 \Rightarrow v_1 t_1 = 8v_2 t_2 \quad (1)$$

Για τις ταχύτητες αποκόλλησης των δύο σωμάτων έχουμε:

$$v_1 = 2\omega R, \quad v_2 = \omega R + \omega(R - d) = \omega(2R - d)$$

Για τους χρόνους καθόδου των δύο σωμάτων έχουμε:

$$t_1 = \sqrt{\frac{2 \cdot 2R}{g}}, \quad t_2 = \sqrt{\frac{2 \cdot (2R - d)}{g}}$$

Με αντικατάσταση στην (1) παίρνουμε:

$$2\omega R \sqrt{\frac{2 \cdot 2R}{g}} = 8\omega(2R - d) \sqrt{\frac{2 \cdot (2R - d)}{g}} \Rightarrow 16R^3 = 64 \cdot (2R - d)^2 \cdot 2 \cdot (2R - d) \Rightarrow$$

$$R^3 = 2^3 \cdot (2R - d)^3 \Rightarrow R = 2 \cdot (2R - d) \Rightarrow d = \frac{3}{2}R$$

### B3. (i)

Μέσα στον σωλήνα το φωτόνιο υφίσταται διαδοχικές ελαστικές κρούσεις και δεν χάνει ενέργεια. Με βάση την αρχή της επαλληλίας των κινήσεων το χρονικό διάστημα που απαιτείται για να εξέλθει το φωτόνιο από τον σωλήνα είναι ίσο με το χρονικό διάστημα της ευθύγραμμης ομαλής κίνησής του κατά μήκος του οριζόντιου άξονα. Άρα θα έχουμε:

$$c \cdot \Delta t = L \Rightarrow \Delta t = \frac{2L}{c} \quad (1)$$

Από τη σκέδαση Compton έχουμε:

$$\lambda' - \lambda = \frac{h}{mc} \left(1 - \frac{1}{2}\right) = \frac{h}{2mc} \Rightarrow \lambda' = \frac{h}{mc} + \frac{h}{2mc} = \frac{3h}{2mc}$$

Με τη βοήθεια της σχέσης de Broglie βρίσκουμε:

$$p' = \frac{h}{\lambda'} = \frac{2mc}{3} \Rightarrow c = \frac{3p}{2m} \quad (2)$$

$$\Delta t = \frac{4Lm}{3p'}$$

Από (1) και (2) έχουμε:

### ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Για τη θέση ισορροπίας της ταλάντωσης έχουμε:

$$\Sigma F = 0 \Rightarrow F - F_{\varepsilon\lambda} = 0 \Rightarrow F - k\Delta x = 0 \quad (1)$$

Σε μία τυχαία θέση του σώματος που απέχει  $x$  από τη θέση ισορροπίας της ταλάντωσης, η  $\Sigma F$  είναι ίση με:

$$\Sigma F = F - F_{\varepsilon\lambda} = F - k(\Delta x), \text{ η οποία με τη βοήθεια της (1) δίνει:}$$

$$\Sigma F = -kx$$

Άρα το σώμα εκτελεί Α.Α.Τ. με  $D=k=200N/m$ .

Γ2. Σύμφωνα με τη σχέση (1), στη θέση ισορροπίας της ταλάντωσης το ελατήριο είναι

$$\text{επιμηκυμένο κατά } \Delta x = \frac{F}{k} = 0,1m$$

Το έργο της  $F$  από τη θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου μέχρι τη θέση ισορροπίας της ταλάντωσης, μετατρέπεται αφενός σε δυναμική ενέργεια του ελατηρίου αφετέρου σε κινητική ενέργεια του σώματος, η οποία θα είναι η  $K_{\max}$  της ταλάντωσης, δηλαδή η ενέργεια της ταλάντωσης.

$$W_F = U_{\varepsilon\lambda} + K_{\max} \Rightarrow W_F = U_{\varepsilon\lambda} + E_{\tau} \Rightarrow F\Delta x = \frac{1}{2}k\Delta x^2 + \frac{1}{2}kA^2 \Rightarrow A = 0,1m$$

**Γ3.** Η κατάργηση της δύναμης θα προκαλέσει μετατόπιση της θέσης ισορροπίας στο φυσικό μήκος του ελατηρίου. Επειδή η κατάργηση γίνεται στην ακραία θέση, η θέση αυτή θα αποτελεί και ακραία θέση της νέας ταλάντωσης, οπότε το πλάτος της νέας ταλάντωσης θα είναι  $A' = A + \Delta \Rightarrow A' = 0,2\text{m}$ .

Η μέγιστη ταχύτητα της νέας ταλάντωσης είναι  $v_{\max} = \omega A'$  (2)

Η συχνότητα διελεύσεων του σώματος από τη θέση ισορροπίας της ταλάντωσης είναι ίση με

$$f_{\text{δελ.}} = \frac{10}{\pi} \text{ Hz}, \quad \text{άρα η συχνότητα της ταλάντωσης είναι} \quad f = \frac{5}{\pi} \text{ Hz} \quad \text{και} \quad \omega = 2\pi f = 10 \frac{\text{rad}}{\text{s}}.$$

$$v_{\max} = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Με αντικατάσταση στη (2) παίρνουμε:

Από την αρχή διατήρησης της ενέργειας για την ταλάντωση θα βρούμε την απομάκρυνση  $d$  στην οποία η ταχύτητα έχει μέτρο  $1\text{m/s}$ .

$$\frac{1}{2}kA'^2 = \frac{1}{2}mv_1^2 + \frac{1}{2}kd^2 \Rightarrow d = \pm \sqrt{A'^2 - \frac{m}{k}v_1^2} = \pm \sqrt{A'^2 - \frac{v_1^2}{\omega^2}} \Rightarrow d = \pm 0,1\sqrt{3}\text{m}$$

$$\frac{U_{\text{ελ.}}}{K} = \frac{\frac{1}{2}kd^2}{\frac{1}{2}kA'^2 - \frac{1}{2}kd^2} \Rightarrow \frac{U_{\text{ελ.}}}{K} = 3$$

$$\frac{dp}{dt} = \Sigma F$$

**Γ4.** Ο ρυθμός μεταβολής της ορμής,  $\frac{dp}{dt}$ , μηδενίζεται στη θέση ισορροπίας, οπότε:

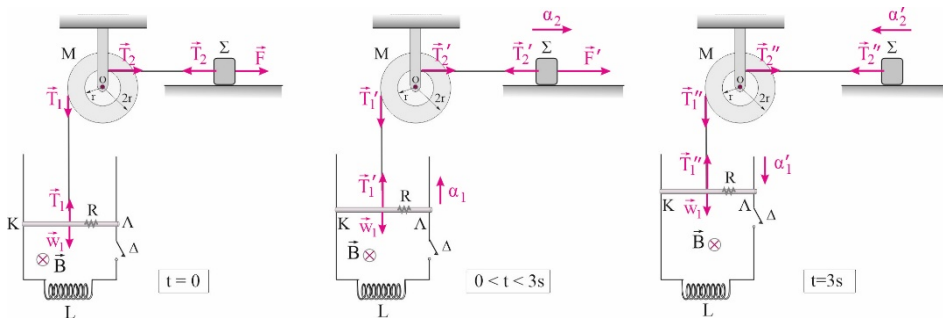
$$\Delta p = mv_{\max} - 0 \quad (3)$$

Η μάζα του σώματος βρίσκεται από τη σχέση της κυκλικής συχνότητας

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow m = 2\text{kg}$$

Με αντικατάσταση στη σχέση (3) παίρνουμε  $\Delta p = 4\text{kgm/s}$

### ΘΕΜΑ Δ



**Δ1.** Από την ισορροπία του αγωγού 1 έχουμε:

$$T_1 - m_1 g = 0 \Rightarrow T_1 = 0,5 \text{ N}$$

Από την ισορροπία της τροχαλίας έχουμε:

$$T_1 2r = T_2 r \Rightarrow T_2 = 1 \text{ N}$$

Από την ισορροπία του σώματος στο οριζόντιο λείο δάπεδο έχουμε:

$$F = T_2 = 1 \text{ N}$$

Η δύναμη που δέχεται η τροχαλία από τον άξονα περιστροφής της έχει μέτρο:

$$F_{\text{τρ}} = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = \sqrt{T_2^2 + (T_1 + Mg)^2} = \sqrt{1 + 25} \Rightarrow F_{\text{τρ}} = \sqrt{26} \text{ N}$$

**Δ2.** Για τον αγωγό ΚΛ ισχύει ότι:

$$T_1 - m_1 a_1 = 0 \Rightarrow a_1 = \frac{0,7 - 0,5 \text{ m}}{0,05 \text{ s}^2} \Rightarrow a_1 = \frac{m}{s^2}$$

Οι μεταφορικές επιταχύνσεις του αγωγού και του σώματος αντίστοιχα, καθώς και η γωνιακή επιτάχυνση της τροχαλίας συνδέονται με τις σχέσεις:

$$a_{\gamma} = \frac{\alpha_1}{2r} = \frac{\alpha_2}{r} \Rightarrow \alpha_2 = 2 \frac{m}{s^2}$$

Η νέα δύναμη που ασκείται στο σώμα Σ έχει μέτρο  $F' = 1,8 \text{ N}$ .

Για το σώμα Σ ισχύει ότι:

$$F' - T_2' = m_2 a_2' \Rightarrow a_2' = \frac{F' - T_2'}{m_2} = \frac{1,8 - 1}{0,05} \Rightarrow a_2' = \frac{16}{s^2}$$

**Δ3.** Από την  $t=3\text{s}$  και μετά ο αγωγός ΚΛ και το σώμα Σ κάνουν επιβραδυνόμενη κίνηση.

Άρα, αλλάζουν οι τάσεις και οι επιταχύνσεις των σωμάτων.

$$a_1' = -\frac{20 \text{ m}}{3 \text{ s}^2} \Rightarrow a_2' = -\frac{10 \text{ m}}{3 \text{ s}^2}$$

Για να βρούμε τον αριθμό των περιστροφών βρίσκουμε τη γωνία περιστροφής στα δύο χρονικά διαστήματα.

Από 0 έως 3s που κάνει επιταχυνόμενη ισχύει ότι:

$$\alpha_{\gamma} = \frac{\alpha_2}{r} = \frac{2 \text{ rad}}{0,1 \text{ s}^2} \Rightarrow \alpha_{\gamma} = 20 \frac{\text{rad}}{\text{s}^2} \quad N_1 = \frac{\Delta\phi_1}{2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot 2 = \frac{1}{2} \cdot 2 = 1 \Rightarrow N_1 = \frac{45}{2} \text{ στρ}$$

Στο τέλος της επιταχυνόμενης κίνησης η τροχαλία έχει αποκτήσει γωνιακή ταχύτητα ίση με

$$\omega_1 = \frac{\alpha_2 t}{r} = \frac{2 \cdot 3 \text{ r}}{0,1 \text{ s}} \Rightarrow \omega_1 = 60 \frac{\text{r}}{\text{s}}$$

Για το διάστημα που η τροχαλία κάνει επιβραδυνόμενη κίνηση ισχύει ότι:

$$\alpha_{\gamma}' = \frac{\alpha_2'}{r} = \frac{-10/3 \text{ r}}{0,1 \text{ s}^2} \Rightarrow \alpha_{\gamma}' = -\frac{100 \text{ r}}{3 \text{ s}^2}$$

Ο αριθμός των περιστροφών  $N_2$  είναι:

$$N_2 = \frac{\Delta\phi_2}{2} = \frac{\frac{\omega_1^2}{2|\alpha'|_\gamma}}{4|\gamma|} = \frac{\omega_1^2}{4|\gamma|} = \frac{3600}{4 \cdot \frac{100}{3}} \text{ στρ} \Rightarrow N_2 = \frac{27}{\pi} \text{ στρ}$$

Άρα ο συνολικός αριθμός των περιστροφών είναι:

$$N_1 + N_2 = \frac{45}{\pi} \text{ στρ} + \frac{27}{\pi} \text{ στρ} \Rightarrow N_1 + N_2 = \frac{72}{\pi} \text{ στρ}$$

**Δ4.** Ο 2ος κανόνας Kirchhoff για το κύκλωμα δίνει

$$E_{\text{επ}} - L \frac{di}{dt} - iR = 0 \Rightarrow E_{\text{επ}} = L \frac{di}{dt} + iR \quad (1),$$

$$U_B = \frac{1}{2} Li^2 \Rightarrow i = \sqrt{\frac{2U_B}{L}} \Rightarrow i = 2A$$

Από τη σχέση  $i = 0,5t - 2,4$  (SI) προκύπτει  $\frac{di}{dt} = 0,5 \frac{A}{s}$

Με αντικατάσταση στην (1) παίρνουμε

$$E_{\text{επ}} = 0,1H \cdot 0,5 \frac{A}{s} + 2A \cdot 0,1\Omega \Rightarrow E_{\text{επ}} = 0,25V$$