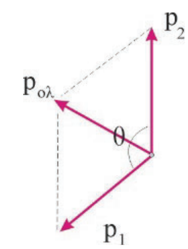
Λύσεις κριτηρίου 2

ΘΕΜΑ Α

Α1. (δ) **Α**2. (δ) **Α**3. (α) **Α**4. (α) **Α5**. α. Σ β. Λ γ. Λ δ. Σ ε. Λ

ΘΕΜΑ Β

Β1. (ii)



Τα μέτρα των ορμών είναι ίσα, p_1=p_2, επομένως

$$|\vec{p}_1| = |\vec{p}_2| \;,\; p_{ολ} = \sqrt{p_1^2 + p_2^2 + 2p_1p_2συν120°} = p_1 \;\Rightarrow$$

$$2mV = mυ \;\Rightarrow\; V = \frac{υ}{2} \;,\; (1)$$

Σύμφωνα με την ΑΔΕ

$$Q = K_{αρχ} - K_{τελ} = \frac{1}{2}mυ^2 + \frac{1}{2}mυ^2 - \frac{1}{2}2mV^2 = mυ^2 - m\frac{υ^2}{4} \;\Rightarrow\; Q = \frac{3}{4}mυ^2$$

Β2. (i)

Περίπτωση (α): ΑΔΕ: $K = \frac{1}{2}mυ^2 = E_{απαιτ}$

Περίπτωση (β): ΑΔΟ: $mυ' = (M+m)V \;\Rightarrow$

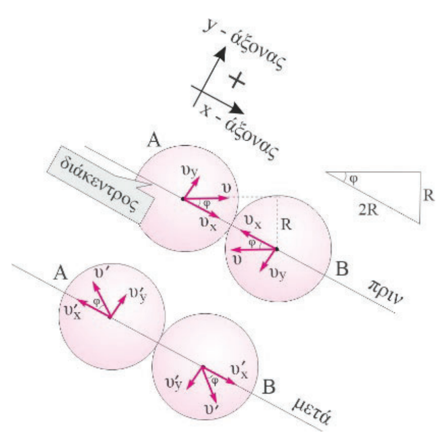
$$V = \frac{mυ'}{M+m} \;,\; (1)$$

ΑΔΕ: $K' = E_{απαιτ} + K_{συσ} = K + \frac{1}{2}(M+m)V^2 \xrightarrow{(1)}$

$$\frac{1}{2}mυ'^2 = \frac{1}{2}mυ^2 + \frac{1}{2}(M+m)\frac{m^2υ'^2}{(M+m)^2} \;\Rightarrow\; K' = K + K'\frac{m}{M+m} \;\Rightarrow\; K' = \frac{M+m}{M}K$$

Β3. (iii)

Η κρούση γίνεται κατά μήκος της διακέντρου (ευθεία που ενώνει τα κέντρα των σφαιρών), δηλαδή στον άξονα x. Επειδή οι σφαίρες έχουν ίδιες μάζες, ανταλλάσσουν ταχύτητες. Στον άξονα y, δεν ασκήθηκε δύναμη στις σφαίρες και διατήρησαν τις ταχύτητές τους. Από τη γεωμετρία, μπορούμε να υπολογίσουμε τη γωνία φ.



$$ημφ = \frac{R}{2R} = \frac{1}{2} \;\Rightarrow\; φ = 30°$$

Άξονας-x: (λίγο πριν την κρούση): $υ_x = υσυνφ = \frac{υ\sqrt{3}}{2}$

Άξονας-y: (λίγο πριν την κρούση): $\upsilon_y = \upsilon\eta\mu\varphi = \dfrac{\upsilon}{2}$

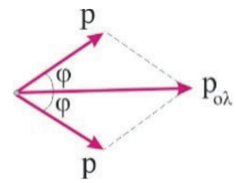
Τα μέτρα των ταχυτήτων μετά την κρούση διατηρήθηκαν.

Η μεταβολή της ορμής για κάθε σφαίρα οφείλεται στον άξονα-x. Επομένως

$$\Delta p_{(A)} = -m\upsilon'_x - m\upsilon_x = -m\upsilon\frac{\sqrt{3}}{2} - m\upsilon\frac{\sqrt{3}}{2} = -2m\upsilon\frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \left|\Delta p_{(A)}\right| = \left|\Delta p_{(B)}\right| = p\sqrt{3}$$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Από το διάγραμμα ορμών παίρνουμε:

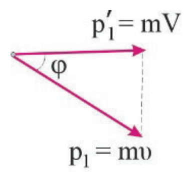


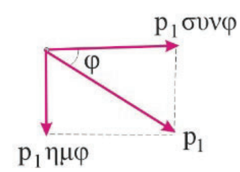
$$p_{o\lambda} = \sqrt{p^2 + p^2 + 2p^2\sigma\upsilon\nu 60^\circ} \Rightarrow p_{o\lambda} = p\sqrt{3} = m\upsilon\sqrt{3} \Rightarrow$$
$$p_{o\lambda} = \sqrt{3}\ \mathrm{kg\,m/s}$$

Γ2. $p_{o\lambda} = 2mV \Rightarrow m\upsilon\sqrt{3} = 2mV \Rightarrow V = \upsilon\dfrac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}\dfrac{m}{s}$

Από τη διανυσματική σύνθεση των ορμών βλέπουμε ότι το συσσωμάτωμα θα κινηθεί πάνω στον άξονα x'x μετά την κρούση.

Γ3.





$$\Delta p_{1x} = p'_1 - p_1\sigma\upsilon\nu\varphi = m\upsilon\frac{\sqrt{3}}{2} - m\upsilon\frac{\sqrt{3}}{2} = 0\ ,$$

$$\Delta p_{1y} = 0 - p_1\eta\mu\varphi = -\frac{m\upsilon}{2}$$

$$\left|\Delta p_1\right| = \sqrt{\Delta p_{1x}^2 + \Delta p_{1y}^2} = \frac{m\upsilon}{2} = 0{,}5\,\mathrm{kg}\frac{m}{s}$$

Η ορμή του συστήματος διατηρείται, επομένως, ισχύει $\Delta p_1 = -\Delta p_2 \Rightarrow \left|\Delta p_1\right| = \left|\Delta p_2\right|$

Γ4.

$$\Pi(\%) = \frac{\frac{1}{2}2mV^2 - \left(\frac{1}{2}m\upsilon^2 + \frac{1}{2}m\upsilon^2\right)}{\frac{1}{2}m\upsilon^2 + \frac{1}{2}m\upsilon^2}100\% = \frac{V^2 - \upsilon^2}{\upsilon^2}100\% \Rightarrow \Pi(\%) = -25\%$$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Εφαρμόζουμε την ΑΔΕ στα (Α) και (Γ).

$$U_{(A)} = K_{(\Gamma)} + Q \Rightarrow m_1 gR = \frac{1}{2}m_1\upsilon_\Gamma^2 + \frac{m_1 gR}{4} \Rightarrow \upsilon_\Gamma = \sqrt{\frac{3gR}{2}} = 6\frac{m}{s}$$

Δ2.

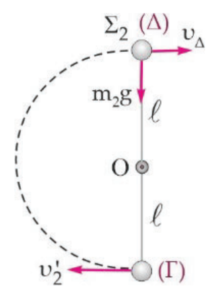
$$K_2' = \frac{75}{100}K_1 \;\Rightarrow\; K_1' = \frac{25}{100}K_1 \;\Rightarrow\; \frac{1}{2}m_1\upsilon_1'^2 = \frac{1}{4}\frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2 \;\Rightarrow\; \upsilon_1' = -\frac{\upsilon_1}{2}$$

το αρνητικό πρόσημο γιατί το σώμα $Σ_1$ μετά την κρούση επιστρέφει. Άρα

$$\upsilon_1' = -\frac{\upsilon_1}{2} \;\Rightarrow\; \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\upsilon_1 = -\frac{\upsilon_1}{2} \;\Rightarrow\; \frac{m_2}{m_1} = 3$$

Δ3. Μετά την κρούση το $Σ_2$ αποκτά ταχύτητα $\upsilon_2' = \dfrac{2m_1}{m_1 + m_2}\upsilon_1 = 3\dfrac{m}{s}$

Για οριακή ανακύκλωση, στη θέση (Δ) το νήμα τείνει να χαλαρώσει και η κεντρομόλος δύναμη είναι το βάρος του $Σ_2$.



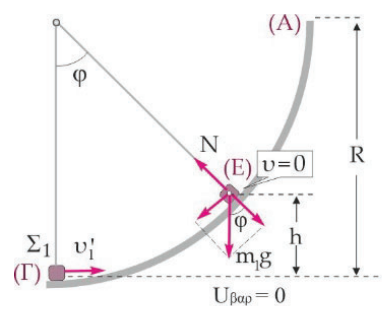
$$F_k = m_2 g \;\Rightarrow\; \frac{m_2\upsilon_\Delta^2}{\ell} = m_2 g \;\Rightarrow\; \upsilon_\Delta = \sqrt{\ell g} \quad , \quad (1)$$

ΘΜΚΕ για το $Σ_2$ από το (Γ) στο (Δ):

$$\frac{1}{2}m\upsilon_\Delta^2 - \frac{1}{2}m\upsilon_2'^2 = -m_2 g \cdot 2\ell \xrightarrow{(1)} \ell = \frac{\upsilon_2'^2}{5g} = 0{,}18\text{m}$$

Δ4. Μετά την κρούση το $Σ_1$ αποκτά ταχύτητα

$$\upsilon_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\upsilon_1 = -3\frac{m}{s}$$



Εφαρμόζουμε την ΑΔΕ στα (Γ) και (Ε).

$$K_{(\Gamma)} = U_{(E)} + \frac{K_{(\Gamma)}}{3} \;\Rightarrow\; \frac{2}{3}K_{(\Gamma)} = U_{(E)} \;\Rightarrow$$

$$\frac{2}{3}\frac{1}{2}m\upsilon_1'^2 = m_1 g h \;\Rightarrow\; h = \frac{\upsilon_1'^2}{3g} = 0{,}3\text{m}$$

Από τη γεωμετρία του σχήματος έχουμε: $\sigma\upsilon\nu\varphi = \dfrac{R-h}{R} = \dfrac{21}{24} = \dfrac{7}{8}$

Στη θέση (Ε) όπου το $Σ_1$ είναι στιγμιαία σταματημένο έχουμε

$$N = m_1 g \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi = 10 \cdot \frac{7}{8}N \;\Rightarrow\; N = 8{,}75N$$