Λύσεις κριτηρίου 6

ΘΕΜΑ Α

Α1. (α) **Α**2. (δ) **Α**3. (γ) **Α**4. (β) **Α5**. α. Λ β. Σ γ. Λ δ. Σ ε. Σ

ΘΕΜΑ Β

Β1. (i)

Η ενέργεια που κατανάλωσε κάθε αστροναύτης για να έρθει στη νέα του θέση μετατράπηκε σε αύξηση της κινητικής του ενέργειας. Για τον κάθε αστροναύτη ισχύει

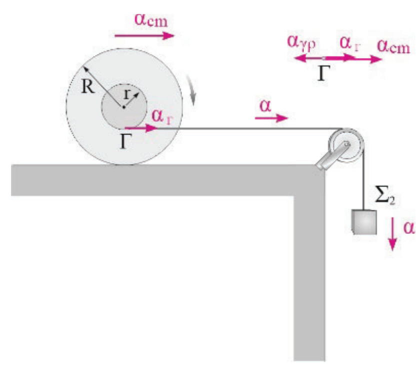
πριν το μάζεμα του σχοινιού: $K_1 = \frac{1}{2}m\upsilon_1^2$, μετά το μάζεμα του σχοινιού: $K_2 = \frac{1}{2}m\upsilon_2^2$

Ο φορέας της τάσης του σχοινιού κατά την περιφορά των αστροναυτών διέρχεται από το κέντρο μάζας του συστήματος, επομένως δεν προκαλούνται ροπές και η στροφορμή του συστήματος διατηρείται.

$$L_1 = L_2 \;\Rightarrow\; m\upsilon_1\frac{\ell}{2} = m\upsilon_2\frac{\ell}{4} \;\Rightarrow\; \upsilon_2 = 2\upsilon_1$$

Καταν. ενέργεια = $K_2 - K_1 = \frac{1}{2}m\upsilon_2^2 - \frac{1}{2}m\upsilon_1^2 \xrightarrow{\upsilon_2=2\upsilon_1}$ Καταν. ενέργεια = $\frac{3}{2}m\upsilon_1^2$

Β2. **(ii)**



Το σχοινί είναι μη εκτατό, επομένως η επιτάχυνση α του Σ_2 είναι ίση σε μέτρο με την οριζόντια επιτάχυνση α_Γ του σημείου Γ του δίσκου. Η οριζόντια επιτάχυνση του Γ ισούται με το διανυσματικό άθροισμα της επιτάχυνσης α_{cm} του δίσκου και της γραμμικής επιτάχυνσης, $\alpha_{\gamma\rho}$. Για το σημείο Γ ισχύει

$$\alpha = \alpha_\Gamma = \alpha_{cm} - \alpha_{\gamma\omega\nu}\,r\,, \quad (1)$$

Για τον δίσκο ισχύει $\alpha_{cm} = \alpha_{\gamma\omega\nu}R$, (2)

Συνδυάζοντας τις (1), (2) παίρνουμε:

$$\alpha = \alpha_{cm} - \frac{\alpha_{cm}}{R}r \;\Rightarrow\; \alpha = \frac{2}{3}\alpha_{cm}$$

Η γωνιακή μετατόπιση του δίσκου είναι $\Delta\theta = \frac{1}{2}\alpha_{\gamma\omega\nu}t^2$

Οπότε, το νήμα που τυλίγεται στον εσωτερικό δίσκο είναι

$$s = \Delta\theta \cdot r = \frac{1}{2}\frac{\alpha_{cm}}{R}t^2\frac{R}{3} \Rightarrow s = \frac{1}{6}\alpha_{cm}t^2 \;,\; (3)$$

Το $Σ_2$ κατέρχεται κατά $y = \frac{1}{2}\alpha t^2 = \frac{1}{2}\frac{2}{3}\alpha_{cm}t^2 \Rightarrow y = \frac{1}{3}\alpha_{cm}t^2 \;,\; (4)$

Διαιρώντας κατά μέλη τις (3), (4) παίρνουμε: $\frac{s}{y} = \frac{\frac{1}{6}\alpha_{cm}t^2}{\frac{1}{3}\alpha_{cm}t^2} \Rightarrow \frac{s}{y} = \frac{1}{2} \Rightarrow s = \frac{y}{2}$

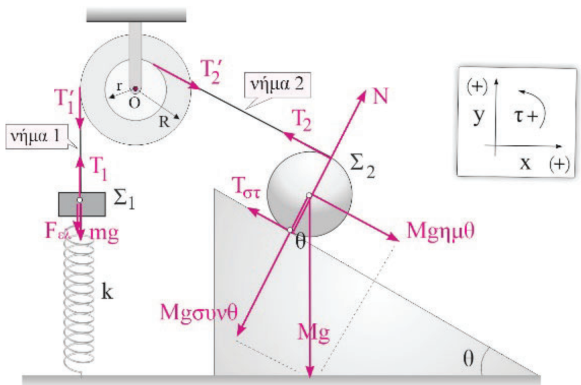
Β3. (iii)

Ο κύλινδρος ακτίνας R_K ισορροπεί. Παίρνοντας ροπές ως προς το κέντρο του έχουμε

$$\Sigma\tau_{(K)} = 0 \Rightarrow T_2 R_K - T_{\sigma\tau} R_K = 0 \Rightarrow T_2 = T_{\sigma\tau}$$

Στον άξονα του πλάγιου επιπέδου έχουμε

$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow T_2 + T_{\sigma\tau} - M g\eta\mu\theta = 0 \xrightarrow{T_2 = T_{\sigma\tau}} T_2 = 2{,}5mg$$



Παίρνοντας ροπές ως προς το κέντρο Ο της τροχαλίας έχουμε

$$\Sigma\tau_{(O)} = 0 \Rightarrow T_1 R - T_2 r = 0 \Rightarrow T_1 = \frac{T_2}{2} = 1{,}25mg$$, αβαρές νήμα: $(T_1 = T_1' \;,\; T_2 = T_2')$

Το $Σ_1$ ισορροπεί, άρα $\Sigma F = 0 \Rightarrow T_1 - mg - F_{\varepsilon\lambda} = 0 \Rightarrow F_{\varepsilon\lambda} = 0{,}25mg$

Επομένως $F_{\varepsilon\lambda} = k \cdot \Delta\ell \Rightarrow \Delta\ell = \frac{F_{\varepsilon\lambda}}{k} = \frac{mg}{4k}$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Η κίνηση του δίσκου είναι στροφικά ομαλά επιβραδυνόμενη. Η γωνιακή ταχύτητα δίνεται από τη σχέση

$\omega = \omega_o - \alpha_{\gamma\omega\nu}t \quad (SI)$, (1)

Η γωνιακή επιτάχυνση του δίσκου έχει μέτρο $\alpha_{\gamma\omega\nu} = \frac{\alpha}{R} = 2\frac{rad}{s^2}$

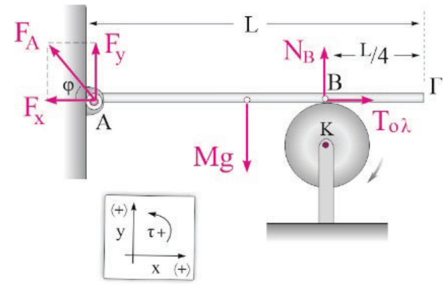
Αντικαθιστώντας στη σχέση (1) παίρνουμε: $0 = \omega_o - \alpha_{\gamma\omega\nu}t \Rightarrow t = \frac{\omega_o}{\alpha_{\gamma\omega\nu}} = \frac{20\,rad/s}{2\,rad/s^2} \Rightarrow t = 10s$

Γ2. Η γωνιακή μετατόπιση του δίσκου μέχρι να σταματήσει δίνεται από τη σχέση

$$\Delta\theta = \omega_o t - \frac{1}{2}\alpha_{\gamma\omega\nu}t^2 \Rightarrow \Delta\theta = 100\ rad$$

Οι στροφές που εκτέλεσε κατά την επιβράδυνσή του είναι $N = \frac{\Delta\theta}{2\pi} = \frac{50}{\pi}$ στροφές

Γ3. Παίρνουμε ροπές ως προς το Α.



$$\Sigma\tau_{(A)} = 0 \Rightarrow N_B\frac{3}{4}L - Mg\frac{L}{2} = 0 \Rightarrow N_B = \frac{2}{3}Mg = 8N$$

Η τριβή ολίσθησης είναι $T_{ολ} = \mu N_B \Rightarrow T_{ολ} = 4N$

Από την ισορροπία στον άξονα x έχουμε:

$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow T_{ολ} - F_X = 0 \Rightarrow F_X = 4N$$

Από την ισορροπία στον άξονα y έχουμε:

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N_B + F_y - Mg = 0 \Rightarrow F_y = 4N$$

$$F_A = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = 4\sqrt{2}\,N \ , \ \varepsilon\varphi\phi = \frac{F_y}{F_x} = 1 \Rightarrow \phi = 45°$$

Γ4. Η θερμότητα που εκλύθηκε στο περιβάλλον κατά την περιστροφή του δίσκου είναι ίση με το απόλυτο του έργου της τριβής ολίσθησης.

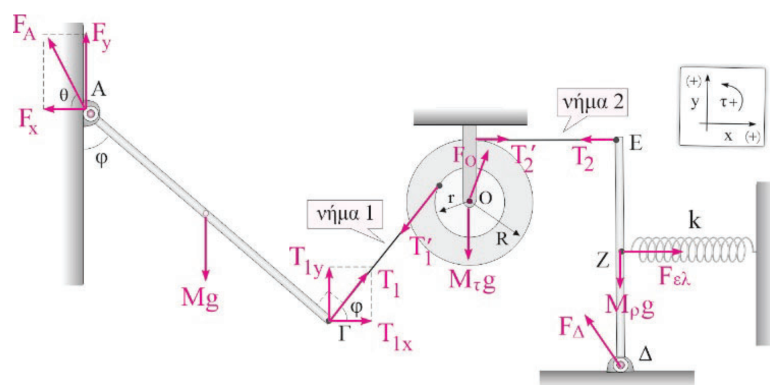
$Q = |W_{Tολ}| = |T_{ολ} \cdot s|$, (2)

όπου s είναι το διανυόμενο τόξο ενός σημείου της περιφέρειας του δίσκου κατά την περιστροφή του.

$s = \Delta\theta \cdot R = 20\,m$

Αντικαθιστώντας στη σχέση (2) παίρνουμε Q = 80 J.

ΘΕΜΑ Δ



Δ1. Η δυναμική ενέργεια του ελατηρίου είναι

$$U_{ελ} = \frac{1}{2}k\Delta\ell^2 \Rightarrow \Delta\ell = 0{,}1m$$

Το μέτρο της δύναμης του ελατηρίου είναι

$$F_{ελ} = k\Delta\ell \Rightarrow F_{ελ} = 10N$$

Παίρνουμε ροπές για τη ράβδο ΔΕ ως προς το Δ.

$$\Sigma\tau_{(\Delta)} = 0 \Rightarrow T_2(\Delta E) - F_{ελ}\frac{(\Delta E)}{2} = 0 \Rightarrow T_2 = 5N$$

Παίρνουμε ροπές για την τροχαλία ως προς το Ο.

$$\Sigma\tau_{(O)} = 0 \Rightarrow T_1' r - T_2' R = 0 \Rightarrow T_1' = T_1 = 10N$$

Δ2. Παίρνουμε ροπές για τη ράβδο ΑΓ ως προς το Α.

$$\Sigma\tau_{(A)} = 0 \Rightarrow T_1 L - Mg\frac{L}{2}\eta\mu\phi = 0 \Rightarrow M = 2{,}5kg$$

Δ3. Οι συνιστώσες της T_1 είναι $T_{1x} = T_1 \sigma\upsilon\nu\varphi = 6N$ και $T_{1y} = T_1 \eta\mu\varphi = 8N$

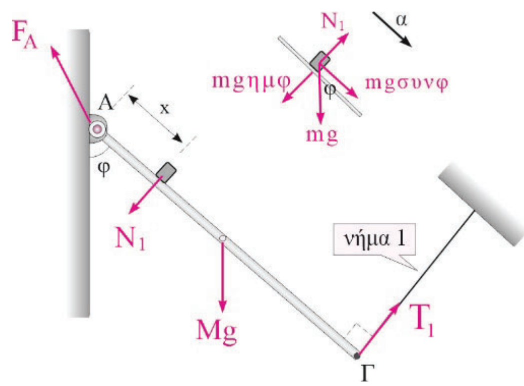
Από την ισορροπία της ράβδου ΑΓ στον άξονα x έχουμε

$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow T_{1x} - F_x = 0 \Rightarrow F_x = 6N$

Από την ισορροπία της ράβδου ΑΓ στον άξονα y έχουμε

$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow T_{1y} - F_y - Mg = 0 \Rightarrow F_y = 17N$

$F_A = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = 5\sqrt{13}\,N$, $\varepsilon\varphi\theta = \dfrac{17}{6}$



Δ4. Η δύναμη N_1 που ασκεί το σώμα στη σανίδα έχει μέτρο $N_1 = mg\eta\mu\varphi = 8N$

i. Παίρνουμε ροπές για τη ράβδο ΑΓ ως προς το Α.

$\Sigma\tau_{(A)} = 0 \Rightarrow T_1 L - N_1 x - Mg\dfrac{L}{2}\eta\mu\phi = 0 \Rightarrow$

$T_1 = 10 + 8x$ (SI)

ii. Παίρνοντας ροπές για την τροχαλία ως προς το Ο έχουμε

$\Sigma\tau_{(O)} = 0 \Rightarrow T_1' r - T_2' R = 0 \Rightarrow T_2' = T_2 = \dfrac{T_1}{2} \Rightarrow T_2 = 5 + 4x$ (SI) , (1)

Από τη σχέση (1) βλέπουμε ότι το νήμα σπάει όταν $T_2 = T_{op}$ ή $8 = 5 + 4x \Rightarrow x = 0,75m$

Το σώμα κατεβαίνει με σταθερή επιτάχυνση $\alpha = \dfrac{\Sigma F_x}{m} = g\sigma\upsilon\nu\varphi \Rightarrow \alpha = 6\dfrac{m}{s^2}$

Η κίνηση του σώματος είναι ομαλά επιταχυνόμενη χωρίς αρχική ταχύτητα, επομένως

$x = \dfrac{1}{2}\alpha t^2 \Rightarrow t = 0,5s$