Λύσεις κριτηρίου 3

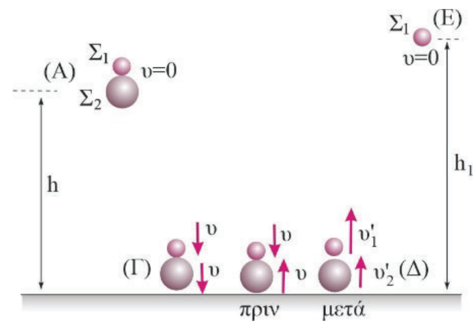
ΘΕΜΑ Α

Α1. (β) **Α**2. (β) **Α**3. (α) **Α**4. (γ) **Α5**. α. Σ β. Σ γ. Σ δ. Λ ε. Λ

ΘΕΜΑ Β

Β1. (ii)

Εφαρμόζουμε ΘΜΚΕ από το (Α) μέχρι τη θέση (Γ) λίγο πριν κτυπήσουν στο έδαφος. Τα δύο σώματα αφήνονται από το ίδιο ύψος, άρα θα έχουν ταχύτητες ίδιου μέτρου.



$$\frac{1}{2}m\upsilon^2 - 0 = mgh \Rightarrow \upsilon = \sqrt{2gh} \quad , \quad (1)$$

Η σφαίρα $Σ_2$ κτυπάει πρώτη στο έδαφος ελαστικά και αντιστρέφει την ταχύτητά της. Επομένως λίγο πριν την κρούση οι σφαίρες έχουν αντίθετες ταχύτητες. Η ταχύτητα της $Σ_1$ αμέσως μετά την κρούση δίνεται από τη σχέση

$$\upsilon_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\upsilon - \frac{2m_2}{m_1 + m_2}\upsilon = -\frac{\upsilon}{2} - \frac{3\upsilon}{2} \Rightarrow \upsilon_1' = -2\upsilon$$

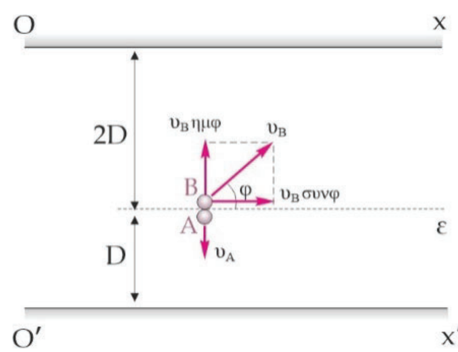
Άρα η $Σ_1$ μετά την κρούση θα ανέβει με ταχύτητα μέτρου 2υ.

Εφαρμόζουμε ΘΜΚΕ από το (Δ) μέχρι τη θέση (Ε) όπου η $Σ_1$ θα σταματήσει στιγμιαία.

$$0 - \frac{1}{2}m_1\upsilon_1'^2 = -m_1gh_1 \Rightarrow h_1 = \frac{\upsilon_1'^2}{2g} \xrightarrow{(1)} h_1 = 4h$$

Β2. (i)

Εφόσον τα σώματα φτάνουν ταυτόχρονα στα τοιχώματα ισχύει



Για το Α: $D = \upsilon_A t$, Για το Β: $2D = \upsilon_B \cdot ημ30°t$

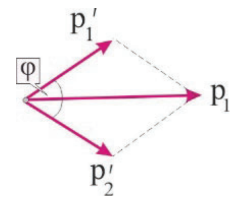
Επομένως $\upsilon_B = 4 \cdot \upsilon_A$

Όταν το Α φτάνει στην πάνω πλάκα: $t_1 = \dfrac{4D}{\upsilon_A}$

Στον ίδιο χρόνο το Β θα έχει διανύσει απόσταση στον άξονα y:

$$y = \upsilon_B ημ30°t_1 = 4\upsilon_A \frac{1}{2}\frac{4D}{\upsilon_A} \Rightarrow y = 8D$$

Αρα τη στιγμή t_1 το Β βρίσκεται στην πάνω πλάκα.



Β3. (ii)

Από το διάγραμμα ορμών έχουμε:

$$p_1 = \sqrt{p_1'^2 + p_2'^2 + 2p_1' p_2' \sigma\upsilon\nu 60^\circ} = \sqrt{p_1'^2 + p_1'^2 + 2p_1'^2 \frac{1}{2}} \Rightarrow p_1^2 = 3p_1'^2 \quad , \ (1)$$

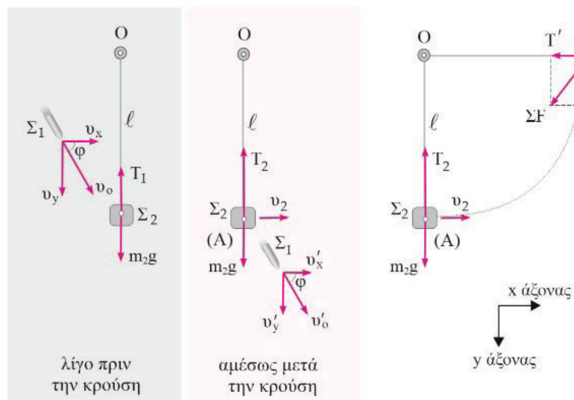
Η κρούση είναι ελαστική. Εφαρμόζοντας την ΑΔΜΕ παίρνουμε:

$$K_1 = K_1' + K_2' \Rightarrow \frac{p_1^2}{2m_1} = \frac{p_1'^2}{2m_1} + \frac{p_1'^2}{2m_2} = \frac{p_1'^2}{2}\left(\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2}\right) \xrightarrow{(1)} \frac{3p_1'^2}{m_1} = p_1'^2\left(\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2}\right) \Rightarrow \frac{m_1}{m_2} = 2$$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Η ορμή διατηρείται στον x άξονα. Εφαρμόζουμε την ΑΔΟ για τα σώματα Σ_1 – Σ_2 στον x άξονα λίγο πριν και μετά την κρούση.

$$m_1 \upsilon_o \sigma\upsilon\nu\varphi = m_2 \upsilon_2 + m_1 \upsilon_x' \Rightarrow \upsilon_2 = 6\frac{m}{s}$$



Γ2. Πριν την κρούση: $T_1 = m_2 g = 10N$

Μετά την κρούση: $T_2 - m_2 g = \frac{m_2 \upsilon_2{}^2}{\ell} \Rightarrow T_2 = 50N$

Γ3. Για οριακή ανακύκλωση, στην ανώτερη θέση το νήμα είναι χαλαρό και η κεντρομόλος δύναμη είναι το βάρος του Σ_2.

$$F_k = m_2 g \Rightarrow \frac{m_2 \upsilon_{\alpha\nu}^2}{\ell} = m_2 g \Rightarrow \upsilon_{\alpha\nu} = \sqrt{\ell g} \quad , \ (1)$$

Η ταχύτητα υ_2' του Σ_2 αμέσως μετά την κρούση για οριακή ανακύκλωση θα υπολογιστεί με εφαρμογή του ΘΜΚΕ για το Σ_2 από τη θέση (Α) μέχρι την ψηλότερη θέση.

$\frac{1}{2} m_2 \upsilon_{\alpha\nu}^2 - \frac{1}{2} m_2 \upsilon_2'^2 = -m_2 g \cdot 2\ell \xrightarrow{(1)} \upsilon_2' = \sqrt{5g\ell} = \sqrt{45}\frac{m}{s}$ Επειδή $\upsilon_2 < \upsilon_2'$ το σώμα δεν κάνει ανακύκλωση.

Γ4. Εφαρμόζουμε το ΘΜΚΕ από το (Α) μέχρι το νήμα να βρεθεί σε οριζόντια θέση (Γ).

$$\frac{1}{2} m_2 \upsilon'^2 - \frac{1}{2} m_2 \upsilon_2{}^2 = -m_2 g \ell \Rightarrow \upsilon' = \sqrt{\upsilon_2{}^2 - 2g\ell} = 3\sqrt{2}\frac{m}{s}$$

Η τάση του νήματος δίνεται από τη σχέση της κεντρομόλου $T' = \frac{m_2 \upsilon'^2}{\ell} \Rightarrow T' = 20N$

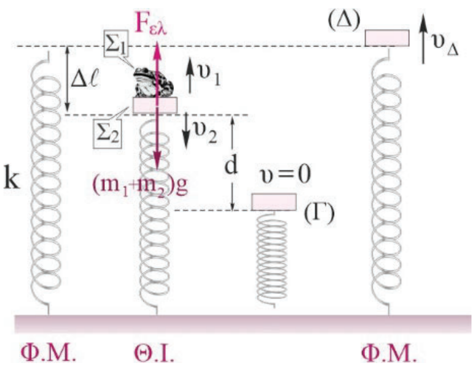
Το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της ορμής είναι $\frac{dp}{dt} = \Sigma F = \sqrt{T'^2 + (m_2 g)^2} = 10\sqrt{5}N$

Ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας του $Σ_2$ είναι

$$\frac{dK}{dt} = ΣF_y \cdot υ' = -m_2 g \cdot υ' \Rightarrow \frac{dK}{dt} = -30\sqrt{2}\,\frac{J}{s}$$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Εφαρμόζουμε την ΑΔΟ για το σύστημα των $Σ_1$-$Σ_2$ λίγο πριν και αμέσως μετά την αναπήδηση του βατράχου.



$$p_{αρχ} = p_{τελ} \Rightarrow 0 = m_1 υ_1 - m_2 υ_2 \quad , \ (1)$$

Ο βάτραχος μετά την αναπήδηση φτάνει σε ύψος h, επομένως

$$\frac{1}{2} m_1 υ_1^2 = m_1 g h \Rightarrow υ_1 = \sqrt{2gh} = 2\sqrt{6}\,\frac{m}{s}$$

Αντικαθιστώντας την $υ_1$ στη σχέση (1) παίρνουμε

$$υ_2 = \frac{m_1 υ_1}{m_2} = \sqrt{6}\,\frac{m}{s}$$

Δ2. Η χημική ενέργεια που δαπάνησε ο βάτραχος κατά την αναπήδηση ισούται με το άθροισμα των κινητικών ενεργειών των $Σ_1$ και $Σ_2$ αμέσως μετά την αναπήδηση.

$$E_{χημ} = \frac{1}{2} m_1 υ_1^2 + \frac{1}{2} m_2 υ_2^2 = 18\,J$$

Δ3. Πριν την αναπήδηση, το ελατήριο είχε αποθηκευμένη δυναμική ενέργεια

$$U = \frac{1}{2} k \cdot Δ\ell^2 \quad , \ (2)$$

Στη θέση ισορροπίας των $Σ_1 - Σ_2$ ισχύει $(m_1 + m_2)g = k \cdot Δ\ell$, (3)

Από τις (2), (3) παίρνουμε: $Δ\ell$=0,15m και k=200 N/m.

Δ4. Εφαρμόζουμε ΘΜΚΕ για το $Σ_2$ από την αρχική θέση ισορροπίας μέχρι τη θέση (Γ) όπου σταματά στιγμιαία.

$$0 - \frac{1}{2} m_2 υ_2^{\,2} = m_2 g d + \frac{1}{2} k Δ\ell^2 - \frac{1}{2} k (Δ\ell + d)^2 \Rightarrow d = 0{,}2m$$

Η μέγιστη δυναμική ενέργεια του ελατηρίου είναι $U_{max} = \frac{1}{2} k (Δ\ell + d)^2 = 12{,}25\,J$

Δ5. Ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας του δίσκου όταν αυτός περάσει για πρώτη φορά από τη θέση (Δ) που είναι το φυσικό μήκος του ελατηρίου δίνεται από τη σχέση

$$\frac{dK}{dt} = ΣF \cdot υ_Δ = -m_2 g \cdot υ_Δ \quad , \ (4)$$

Εφαρμόζουμε ΘΜΚΕ για το $Σ_2$ από την θέση (Γ) μέχρι τη θέση (Δ).

$$\frac{1}{2} m_2 υ_Δ^{\,2} - 0 = -m_2 g (Δ\ell + d) + \frac{1}{2} k (Δ\ell + d)^2 \Rightarrow υ_Δ^{\,2} = 5{,}25 \Rightarrow υ_Δ = 2{,}3\,\frac{m}{s}$$

Αντικαθιστώντας στη σχέση (4) παίρνουμε $\frac{dK}{dt} = \Sigma F \cdot \upsilon_{\Delta} = -46\ \frac{J}{s}$