Λύσεις κριτηρίου 40

ΘΕΜΑ Α

Α1.α **Α**2.α **Α**3.γ **Α**4.β **Α**5. α. Λ β. Λ γ. Σ δ. Σ ε. Σ

ΘΕΜΑ Β

Β1. (i)

Το σωματίδιο κάνει ελικοειδή τροχιά με το βήμα της έλικας να είναι ίσο με:

$$\beta = \upsilon\ \sigma\upsilon\nu 60° T = \frac{\upsilon T}{2} \quad (1)$$

Η περίοδος περιστροφής μέσα στο μαγνητικό πεδίο είναι:

$$T = \frac{2\pi m}{Bq} \quad (2)$$

Η ένταση του μαγνητικού πεδίου του σωληνοειδούς είναι:

$$B = \mu_o \frac{N_{\sigma\omega\lambda.}}{L} I \quad (3)$$

Από (2) και (3) έχουμε: $T = \dfrac{2\pi m}{q} \dfrac{L}{\mu_o N_{\sigma\omega\lambda.} I} \quad (4)$

Από (1) και (4) έχουμε: $\beta = \dfrac{\upsilon T}{2} = \dfrac{\pi m}{q} \dfrac{\upsilon L}{\mu_o N_{\sigma\omega\lambda.} I} \quad (5)$

Εάν διαιρέσουμε το μήκος του σωληνοειδούς με το βήμα της έλικας βρίσκουμε τον αριθμό των στροφών

$$N_{\sigma\tau\rho.} = \frac{L}{\beta} = \frac{\mu_o N_{\sigma\omega\lambda.}\ Iq}{\pi\ m\ \upsilon} \Rightarrow \frac{N_{\sigma\tau\rho.}}{N_{\sigma\omega\lambda.}} = \frac{\mu_o Iq}{\pi\ m\ \upsilon}$$

Β2. (iii)

Η οριζόντια απόσταση ανάμεσα στα σημειακά σώματα είναι:

$$\delta = \beta_1 - \beta_2 = 7\beta_2 \Rightarrow \beta_1 = 8\beta_2 \Rightarrow \upsilon_1 t_1 = 8\upsilon_2 t_2 \quad (1)$$

Για τις ταχύτητες αποκόλλησης των δύο σωμάτων έχουμε:

$$\upsilon_1 = 2\omega R,\ \ \upsilon_2 = \omega R + \omega(R-d) = \omega(2R-d)$$

Για τους χρόνους καθόδου των δύο σωμάτων έχουμε:

$$t_1 = \sqrt{\frac{2\cdot 2R}{g}}\ ,\ t_2 = \sqrt{\frac{2\cdot(2R-d)}{g}}$$

Με αντικατάσταση στην (1) παίρνουμε:

$$2\omega R\sqrt{\frac{2\cdot 2R}{g}} = 8\omega(2R-d)\sqrt{\frac{2\cdot(2R-d)}{g}} \Rightarrow 16R^3 = 64\cdot(2R-d)^2\cdot 2\cdot(2R-d) \Rightarrow$$

$$R^3 = 2^3 \cdot (2R - d)^3 \Rightarrow R = 2 \cdot (2R - d) \Rightarrow d = \frac{3}{2}R$$

Β3. (i)

Μέσα στον σωλήνα το φωτόνιο υφίσταται διαδοχικές ελαστικές κρούσεις και δεν χάνει ενέργεια. Με βάση την αρχή της επαλληλίας των κινήσεων το χρονικό διάστημα που απαιτείται για να εξέλθει το φωτόνιο από τον σωλήνα είναι ίσο με το χρονικό διάστημα της ευθύγραμμης ομαλής κίνησής του κατά μήκος του οριζόντιου άξονα. Άρα θα έχουμε:

$$c \cdot συν60^0 = \frac{L}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{2L}{c} \quad (1)$$

Από τη σκέδαση Compton έχουμε:

$$\lambda' - \lambda = \frac{h}{mc}\left(1 - \frac{1}{2}\right) = \frac{h}{2mc} \Rightarrow \lambda' = \frac{h}{mc} + \frac{h}{2mc} = \frac{3h}{2mc}$$

Με τη βοήθεια της σχέσης de Broglie βρίσκουμε:

$$p' = \frac{h}{\lambda'} = \frac{2mc}{3} \Rightarrow c = \frac{3p'}{2m} \qquad (2)$$

Από (1) και (2) έχουμε: $\Delta t = \frac{4Lm}{3p'}$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Για τη θέση ισορροπίας της ταλάντωσης έχουμε:

$$\Sigma F = 0 \Rightarrow F - F_{ελ} = 0 \Rightarrow F - k\Delta\ell = 0 \ (1)$$

Σε μία τυχαία θέση του σώματος που απέχει x από τη θέση ισορροπίας της ταλάντωσης, η ΣF είναι ίση με:

$\Sigma F = F - F_{ελ} = F - k(\Delta\ell + x)$, η οποία με τη βοήθεια της (1) δίνει:

$$\Sigma F = -kx$$

Άρα το σώμα εκτελεί Α.Α.Τ. με D=k=200N/m.

Γ2. Σύμφωνα με τη σχέση (1), στη θέση ισορροπίας της ταλάντωσης το ελατήριο είναι επιμηκυμένο κατά $\Delta\ell = \frac{F}{k} = 0{,}1m$.

Το έργο της $\vec{F}$ από τη θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου μέχρι τη θέση ισορροπίας της ταλάντωσης, μετατρέπεται αφενός σε δυναμική ενέργεια του ελατηρίου αφετέρου σε κινητική ενέργεια του σώματος, η οποία θα είναι η K_{max} της ταλάντωσης, δηλαδή η ενέργεια της ταλάντωσης.

$$W_F = U_{ελ} + K_{max} \Rightarrow W_F = U_{ελ} + E_τ \Rightarrow F\Delta\ell = \frac{1}{2}k\Delta\ell^2 + \frac{1}{2}kA^2 \Rightarrow A = 0{,}1m$$

Γ3. Η κατάργηση της δύναμης θα προκαλέσει μετατόπιση της θέσης ισορροπίας στο φυσικό μήκος του ελατηρίου. Επειδή η κατάργηση γίνεται στην ακραία θέση, η θέση αυτή θα αποτελεί και ακραία θέση της νέας ταλάντωσης, οπότε το πλάτος της νέας ταλάντωσης θα είναι $A' = A + \Delta\ell \Rightarrow A' = 0{,}2m$.

Η μέγιστη ταχύτητα της νέας ταλάντωσης είναι $\upsilon_{max} = \omega A'$ (2)

Η συχνότητα διελεύσεων του σώματος από τη θέση ισορροπίας της ταλάντωσης είναι ίση με $f_{διελ} = \frac{10}{\pi}Hz$, άρα η συχνότητα της ταλάντωσης είναι $f = \frac{5}{\pi}Hz$ και $\omega = 2\pi f = 10\frac{rad}{s}$.

Με αντικατάσταση στη (2) παίρνουμε: $\upsilon_{max} = 2\frac{m}{s}$

Από την αρχή διατήρησης της ενέργειας για την ταλάντωση θα βρούμε την απομάκρυνση d στην οποία η ταχύτητα έχει μέτρο 1m/s.

$$\frac{1}{2}kA'^2 = \frac{1}{2}m\upsilon_1^2 + \frac{1}{2}kd^2 \Rightarrow d = \pm\sqrt{A'^2 - \frac{m}{k}\upsilon_1^2} = \pm\sqrt{A'^2 - \frac{\upsilon_1^2}{\omega^2}} \Rightarrow d = \pm 0{,}1\sqrt{3}m$$

$$\frac{U_{ελ}}{K} = \frac{\frac{1}{2}kd^2}{\frac{1}{2}kA'^2 - \frac{1}{2}kd^2} \Rightarrow \frac{U_{ελ}}{K} = 3$$

Γ4. Ο ρυθμός μεταβολής της ορμής, $\frac{dp}{dt} = \Sigma F$, μηδενίζεται στη θέση ισορροπίας, οπότε:

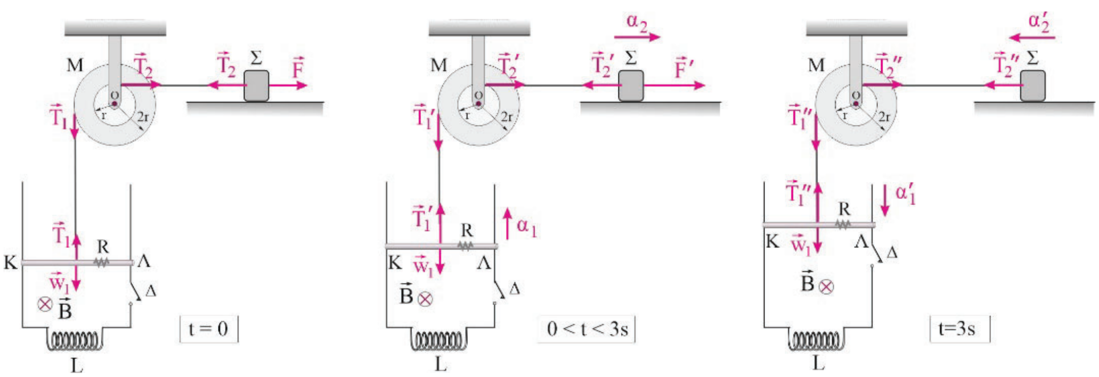
$\Delta p = m\upsilon_{max} - 0$ (3)

Η μάζα του σώματος βρίσκεται από τη σχέση της κυκλικής συχνότητας

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow m = 2kg$$

Με αντικατάσταση στη σχέση (3) παίρνουμε $\Delta p = 4kgm/s$

ΘΕΜΑ Δ



Δ1. Από την ισορροπία του αγωγού 1 έχουμε:

$$T_1 - m_1 g = 0 \Rightarrow T_1 = 0{,}5N$$

Από την ισορροπία της τροχαλίας έχουμε:

$$T_1 2r = T_2 r \Rightarrow T_2 = 1N$$

Από την ισορροπία του σώματος στο οριζόντιο λείο δάπεδο έχουμε:

$$F = T_2 = 1N$$

Η δύναμη που δέχεται η τροχαλία από τον άξονα περιστροφής της έχει μέτρο:

$$F_{\tau\rho} = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = \sqrt{T_2^2 + \left(T_1 + Mg\right)^2} = \sqrt{1+25}N \Rightarrow F = \sqrt{26}\ N$$

Δ2. Για τον αγωγό ΚΛ ισχύει ότι:

$$T_1' - m_1 g = m_1 \alpha_1 \Rightarrow \alpha_1 = \frac{0,7-0,5}{0,05}\frac{m}{s^2} \Rightarrow \alpha_1 = 4\frac{m}{s^2}$$

Οι μεταφορικές επιταχύνσεις του αγωγού και του σώματος αντίστοιχα, καθώς και η γωνιακή επιτάχυνση της τροχαλίας συνδέονται με τις σχέσεις:

$$\alpha_\gamma = \frac{\alpha_1}{2r} = \frac{\alpha_2}{r} \Rightarrow \alpha_2 = 2\frac{m}{s^2}$$

Η νέα δύναμη που ασκείται στο σώμα Σ έχει μέτρο F΄= 1,8N.
Για το σώμα Σ ισχύει ότι:

$$F' - T_2' = m_2\alpha_2 \Rightarrow T_2' = F' - m_2\alpha_2 = \left(1,8-0,2\right)N \Rightarrow T_2' = 1,6N$$

Δ3. Από την t=3s και μετά ο αγωγός ΚΛ και το σώμα Σ κάνουν επιβραδυνόμενη κίνηση.

Άρα, αλλάζουν οι τάσεις και οι επιταχύνσεις των σωμάτων.

$$\alpha'_1 = -\frac{20}{3}\frac{m}{s^2} \Rightarrow \alpha'_2 = -\frac{10}{3}\frac{m}{s^2}$$

Για να βρούμε τον αριθμό των περιστροφών βρίσκουμε τη γωνία περιστροφής στα δύο χρονικά διαστήματα.
Από 0 έως 3s που κάνει επιταχυνόμενη ισχύει ότι:

$$\alpha_\gamma = \frac{\alpha_2}{r} = \frac{2}{0,1}\frac{rad}{s^2} \Rightarrow \alpha_\gamma = 20\frac{rad}{s^2} \quad , \quad N_1 = \frac{\Delta\varphi_1}{2\pi} = \frac{1}{2\pi}\frac{1}{2}\alpha_\gamma t^2 = \frac{1}{4\pi}20\cdot 3^2 \Rightarrow N_1 = \frac{45}{\pi}\ \sigma\tau\rho$$

Στο τέλος της επιταχυνόμενης κίνησης η τροχαλία έχει αποκτήσει γωνιακή ταχύτητα ίση με

$$\omega_1 = \frac{\alpha_2 t}{r} = \frac{2\cdot 3}{0,1}\frac{r}{s} \Rightarrow \omega_1 = 60\frac{r}{s}$$

Για το διάστημα που η τροχαλία κάνει επιβραδυνόμενη κίνηση ισχύει ότι:

$$\alpha'_\gamma = \frac{\alpha'_2}{r} = \frac{-10/3}{0,1}\frac{r}{s^2} \Rightarrow \alpha'_\gamma = -\frac{100}{3}\frac{r}{s^2}$$

Ο αριθμός των περιστροφών N_2 είναι:

$$N_2 = \frac{\Delta\varphi_2}{2\pi} = \frac{\dfrac{\omega_1^2}{2|\alpha'|_\gamma}}{2\pi} = \frac{\omega_1^2}{4\pi|\alpha'_\gamma|} = \frac{3600}{4\pi\dfrac{100}{3}}\ \sigma\tau\rho \Rightarrow N_2 = \frac{27}{\pi}\sigma\tau\rho$$

Άρα ο συνολικός αριθμός των περιστροφών είναι:

$$N_1 + N_2 = \frac{45}{\pi}\ \sigma\tau\rho + \frac{27}{\pi}\ \sigma\tau\rho \Rightarrow N_1 + N_2 = \frac{72}{\pi}\ \sigma\tau\rho$$

Δ4. Ο 2^{ος} κανόνας Kirchhoff για το κύκλωμα δίνει

$$E_{\varepsilon\pi} - L\frac{di}{dt} - iR = 0 \Rightarrow E_{\varepsilon\pi} = L\frac{di}{dt} + iR \quad (1),$$

$$U_B = \frac{1}{2}Li^2 \Rightarrow i = \sqrt{\frac{2U_B}{L}} \Rightarrow i = 2A$$

Από τη σχέση $i = 0,5t - 2,4\ (SI)$ προκύπτει $\frac{di}{dt} = 0,5\frac{A}{s}$

Με αντικατάσταση στην (1) παίρνουμε

$$E_{\varepsilon\pi} = 0,1H \cdot 0,5\frac{A}{s} + 2A \cdot 0,1\Omega \Rightarrow E_{\varepsilon\pi} = 0,25V$$